

Національний університет «Одеська морська академія»  
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова праця  
на правах рукопису

Ворохобін Ігор Ігорович

УДК 656.61.052

## ДИСЕРТАЦІЯ

### РОЗВИТОК ТЕОРІЇ І МЕТОДІВ ОЦІНКИ ТА ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ СУДНОВОДІННЯ

Спеціальність 05.22.13 – навігація та управління рухом

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук  
(271-Річковий та морський транспорт)

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело  
  
Ворохобін І.І.

Науковий консультант д. т. н., професор Вагушенко Л.Л.

Одеса – 2020

## АНОТАЦІЯ

**Ворохобін І. І.** Розвиток теорії та методів оцінки та підвищення надійності судноводіння. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.22.13 – навігація та управління рухом (271 – Річковий та морський транспорт). – Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, 2020.

Попереднім аналізом літературних джерел, присвячених проблемі забезпечення і підвищення безаварійності судноводіння було встановлено, що основні аспекти розв'язання цієї проблеми полягають в забезпеченні розробки методів попередження зіткнень суден під час плавання у стиснених водах, започаткування розробки методів кількісної оцінки безпеки судноводіння в стиснених умовах судноплавства й належного рівня точності визначення місця судна та моделювання руху судна в умовах прибережного плавання, яке передбачає розв'язання питань з виконанням суднами різних маневрів, що сприяють підвищенню ефективності й безпечності судноводіння.

Проведений аналіз показав, що одним з найбільш актуальних напрямків забезпечення безаварійного судноводіння є розробка методів кількісної оцінки безпеки судноводіння в стиснених умовах судноплавства й належного рівня точності визначення місця судна, яке пов'язане з розвитком концепції кількісної оцінки надійності судноводіння й розробкою методів її підвищення.

В роботі сформульовані мета дисертаційного дослідження та його головне завдання, причому проведена декомпозиція головного завдання на незалежні складові завдання. Показано, що при розв'язанні незалежних складових завдань одержано нові наукові результати дисертаційної роботи.

Практична значущість і цінність дисертаційної роботи визначається можливістю впровадження практичних рекомендацій, які одержані в дисертаційній роботі та сприяють зниженню аварійності судноводіння. Сформульо-

вано наукове положення роботи, яке містить концентрований виклад сенсу дисертаційного дослідження.

Викладена методика пошуку розв'язання головного завдання, яка відображає послідовність етапів виконання дисертаційного дослідження розв'язанням складових завдань. З такою метою проведено теоретичні розробки, які використовують сучасні методи аналітичного аналізу, проведено експериментальні дослідження щодо розподілу похибок навігаційних вимірювань в умовах натурних спостережень та здійснено імітаційне моделювання для підтвердження коректності одержаних результатів дисертаційного дослідження.

Наведено результати аналізу дослідження впливу точності проведення судна стисненим маршрутом на безпеку судноводіння. Розглянута априорна оцінка вірогідності безпечного проведення судна стисненим маршрутом із використанням двовимірної щільності позиційної похибки. Запропоновано альтернативний метод визначення вірогідності безпечного плавання в стиснених умовах за допомогою одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення судна. Виявлена залежність одновимірної щільності похибки бічного відхилення судна від двовимірної щільності позиційної похибки. Запропонована процедура визначення основних параметрів для оцінювання вірогідності безаварійного плавання судна в заданому стисненому районі.

Одержано залежність вірогідності безпечного проходження судном стисненого маршруту від закону розподілу похибки бічного відхилення. Проведено порівняння двовимірної й одновимірної моделей оцінки вірогідності проведення судна заданим маршрутом за допомоги імітаційного моделювання. Запропонований спосіб формування заданого маршруту за допомогою електронної карти.

Визначено залежність безпеки судноводіння від векторіальної похибки керування судном. Представлена модель формування векторіальної похибки керування, яка є сумою систематичної й випадкової складових. Одержано за-

лежність величини систематичної похибки керування від вибору динамічної моделі поворотності судна. Одержана процедура визначення величини похибки керування з урахуванням динамічної моделі обертального руху судна.

Розроблено процедуру оцінювання навігаційної безпеки повороту судна й запропоновано вибір оптимального маршруту проведення відображенням навігаційної ситуації з інформацією про безпеку судноводіння. Наведені результати оцінки величини траекторної похибки повороту судна за наслідками натурних спостережень.

Розглянуто питання оцінювання точності визначення місця судна при надмірних лініях положення. Одержано аналітичний вираз для щільності розподілу векторіальної похибки визначення місця судна, показано, що вона залежить від числа ліній положення, закону розподілу їх похибки й кутів між напрямами їх градієнтів.

Для різних законів розподілу похибок ліній положення при їх надмірній кількості одержані аналітичні вирази розрахунку ефективності обсервованих координат судна в разі їх обчислення методом найменших квадратів.

Одержані аналітичні вирази для розрахунку ефективних координат судна методом максимальної правдоподібності, який забезпечує їх мінімальну коваріаційну матрицю.

Проведено розробку універсального методу розрахунку ефективних координат судна при надмірних вимірюваннях. Для цього було застосовано ортогональне розкладання щільності розподілу похибок вимірювань в ряд Грама – Шарльє типу А. Була показана можливість ортогонального розкладання ненормованої щільності розподілу.

Було проведено аналіз збіжності щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з її ортогональним розкладанням для змішаних законів першого й другого типів, а також узагальненого закону Пуассону. Розроблено метод використання ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для визначення обсервованих координат судна. Запропоновано оцінку ефективності обсервованих координат судна розрахованих одержаним ме-

тодом.

Здійснено аналіз результатів натурних спостережень та імітаційного моделювання ефективності змішаних законів розподілу. Проведена перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів за 12 вибірками. Як альтернативні гіпотези було розглянуто закон Гаусу, змішані закони першого й другого типу, а також узагальнений закон Пуассону.

Наведено результати імітаційного моделювання для оцінки ефективності обсервованих координат судна при змішаних законах розподілу похибок ліній положення. Для цього генерувалися вибірки похибок, які розподілені за змішаним законом, з урахуванням яких моделювалися обсервовані позиції судна й визначалися векторіальні похибки. Розрахунок кожної обсервованої позиції здійснювався методом найменших квадратів і методом максимальної правдоподібності, що дозволило оцінити дисперсії векторіальних похибок для вказаних методів і, отже, ефективність методу найменших квадратів.

У завершенні роботи представлені результати перевірки коректності одержаних результатів дисертаційної роботи, задля чого було розроблено імітаційну комп'ютерну програму, що складається з двох основних модулів, перший з яких призначений для моделювання стисненого маршруту проведення судна з використанням електронної карти та апріорної оцінки вірогідності безпечної плавання, а другий забезпечує перевірку статистичних гіпотез розподілу похибок навігаційних вимірювань та імітаційне моделювання для визначення ефективності обсервованих координат судна в разі надмірних вимірювань.

Наукова новизна отриманих у дисертації результатів полягає в розробці теоретичних зasad та методологічного забезпечення оцінки надійності судноводіння та її підвищення способами мінімізації векторіальних позиційних похибок та траєкторних похибок керування, які відрізняються використанням розроблених алгоритмів визначення ефективних координат судна за наявності надмірних вимірювань, що базуються на ортогональному розкладанні густин-

ни розподілу їх похибок та адекватних прогностичних моделей повороту судна.

**Наукові положення обґрунтовані науковими результатами:**

***Вперше:***

- розроблено спосіб оцінки ефективних обсервованих координат судна за допомоги методу максимальної правдоподібності за наявності надмірних вимірювань, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу, для забезпечення максимальної точності визначення місця судна;

- синтезовано процедуру комп'ютерного імітаційного моделювання оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів за допомоги генерування надмірних вимірювань, похибки яких розподілені за змішаними законом першого та другого типу, для підтвердження коректності запропонованих теоретичних методів оцінки ефективності обсервованих координат;

- запропоновано й розроблено універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань із використанням ортогонального розкладання їхньої щільності розподілу для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом незалежно від закону розподілу похибок вимірювань;

- розроблено метод кількісної оцінки надійності судноводіння шляхом використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій і розроблених математичних моделей для визначення апріорної вірогідності проведення судна стислим маршрутом;

- запропоновано методи апріорної оцінки вірогідності безпечного плавання судна стислим районом застосуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок управління для мінімізації ризику виникнення навігаційної аварії;

- досліджено вплив динамічної моделі обертального руху судна, що використана для прогнозу його повороту, на величину векторіальної траєкторної похибки управління шляхом аналізу запропонованих моделей для мінімізації ризику виникнення навігаційної аварії;

зациї траєкторної похибки;

*Одержанали подальший розвиток* методи застосування електронних карт шляхом використання розробленого методу оцінки апріорної вірогідності безпечноного плавання судна стислим маршрутом для вибору безпечної траєкторії руху судна.

Проведеному дисертаційному дослідженю властиве практичне значення, яке полягає у тому, що його результати можуть бути впроваджені на судна в процесі експлуатації, а також використані розробниками суднових навігаційних інформаційних систем.

Практична цінність результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що теоретичні результати й програми, які одержані в роботі, можуть бути застосовані під час навчання й сприятимуть підвищенню кваліфікації судноводіїв.

Практичні результати дисертаційного дослідження впроваджені приватним вищим учебним закладом «Інститут післядипломної освіти» «Одеський морський тренажерний центр» для підготовки судноводіїв (акт упровадження від 12.12.2018 р.), Дунайським інститутом Національного університету «Одеська морська академія» (акт про впровадження від 14.02.2019 р.) та Херсонською державною морською академією (акт про впровадження від 22.02.2019 р.) для підготовки курсантів та студентів, компанією «СМА Шипс Україна» для навчання, підготовки і перепідготовки офіцерів морських суден по напряму «Судноводіння» з метою забезпечення безпеки плавання (акт впровадження від 04.03.2019 р.), Філією «Дельта-лоцман» Державного підприємства «Адміністрація морських портів України» для забезпечення безпеки мореплавства (акт впровадження від 06.09.2019 р.). Матеріали дисертаційного дослідження використовуються в навчальному процесі Національного університету «Одеська морська академія» при викладанні дисципліни «Маневрування і управління судном» (акт про впровадження від 18.06.2019 р.), в рамках держбюджетних науково-дослідних робіт Національного університету «Одеська морська академія»: «Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання» (№ ДР 0115U003580, 2018 р.), в якій здобувач виконав

окремий підрозділ та «Удосконалення методів безпечноого управління судном» (№ ДР 0117U005133, 2020 р.), в якій здобувачу належить окремий розділ.

Під час виконання дисертаційної роботи були отримані патенти на корисну модель:

- «Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської провод-ки морського судна» №78679. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 25.03.2013, Бюл. №6;
- «Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден» №134690. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 27.05.2019, Бюл. №10;
- «Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден при їх зовнішньому управлінні» №134691. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 27.05.2019, Бюл. №10.

**Ключові слова:** безпека судноводіння, підвищення надійності судноводіння, вірогідність безпечної плавання судна, траекторна похибка повороту судна, ефективність обсервованих координат судна, метод максимальної правдоподібності, ортогональний розклад щільності розподілу, результати натурних спостережень.

Основні результати дисертаційного дослідження здобувача опубліковані в наступних наукових працях:

#### Основні наукові результати дисертації.

1. Ворохобин И.И. Разработка теории и методов оценки повышения надежности судовождения: монография / И.И. Ворохобин / – Одесса: НУ «ОМА», 2019 – 252 с; ISBN: 978-966-7591-78-6; [включена до МНБ: Google Scholar].

2. Vorokhobin I. Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements / I. Vorokhobin, A. Golikov, O. Haichenia, V. Sikirin, V.

Severin / Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – Р. 707-710; [включена до МНБ: Scopus, Google Scholar].

3. Ворохобин И.И. Журнал лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 22. – Одеса: «ВидавІнформ», 2013 – С. 76 – 85; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].

4. Ворохобин И.И. Документирование при планировании и выполнении лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 23. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 45 – 55; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].

5. Ворохобин И.И. Процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах / И.И. Ворохобин., В.В. Северин. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4 . – С. 119 – 126; ISSN 2306-241X; [включена до МНБ: Google Scholar].

6. Ворохобин И.И. Способы предупреждения аварийного происшествия при лоцманской проводке судов / И.И. Ворохобин // Проблеми інформаційних технологій: Зб. наук. праць / ХНТУ. Вип. 1(15). – Херсон: «Херсонський національний технічний університет», 2014 – С. 240 – 245; ISSN 1998-7005; [включена до МНБ: Google Scholar].

7. Ворохобин И.И. Совершенствование структуры лоцманского навигационного устройства / И.И. Ворохобин // Водний транспорт: Зб. наук. праць / КДАВТ. Вип. 2(20). – Київ: «Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного», 2014 – С. 41 – 47; ISSN 2226-8553; [включена до МНБ: Google Scholar].

8. Бобыр В.А. Оценка эффективности судовых эргатических функций / В.А. Бобыр, И.И. Ворохобин // Судовые энергетические установки: научно технический сборник Вып. 32./ – Одеса: ОНМА, 2014 – С. 74 – 82; [включена до МНБ: Google Scholar].

9. Соколенко В.И. Содержательные алгоритмы планирования пути движения судна в стесненных водах / В.И. Соколенко, И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 24. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 147 – 155; [включена до МНБ: Google Scholar].

10. Ворохобин И.И. Использование полиномов Эрмита в ортогональном разложении плотностей распределения погрешностей измерений навигационных параметров / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. № 4. – С.55 – 64; ISSN 2306-241X; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
11. Мальцев А.С. Маневрирование судов при расхождении / А.С. Мальцев, Е.Е. Тюпиков, И.И. Ворохобин / Одеса: ОНМА, 2013. –246 С; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
12. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В.Северин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 25. – Одеса: «ВидавІнформ», 2015 – С. 40 – 47; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
13. Ворохобин И.И. Количественная оценка безопасности судовождения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2015. – Вып. 21. Одесса: ОНМА. – С. 34 – 39; ISSN 1819-3293; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
14. Ворохобин И.И. Векториальные погрешности, возникающие при повороте судна / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 60 – 64 ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
15. Ворохобин И.И. Повышение точности управления судном минимизацией ковариационной матрицы векториальной погрешности его поворота / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: НУ «ОМА». – С. 29 – 32; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [включена до МНБ: *Google Scholar*].
16. Ворохобин И.И. Выражение плотности бокового отклонения судна от программной траектории движения при нормальном законе распределения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 56 – 59; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

17. Ворохобин И.И. Определение эффективных координат судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: НУ «ОМА». – С. 25 – 29; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [включена до МНБ: Google Scholar].
18. Ворохобин И.И. Преобразование векториальной погрешности в погрешность бокового отклонения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 27. – Одеса: «ВидавІнформ», 2017. – С. 71 – 76; ISBN 39.471; [включена до МНБ: Google Scholar].
19. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной погрешности поворота судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Эксплуатация морского транспорта. Вестник Государственного морского университета им. адмирала Ф.Ф. Ушакова. Новороссийск. – 2017. – выпуск 3 (84). – С. 65 – 69; ISSN 1992-8181 (print); [включена до МНБ: РИНЦ; Google Scholar].
20. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – № 2(17). – 2017. – С. 14 – 20; ISSN 2313-4763; [включена до МНБ: Index Copernicus, РИНЦ; Google Scholar].
21. Ворохобин И.И. Траекторная погрешность поворота судна и способы снижения ее величины / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017. – С.101 – 104; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu].
22. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // East European Sci-

entific Journal, №11 (27), 2017, volume 1. – С. 25 – 31; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

23. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Д.В. Астайкин, В.Е. Сикирин, И.И. Ворохобин, Б.М. Алексейчук – Saarbrucken, Deutschland / Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с; ISBN 978-3-330-07701-0; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

24. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, В.Г. Алексишин, И.Ю. Фусар // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 28. – Одеса: «ВидавІнформ», 2018 – С. 42 – 47; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

25. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар, Б.М. Алексейчук // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. – С. 84 – 88; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].

26. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ «ОМА». – С. 27 – 33; ISSN 1819-3293; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Google Scholar*].

27. Ворохобин И.И. Оценка навигационной безопасности при плавании судов в стесненных водах / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин – LAP

LAMBERT Academic Publishing, – 2018. – 240 с; ISBN 978-613-9-87198-8; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

28. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной позиционной погрешности при избыточных измерениях и ее применение. / И.И. Ворохобин // *Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences*, VI(22), Issue: 186, 2018. – С. 95 – 99; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].

29. Ворохобин И.И. Влияние закона распределения погрешности бокового отклонения на вероятность безопасного прохождения судном стесненного маршрута / И.И. Ворохобин // *East European Scientific Journal*, №5 (33), 2018, volume 1. – С. 30 – 36; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

30. Ворохобин И.И. Определение места судна при избыточных измерениях применением ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, Д.В. Астайкин // *Austria - Science*, Issue: – 11, – 2018. – С. 39 – 44; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

31. Ворохобин И.И. Свойство ортогональности полиномов Эрмита плотности распределения закона Гаусса ненормированной погрешности навигационных измерений / И.И. Ворохобин // *Austria – Science*, Issue: –16, –2018. – С. 49 – 56; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

32. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // *Austria – Science*, Issue: 26, 2019. – С. 3 – 8; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

33. Ворохобин И.И. Применение метода максимального правдоподобия для оценки эффективных координат судна / И.И. Ворохобин // *East European Scientific Journal*, №2 (42), 2019, volume 1. – С. 10 – 16; ISSN 2468-5380;

[включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

34. Ворохобин І.І. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения навигационных параметров / І.І. Ворохобин // East European Scientific Journal, №4 (44), 2019, volume 3. – С. 11 – 18; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

35. Ворохобин І.І. Зависимость вероятности безопасного прохождения судном стесненного района от закона распределения погрешности смещения / І.І. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 30. – Одеса: «ВидавІнформ», 2020. – С. 57 – 65; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

36. Патент на корисну модель № 78679 України. Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна / А.С. Мальцев, В.В. Голиков, І.І. Ворохобін, В.І. Соколенко /, опубл. 25.03.2013, Бюл. №6. внесок автора: алгоритм оцінки точності проводки судна стислим маршрутом.

37. Патент на корисну модель № 134690 України. Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10. внесок автора: пристарій забезпечений блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності.

38. Патент на корисну модель № 134691 України. Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден при їх зовнішньому управлінні / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10 / внесок автора: пристарій містить блок формування масиву завданого розміру із значень пеленгу та дистанції між суднами і параметрів їх руху та розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву методом ортогонального розкладання щільності розподілу похибки вимірювання.

Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.

39. Gladkykh I. Development Prospects of the Ukrainian Section of the Shipping Route E-40 / I. Gladkykh, A. Golikov, I. Vorokhobin, M. Kulakov // Proceedings of the 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020», September 30 – October 02 , 2020 – Online Conference Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – P. 860-864; [включена до МНБ: Scopus, Google Scholar].
40. Ворохобин И.И. Оценка возможной вероятности обеспечения безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 21-23 травня 2014 р. – Миколаїв : МУК, 2014. – С. 43 – 45; [включена до МНБ: Google Scholar].
41. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотностей распределения погрешностей измерений полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 25 – 27; [включена до МНБ: Google Scholar].
42. Ворохобин И.И. Определение вероятности обеспечения безаварийного плавания судов в стесненных районах / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 161 – 163; [включена до МНБ: Google Scholar].
43. Ворохобин И.И. Формирование процедуры оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных районах / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2015)», – 26–28 травня 2015, Херсон: ХДМА, – С. 99 – 101; [включена до МНБ: Google Scholar].
44. Ворохобин И.И. Определение закона распределения бокового отклонения судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали науково-

во-методичної конференції «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві», - 19-20 листопада 2015, Одеса: НУ «ОМА», – С. 117 – 118; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

45. Ворохобин И.И. Связь плотности погрешности бокового отклонения с плотностью векториальной позиционной погрешности. / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Материалы научно-технической конференции «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека», – 16–17 листопада 2016, Одеса: НУ «ОМА», – С. 58 – 59; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

46. Ворохобин И.И. Формальная модель оценки навигационной безопасности судовождения / И.И. Ворохобин // Материалы VIII Міжнародної науково-практическої конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016)», 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 119 – 121; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

47. Ворохобин И.И. Двумерная плотность распределения вероятностей векториальной погрешности / И.И. Ворохобин // Материалы IX Міжнародної науково-практическої конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)», 23–25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 98 – 100; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

48. Ворохобин И.И. Векториальная погрешность и ее плотность распределения. / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Материалы Всеукраїнської науково-технічної конференції «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд», 17–18 травня 2017 р., Миколаїв, НУК, 2017, – С. 25 – 26 [включена до МНБ: *Google Scholar*].

49. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Материалы научно-технической конференции «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 16–17 листопада 2017 – Одеса : НУ «ОМА», 2017. – С. 123 – 125; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

50. Ворохобин И.И. Учет избыточных линий положения при определе-

нии координат судна / И.И. Ворохобин // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 2017 – Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 49 – 51; ISSN 5672-2605; [включена до МНБ: Google Scholar].

51. Ворохобин И.И. Розложение плотности распределения обобщенного закона Пуассона в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)», 29–31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 107 – 109; [включена до МНБ: Google Scholar].

52. Ворохобин И.И. Оценка эффективности обсервованных координат при использовании ортогонального разложения плотности погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 15–16 листопада 2018 – Одеса: НУ «ОМА», – 2018. – С. 113 – 116; [включена до МНБ: Google Scholar].

## ANNOTATION

Vorokhobin I.I. Development of the theory and evaluation methods and increase of navigation reliability. Qualified scientific paper on the manuscript rights. Dissertation to obtain the Doctor of Technical Sciences degree, specialty 05.22.13 – Navigation and Traffic Control (271 – River and Sea Transport). National University «Odessa Maritime Academy», Odessa, 2020.

By the previous analysis of the literary sources, which was devoted to the problem of providing and increasing safety navigation, it was found that the basic aspects of solving this problem lie in providing of methods' development of preventing collisions of ships while sailing in the confined waters; establishment of methods' development of quantitative evaluation of safety navigation assessment in the confined conditions of navigation and proper level of ship's location accuracy, and ship's motion design, in the conditions of navigation in inshore traffic zone, which foresees the issues related to different ship's maneuvers which

contributes to increasing of efficiency and safety navigation.

The conducted analysis showed that one of the most relevant directions of providing safety navigation is methods' development of quantitative evaluation of safety navigation in the confined conditions of navigation and proper level of ship's location accuracy, which is related to concept development of quantitative evaluation of navigation reliability and methods' development of its increase.

The purpose of dissertation research and its main task is formulated in the work, thus it was conducted the decomposition of the main task to independent component tasks. It is shown that as the solution of independent component tasks were found, new scientific dissertation work performances were obtained.

Practical meaningfulness and value of dissertation work is determined by possibility of introduction of practical recommendations which are obtained from dissertation work and contributes to reduction of accident rate of navigation. The scientific provision of the paper, which contains the concentrated exposition of dissertation research sense, has been articulated.

There was presented the method of solution search of main task which represents the stages sequence of the dissertation research implementation by solving the component tasks. With such purpose there were conducted theoretical developments which use the modern methods of analytical analysis; experimental researches that distribute errors of the navigational measurements in the conditions of model supervisions and there were carried out the simulation modelling for correctness confirmation of the received results of dissertation research.

The results of the analysis from the study about the impact of the accuracy of ship's navigation through a confined route on the safety of navigation were presented. There were considered a priori evaluations of possibility of safe ship's navigation by confined route with the use of two-dimensional positional error density. The alternative method of determination of possibility of safe navigation is offered in the confined conditions through one-dimensional error distribution density of lateral deviation. The dependence of one-dimensional error distribution density of ship's lateral deviation on the two-dimensional positional error density

was revealed. There was offered a determination procedure of basic parameters for probability evaluation of safe ship's navigation in the given congested area.

There was received a dependence of probability evaluation of safe ship's navigation of the confined route from the distribution law of lateral deviation error. Comparison of two-dimensional and one-dimensional models of probability evaluation of safe ship's navigation through the given route was conducted by simulation modeling. There was proposed a forming method of the given route by an electronic chart.

The dependence of safety navigation on the vector error of ship's handling was identified. There was represented a formation model of vector error navigation, which is the sum of systematic and casual components. The dependence of value of systematic error of ship's handling on the choice of dynamic model of ship turning-ability was obtained. The determination procedure of error value of ship's handling was received, taking into account the dynamic model of ship's rotation motion.

There was developed a safety navigation evaluation procedure of ship's turn and offered the choice of optimal route of passage by the reflection of navigation situation with information about safety of navigation. In this paper it can be found results of value evaluation of trajectory error of ship's turn as a result of in situ observations.

The question about the evaluation of exact ship's position at the surplus lines of position was considered. There was determined an analytical equation for the density of vector error for determination of the ship's position. It was also shown that the density of vector error depends on the number of lines of position, distribution of their error and angles between directions of their gradients.

For different distribution law of position lines errors at their surplus number there were received analytical equations of efficiency calculation of ship's coordinates, which were examined in the case of their calculation with the use of smaller squares method.

There were obtained analytical equations for the calculation of effective ship's

coordinates with the use of maximum likelihood method, which provides their minimum covariance matrix.

Development of universal calculation method of effective ship's coordinates at the excessive measuring was held. For such purpose the orthogonal decomposition of error density of measurements disposal in the row of Gram-Charlier type A was applied. There was also shown the possibility of orthogonal decomposition of irregular density.

The analysis of error density of navigation parameters was performed with its orthogonal decomposition for mixed laws of the first and second types, and also for the generalized law of Poisson. There was developed the method of the use of orthogonal decomposition of error density of lines of position for ship's coordinate's determination. Effectiveness evaluation of ship's studied coordinates was offered by the method which was received.

The results of the in situ observation and simulation of efficiency of the mixed distribution laws were closely analyzed. Conducted verification of statistical hypotheses of distributing of errors of measuring of navigation parameters for 12 selections. In quality alternative hypotheses a law was considered to Gauss, mixed laws of the first and second type, and also generalized law of Poisson.

The results of simulation modelling are resulted for evaluation of efficiency of observed ship's coordinates at the mixed laws of distributing of errors of lines of position. The selections of errors, which are distributed on the mixed law, were generated for this purpose, taking into account which positions of ship were designed and vector errors were determined. The calculation of every observed position was carried out by smaller-squares method and method of maximal likelihood, that allowed to evaluate dispersions of vector errors for the indicated methods and, consequently, efficiency of smaller-squares method.

In completion of work the represented results of verification of correctness of dissertation researches were received. In order to receive these results the simulation computer program was developed, which consists of two basic modules, the first from which is intended for the design of the confined route of

ship's passage with the use of electronic chart and a priori evaluation of authenticity of the safe navigation, and the second provides verification of statistical hypotheses of errors disposal of the navigation measurements and simulation modelling for determination of efficiency of ship's coordinates in case of the excessive measuring.

The scientific novelty of the results received in dissertation consists in development of theoretical bases and methodological providing of evaluation of navigation reliability and its increase by the methods of minimization of vector position errors and trajectory errors of ship's handling, which differ by the use of the developed algorithms of determination of effective ship's coordinates at presence of the excessive measuring, which are based on orthogonal decomposition of errors density disposal, and adequate models of ship's turn.

Scientific provisions are substantiated by **research outcomes**:

**For the first time:**

- a method of evaluation of effective observed ship's coordinates using the method of maximum likelihood with excessive measuring, the errors of which do not comply with the normal distribution law to ensure maximum accuracy in determining the ship position was developed;
- the procedure of computer simulation modelling was synthesized, which allows to evaluate the effectiveness of the observed ship's coordinates calculated by the least squares method and generation of excessive measuring, the errors of which are distributed according to mixed laws of the first and second type to confirm the correctness of proposed theoretical methods of evaluating the effectiveness of the observed coordinates;
- universal method of stochastic description of random errors of the navigational measurements with the use of orthogonal decomposition of their density disposal for calculation of observed ship's coordinates according to the general algorithm regardless of the law of measurement errors distribution was offered and developed;
- method of quantitative evaluation of navigation reliability with the use of

intensities of random accident streams and mathematical models developed to determine the a priori probability of confined route passage was developed;

– methods of the a priori evaluation of probability of the safety navigation on a confined route taking into account vector position errors and trajectory errors of ship's handling to minimize the risk of a navigation accident were offered;

– influence of a dynamic model of ship's turn ability used for the prediction of its turn over the value of vector trajectory error of ship's handling by the way of analysis of the offered models to minimize the trajectory error was investigated;

Methods of electronic charts application *were further developed* by using the developed method of evaluation of the a priori probability of safe navigation on a confined route to choose a safe trajectory of ship motion.

The dissertation conducted is of practical importance because its results can be applied in the course of ship's operation and used by the developers of ship navigational information systems.

The practical value of dissertation results is that the obtained theoretical results and programs can be applied during study and will contribute to improvement of the navigators' skills.

Practical results of the dissertation research were implemented by the private higher education institution «Institute of Postgraduate Education» «Odessa Maritime Training Center» for navigators' training (implementation act dated 12.12.2018), Danube Institute of the National University «Odessa Maritime Academy» (implementation act dated 14.02.2019), and Kherson State Maritime Academy (implementation act dated 22.02.2019) for the cadets' and students' training, «CMA Ships of Ukraine» for education, training, and upgrading of navigational officers to ensure safety of navigation (implementation act dated 04.03.2019), branch of «Delta Pilot» of the State Enterprise «Administration of Sea Ports of Ukraine» for safety of navigation (implementation act dated 06.09.2019). The materials of the dissertation research are used in the educational process of the National University «Odessa Maritime Academy» when teaching the discipline «Ship's maneuver and handling» (implementation act dated 18.06.2019),

within the framework of state budget research works of the National University «Odessa Maritime Academy»: «Providing of safety of navigation in congested waters» (№ 0115U003580, 2018) and «Improvement of the methods of safe ship's handling» (№ 0117U005133, 2020) in which the author of this paper took part as executor.

During the dissertation research the following patents were received:

- the patent for the useful model №78679 «Device for information support of pilotage of a sea vessel» which is registered in the State Register of Patents of Ukraine for the useful model dated 25.03.2013;
- the patent for the useful model №134690 «High-accuracy collision avoidance device» which is registered in the State Register of Patents of Ukraine for the useful model dated 27.05.2019;
- the patent for the useful model №134691 «The device for the definition of highly accurate parameters of ships' divergence maneuver at their external operation», which is registered in the State Register of Patents of Ukraine for the useful model dated 27.05.2019.

**Keywords:** safety of navigation, increase of the navigation reliability, likelihood of safety navigation, trajectory error of ship's turn, efficiency of ship's coordinates, method of maximum likelihood, orthogonal decomposition of density disposal, results of in situ observations.

The main results of the candidate's dissertation research were published in the following scientific works:

#### Basic scientific results of dissertation

1. Ворохобин И.И. Разработка теории и методов оценки повышения надежности судовождения: монография / И.И. Ворохобин / – Одесса: НУ «ОМА», 2019 – 252 с; ISBN: 978-966-7591-78-6; [включена до МНБ: Google Scholar].
2. Vorokhobin I. Determination of the Law of Probability Distribution of Nav-

igation Measurements / I. Vorokhobin, A. Golikov, O. Haichenia, V. Sikirin, V. Severin / Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – P. 707-710; [включена до МНБ: Scopus, Google Scholar].

3. Ворохобин И.И. Журнал лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 22. – Одеса: «ВидавІнформ», 2013 – С. 76 – 85; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].

4. Ворохобин И.И. Документирование при планировании и выполнении лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 23. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 45 – 55; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].

5. Ворохобин И.И. Процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах / И.И. Ворохобин., В.В. Северин. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4 . – С. 119 – 126; ISSN 2306-241X; [включена до МНБ: Google Scholar].

6. Ворохобин И.И. Способы предупреждения аварийного происшествия при лоцманской проводке судов / И.И. Ворохобин // Проблеми інформаційних технологій: Зб. наук. праць / ХНТУ. Вип. 1(15). – Херсон: «Херсонський національний технічний університет», 2014 – С. 240 – 245; ISSN 1998-7005; [включена до МНБ: Google Scholar].

7. Ворохобин И.И. Совершенствование структуры лоцманского навигационного устройства / И.И. Ворохобин // Водний транспорт: Зб. наук. праць / КДАВТ. Вип. 2(20). – Київ: «Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного», 2014 – С. 41 – 47; ISSN 2226-8553; [включена до МНБ: Google Scholar].

8. Бобыр В.А. Оценка эффективности судовых эргатических функций / В.А. Бобыр, И.И. Ворохобин // Судовые энергетические установки: научно-технический сборник Вып. 32./ – Одеса: ОНМА, 2014 – С. 74 – 82; [включена до МНБ: Google Scholar].

9. Соколенко В.И. Содержательные алгоритмы планирования пути движения судна в стесненных водах / В.И. Соколенко, И.И. Ворохобин // Суд-

новодіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 24. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 147 – 155; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

10. Ворохобин И.И. Использование полиномов Эрмита в ортогональном разложении плотностей распределения погрешностей измерений навигационных параметров / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. № 4. – С.55 – 64; ISSN 2306-241X; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

11. Мальцев А.С. Маневрирование судов при расхождении / А.С. Мальцев, Е.Е. Тюпиков, И.И. Ворохобин / Одеса: ОНМА, 2013. –246 С; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

12. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В.Северин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 25. – Одеса: «ВидавІнформ», 2015 – С. 40 – 47; ISBN 39.471; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

13. Ворохобин И.И. Количественная оценка безопасности судовождения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2015. – Вып. 21. Одесса: ОНМА. – С. 34 – 39; ISSN 1819-3293; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

14. Ворохобин И.И. Векториальные погрешности, возникающие при повороте судна / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 60 – 64 ISBN 39.471; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

15. Ворохобин И.И. Повышение точности управления судном минимизацией ковариационной матрицы векториальной погрешности его поворота / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: НУ «ОМА». – С. 29 – 32; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [*включена до МНБ: Google Scholar*].

16. Ворохобин И.И. Выражение плотности бокового отклонения судна от программной траектории движения при нормальном законе распределения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА».

Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 56 – 59; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

17. Ворохобин И.И. Определение эффективных координат судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: НУ «ОМА». – С. 25 – 29; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [включена до МНБ: *Google Scholar*].

18. Ворохобин И.И. Преобразование векториальной погрешности в погрешность бокового отклонения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 27. – Одеса: «ВидавІнформ», 2017. – С. 71 – 76; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

19. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной погрешности поворота судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Эксплуатация морского транспорта. Вестник Государственного морского университета им. адмирала Ф.Ф. Ушакова. Новороссийск. – 2017. – выпуск 3 (84). – С. 65 – 69; ISSN 1992-8181 (print); [включена до МНБ: *РИНЦ*; *Google Scholar*].

20. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – № 2(17). – 2017. – С. 14 – 20; ISSN 2313-4763; [включена до МНБ: *Index Copernicus*, *РИНЦ*; *Google Scholar*].

21. Ворохобин И.И. Траекторная погрешность поворота судна и способы снижения ее величины / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017. – С.101 – 104; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus*, *Global Impact Factor*, *Inno Space Scientific Journal Impact Factor*, *ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor*, *Google Scholar*, *Directory of Research Journal Indexing*, *Ulrichs Web Global Serials Directory*, *Union of International Associations Yearbook*, *Scribd*, *Academia.Edu*].

22. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, volume 1. – С. 25 – 31; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].
23. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Д.В. Астайкин, В.Е. Сикирин, И.И. Ворохобин, Б.М. Алексейчук – Saarbrucken, Deutschland / Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с; ISBN 978-3-330-07701-0; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
24. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, В.Г. Алексишин, И.Ю. Фусар // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 28. – Одеса: «ВидавІнформ», 2018 – С. 42 – 47; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
25. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар, Б.М. Алексейчук // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. – С. 84 – 88; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].
26. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ «ОМА». – С. 27 – 33; ISSN 1819-3293; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Google Scholar*].

*Scholar].*

27. Ворохобин И.И. Оценка навигационной безопасности при плавании судов в стесненных водах / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин – LAP LAMBERT Academic Publishing, – 2018. – 240 с; ISBN 978-613-9-87198-8; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

28. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной позиционной погрешности при избыточных измерениях и ее применение. / И.И. Ворохобин // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(22), Issue: 186, 2018. – С. 95 – 99; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].

29. Ворохобин И.И. Влияние закона распределения погрешности бокового отклонения на вероятность безопасного прохождения судном стесненного маршрута / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №5 (33), 2018, volume 1. – С. 30 – 36; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

30. Ворохобин И.И. Определение места судна при избыточных измерениях применением ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, Д.В. Астайкин // Austria - Science, Issue: – 11, – 2018. – С. 39 – 44; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

31. Ворохобин И.И. Свойство ортогональности полиномов Эрмита плотности распределения закона Гаусса ненормированной погрешности навигационных измерений / И.И. Ворохобин // Austria – Science, Issue: –16, –2018. – С. 49 – 56; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

32. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Austria –

Science, Issue: 26, 2019. – С. 3 – 8; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

33. Ворохобин И.И. Применение метода максимального правдоподобия для оценки эффективных координат судна / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №2 (42), 2019, volume 1. – С. 10 – 16; ISSN 2468-5380; [*включена до МНБ: Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

34. Ворохобин И.И. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения навигационных параметров / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №4 (44), 2019, volume 3. – С. 11 – 18; ISSN 2468-5380; [*включена до МНБ: Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar*].

35. Ворохобин И.И. Зависимость вероятности безопасного прохождения судном стесненного района от закона распределения погрешности смещения / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 30. – Одеса: «ВидавІнформ», 2020. – С. 57 – 65; ISSN 2306-5761; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

36. Патент на корисну модель № 78679 України. Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна / А.С. Мальцев, В.В. Голиков, І.І. Ворохобін, В.І. Соколенко /, опубл. 25.03.2013, Бюл. №6. внесок автора: алгоритм оцінки точності проводки судна стислим маршрутом.

37. Патент на корисну модель № 134690 України. Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10. внесок автора: пристарій забезпечений блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності.

38. Патент на корисну модель № 134691 України. Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден при їх зовнішньому управлінні / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10 / внесок автора: пристарій містить блок формування

масиву завданого розміру із значень пеленгу та дистанції між суднами і параметрів їх руху та розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву методом ортогонального розкладання щільності розподілу похибки вимірювання.

Publishing, showing the approbation of materials of the dissertation

39. Gladkykh I. Development Prospects of the Ukrainian Section of the Shipping Route E-40 / I. Gladkykh, A. Golikov, I. Vorokhobin, M. Kulakov // Proceedings of the 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020», September 30 – October 02 , 2020 – Online Conference Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – P. 860-864; [включена до МНБ: Scopus, Google Scholar].

40. Ворохобин И.И. Оценка возможной вероятности обеспечения безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 21-23 травня 2014 р. – Миколаїв : МУК, 2014. – С. 43 – 45; [включена до МНБ: Google Scholar].

41. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотностей распределения погрешностей измерений полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 25 – 27; [включена до МНБ: Google Scholar].

42. Ворохобин И.И. Определение вероятности обеспечения безаварийного плавания судов в стесненных районах / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 161 – 163; [включена до МНБ: Google Scholar].

43. Ворохобин И.И. Формирование процедуры оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных районах / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2015)», – 26–28 травня 2015, Херсон: ХДМА, – С. 99 – 101; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
44. Ворохобин И.И. Определение закона распределения бокового отклонения судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали науково-методичної конференції «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві», - 19-20 листопада 2015, Одеса: НУ «ОМА», – С. 117 – 118; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
45. Ворохобин И.И. Связь плотности погрешности бокового отклонения с плотностью векториальной позиционной погрешности. / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Матеріали науково-технічної конференції «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека», – 16–17 листопада 2016, Одеса: НУ «ОМА», – С. 58 – 59; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
46. Ворохобин И.И. Формальная модель оценки навигационной безопасности судовождения / И.И. Ворохобин // Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016)», 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 119 – 121; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
47. Ворохобин И.И. Двумерная плотность распределения вероятностей векториальной погрешности / И.И. Ворохобин // Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)», 23–25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 98 – 100; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
48. Ворохобин И.И. Векториальная погрешность и ее плотность распределения. / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Сучасні технології проектування, по-

будови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд», 17–18 травня 2017 р., Миколаїв, НУК, 2017, – С. 25 – 26 [*включена до МНБ: Google Scholar*].

49. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 16–17 листопада 2017 – Одеса : НУ «ОМА», 2017. – С. 123 – 125; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

50. Ворохобин И.И. Учет избыточных линий положения при определении координат судна / И.И. Ворохобин // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 2017 – Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 49 – 51; ISSN 5672-2605; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

51. Ворохобин И.И. Розложение плотности распределения обобщенного закона Пуассона в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)», 29–31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 107 – 109; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

52. Ворохобин И.И. Оценка эффективности обсервованных координат при использовании ортогонального разложения плотности погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 15–16 листопада 2018 – Одеса: НУ «ОМА», – 2018. – С. 113 – 116; [*включена до МНБ: Google Scholar*].

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ .....	37
ВСТУП .....	38
<b>РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ОСНОВНИХ НАПРЯМКІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ</b>	
ПРОБЛЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ .....	48
1.1. Аналіз літературних джерел, присвячених проблемі забезпечення безаварійного плавання суден .....	48
1.2. Обґрунтування вибору теми дисертаційного дослідження .....	73
1.3. Висновки з першого розділу .....	74
<b>РОЗДІЛ 2. ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ</b>	
ДОСЛІДЖЕННЯ З ТЕМИ ДИСЕРТАЦІЇ .....	75
2.1. Вибір теми наукового дослідження .....	75
2.2. Методи дослідження дисертаційної роботи .....	77
2.3. Стисла методика проведення дисертаційного дослідження .....	84
2.4. Висновки з другого розділу .....	85
<b>РОЗДІЛ 3. ВПЛИВ ТОЧНОСТІ ПРОВЕДЕННЯ СУДНА СТИСНЕНИМ</b>	
МАРШРУТОМ НА БЕЗПЕКУ СУДНОВОДІННЯ .....	87
3.1. Характеристика надійності судноводіння .....	87
3.2. Апріорна оцінка ймовірності безпечного проведення судна	
стислим маршрутом з використанням двовимірної щільності	
позиційної похиби .....	92
3.3. Метод визначення ймовірності безпечного плавання в стиснених	
районах за допомогою одновимірної щільності розподілу похиби	
бічного відхилення судна .....	102
3.4. Вплив закону розподілу похиби бічного відхилення на	
ймовірність безпечного проходження судном стисненого маршруту	115
3.5. Формування стислого маршруту за допомогою	
електронної карти .....	122
3.6. Висновки з третього розділу .....	127

РОЗДІЛ 4. ЗАЛЕЖНІСТЬ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ ВІД ВЕКТОРІАЛЬНОЇ ПОХИБКИ КЕРУВАННЯ СУДНОМ .....	128
4.1. Модель формування векторіальної похибки керування .....	128
4.2. Визначення величини похибки $S^{(\beta)}$ з урахуванням динамічної моделі обертального руху судна .....	139
4.3. Процедура оцінки навігаційної безпеки повороту судна .....	145
4.4. Вибір оптимального маршруту проведення відображенням навігаційної ситуації з інформацією про безпечність судноводіння .	151
4.5. Висновки з четвертого розділу .....	166
РОЗДІЛ 5. ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ МІСЦЯ СУДНА ПРИ НАДЛИШКОВИХ ЛІНІЯХ ПОЛОЖЕННЯ .....	167
5.1. Щільність розподілу векторіальної похибки визначення місця судна .....	167
5.2. Ефективність обсервованих координат .....	179
5.3. Застосування методу максимальної правдоподібності для оцінки ефективних координат судна .....	186
5.4. Висновки з п'ятого розділу.....	198
РОЗДІЛ 6. РОЗРОБКА УНІВЕРСАЛЬНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ЕФЕКТИВНИХ КООРДИНАТ СУДНА ПРИ НАДЛИШКОВИХ ВИМІРЮВАННЯХ .....	199
6.1. Ортогональне розкладання щільності розподілу похибок вимірювань в ряд Грама-Шарльє типу А .....	199
6.2. Аналіз збіжності щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з її ортогональним розкладанням .....	203
6.3. Використання ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для визначення обсервованих координат судна .....	217
6.4. Оцінка ефективності обсервованих координат судна .....	220
6.5. Висновки з шостого розділу .....	233
РОЗДІЛ 7. ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ Й РЕЗУЛЬТАТИ НАТУРНИХ	

СПОСТЕРЕЖЕНЬ .....	235
7.1. Перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів.....	235
7.2. Імітаційне моделювання для оцінки ефективності обсервованих координат судна при змішаних розподілах похибок ліній положення .....	245
7.3. Висновки за сьомим розділом .....	252
ВИСНОВКИ .....	254
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	257
ДОДАТОК А .....	283
A.1. Вираз оцінки ймовірності безпечного плавання стисненим маршрутом для альтернативної одновимірної моделі .....	284
A.2. Визначення нормальних відстаней $L_{sti}$ і $L_{pti}$ .....	290
A.3. Оцінка ймовірності безпечного проведення судна заданим стисненим маршрутом.....	297
A.4. Порівняльна характеристика двовимірної й одновимірної моделей оцінювання ймовірності проведення судна п'ятьма заданими маршрутами .....	302
ДОДАТОК Б .....	311
Б.1. Динамічні моделі обертального руху судна .....	312
Б.2. Оперативна оцінка безпеки плавання і вибір безпечного маршруту проведення судна під час проходження в порт Чорноморськ .....	327
ДОДАТОК В .....	332
В.1. Ефективність обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за змішаними законами .....	333
ДОДАТОК Г .....	349
Г.1. Ортогональність поліномів Ерміта для ненормованої нормальнії щільності.....	350
Г.2. Виведення розв'язання невласного інтегралу s.....	356

ДОДАТОК Д .....	361
Д.1. Вибірки похибок навігаційних вимірювань .....	362
ДОДАТОК Е .....	408
ДОДАТОК Ж .....	419

## ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ

МПЗЗС-72 – Міжнародні правила запобігання зіткнення суден на морі 1972 року

EOM – Електронна обчислювальна машина

УКХ – Ультракороткі хвилі

ATSM – Autonomous Traffic Management System

AIC – Adaptive inverse control

СУРС – Служба управління рухом суден

MGIS – Marine Geographic Information System

GIS – Geographic Information System

ACO – Ant Colony Optimization

HIC – Навігаційно-інформаційна система

ПМ – Послідовність маневрів

VTMIS – Vessel Traffic Management Information System

IMO – International Maritime Organization

МЕК – Міжнародна електротехнічна комісія

ICO – Міжнародна організація по стандартизації

СОЛАС-74 – Міжнародна конвенція з охорони людського життя 1974 року

DGPS – Differential Global Positioning System

GPS – Global Positioning System

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Визначальною характеристикою торгового мореплавства є його безпека, оскільки більша половина всіх вантажів світового ринку транспортується морем і річковими водними шляхами.

Через збільшення розмірів і зростання швидкостей сучасних суден та підвищення інтенсивності їхнього руху проблема забезпечення безаварійного судноводіння під час плавання в стислих прибережних районах і зараз є однією з найбільш актуальних.

Втрати світового флоту через аварії за кілька останніх десятиріч' склали 1,4% від її загальної кількості, причому в прибережних стислих водах виникає три чверті посадок на мілину та зіткнень суден.

Аварії через посадки на мілину складають 20% від загальної кількості аварій. Вони виникають з причини позиційної похибки контролю місця судна, зокрема у визначенні обмеженої точності місця судна, а також через траєкторні похибки управління, обумовлені недостатнім урахуванням динаміки судна під час його поворотів.

Під стислими водами розуміють райони, де ширина вільного проходу для суден обмежена стосовно навігаційних небезпек, навігаційними умовами або інтенсивним судноплавством. Маневрування судна в обмежених рухом водах утруднено й плавання проводиться за єдино безпечними спеціальними фарватерами або рекомендованими курсами.

Стислим водам притаманні відносно малі дистанції виявлення цілей, швидка зміна ситуацій, гострий дефіцит часу на прийняття рішень щодо маневрування, а також дуже малий запас часу й простору для реакції на несподіваний або неправильний маневр цілі, для корегування власного невдалого маневру, для дій при відмові суднових технічних засобів.

Це, звичайно, свідчить про велику складність умов плавання в стислих водах. З іншого боку ці факти також можуть розглядатися і як недостатня досягненість методів судноводіння, вживаних в стислих водах, їх велику залеж-

ність від особистих і професійних якостей судноводіїв. І тому будь-яке поглипшення або вдосконалення цих методів веде до підвищення безпеки мореплавання, зокрема до зменшення вірогідності людських жертв, екологічних катастроф та економічних втрат, що виникають під час аварій.

У стислих водах навігаційні перешкоди та інтенсивне судноплавство ускладнюють плавання морських суден, створюючи передумови для виникнення аварійних навігаційних ситуацій, що знижують надійність судноводіння. Для забезпечення належного рівня надійності судноводіння слід виявити суттєві чинники її залежності та розробити засоби зниження їх негативного впливу, що потребує розробки методів кількісної оцінки надійності судноводіння та способів забезпечення її належного рівня.

Вказані обставини обумовлюють актуальність і перспективність розробки способів оцінки надійності судноводіння та їхнього покращення.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Під час виконання дисертаційної роботи враховувались рішення Ради національної безпеки й оборони України від 16.05.2008 р. «Про заходи щодо забезпечення розвитку України як морської держави» (указ Президента України від 20.05.2008 р. №463 / 2008), положення Транспортної стратегії України на період до 2020 р. (розпорядження Кабінету Міністрів України від 20.10.2010 р., №2174-р), а також плани наукових досліджень національного університету "Одеська морська академія" в рамках держбюджетної теми «Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання» (№ ДР 0115U003580, 2018 р.), в якій здобувач виконав окремий підрозділ та «Удосконалення методів безпечної управління судном» (№ ДР 0117U005133, 2020 р.), в якій здобувачу належить окремий розділ.

**Мета й завдання дослідження.** Метою дисертаційного дослідження є забезпечення належного рівня безпеки судноводіння шляхом розробки методів підвищення надійності процесу судноводіння в стиснених районах плавання.

Науковою гіпотезою дисертаційного дослідження прийнято припущення

про можливість підвищення надійності судноводіння розробкою та застосуванням методів кількісної оцінки безпеки судноводіння в стиснених водах з використанням сучасних математичних моделей та комп'ютерних інформаційних технологій.

Головною задачею дослідження є розробка методів визначення кількісної оцінки характеристик надійності судноводіння в стислих умовах плавання та шляхи її можливого підвищення.

За допомоги методів теорії дослідження операцій для розв'язання головного завдання дисертації було проведено її декомпозицію на складові завдання, які є незалежними. Головне завдання дисертації було розділено на наступні складові завдання:

1. Синтез методу апріорної оцінки вірогідності безпечного проведення судна стисненим маршрутом з урахуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок керування.

2. Розробка методу кількісної оцінювання надійності судноводіння із використанням інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій, що базується на математичних моделях оцінки апріорної вірогідності проведення судна стисненим маршрутом.

3. Методом максимальної правдоподібності розробити алгоритм оцінки ефективних обсервованих координат судна в разі наявності надмірних вимірювань, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу.

4. Дослідити вплив типу динамічної моделі обертального руху судна на величину векторіальної траєкторної похибки керування.

5. Для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом, який не залежить від закону розподілу похибок вимірювань, розробити універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок вимірювань з використанням ортогонального розкладання їх густини розподілу.

6. Провести комп'ютерне імітаційне моделювання для перевірки коректності методів оцінки ефективності обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань, що розраховані методом найменших квадратів, по-

хиби яких розподілені за змішаними законами першого й другого типу.

7. Сформувати процедуру застосування електронних карт для оцінювання ап'ярної вірогідності безпечної плавання судна стисненим маршрутом і вибору безпечної траєкторії руху з урахуванням траєкторної похибки керування.

**Об'єктом дослідження** дисертації є процес судноводіння.

**Предметом дослідження** є методи підвищення надійності судноводіння.

**Методи дослідження.** Для розв'язання проблеми дисертаційного дослідження було застосовано такі методи:

- системного підходу для визначення методологічного типу проблеми дисертаційного дослідження як проблеми із з'ясованими істотними залежностями;
- дослідження операцій, методи яких визначають методологію дослідження сформульованих у дисертації проблем і забезпечують коректне розділення головного завдання на складові незалежні завдання та формування головної математичної моделі та допоміжних моделей дослідження;
- математичного програмування для розв'язання завдання оптимізації безпечної проведення судна стисненим маршрутом за критерієм вірогідності;
- теорії вірогідності, за допомогою яких проводиться розробка математичних моделей оцінювання ап'ярної вірогідності безпечної плавання судна стисненим маршрутом;
- теорії похибок для розробки методу максимальної правдоподібності визначення координат судна за наявності надмірних вимірювань;
- математичної статистики для використання ортогонального розкладу густини розподілу похибок вимірювання з метою визначення обсервованих координат судна при надмірних вимірюваннях;
- теорії керування, які забезпечують формалізацію залежності траєкторних похибок керування судном від типу динамічної моделі його повороту;
- імітаційного моделювання для перевірки коректності методу визна-

чення ефективності обсервованих координат судна.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає в розробці теоретичних зasad та методологічного забезпечення оцінки надійності судноводіння та її підвищення способами мінімізації векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок керування, які відрізняються використанням розроблених алгоритмів визначення ефективних координат судна за наявності надмірних вимірювань, що базуються на ортогональному розкладанні густини розподілу їх похибок та адекватних прогностичних моделей повороту судна.

Наукові положення обґрунтовані **науковими результатами**.

***Вперше:***

- розроблено спосіб оцінки ефективних обсервованих координат судна за допомоги методу максимальної правдоподібності за наявності надмірних вимірювань, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу, для забезпечення максимальної точності визначення місця судна;

- синтезовано процедуру комп'ютерного імітаційного моделювання оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів за допомоги генерування надмірних вимірювань, похибки яких розподілені за змішаними законами першого та другого типу, для підтвердження коректності запропонованих теоретичних методів оцінки ефективності обсервованих координат;

- запропоновано й розроблено універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань із використанням ортогонального розкладання їхньої щільності розподілу для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом незалежно від закону розподілу похибок вимірювань;

- розроблено метод кількісної оцінки надійності судноводіння шляхом використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій і розроблених математичних моделей для визначення апріорної вірогідності проведення судна стислим маршрутом;

- запропоновано методи апріорної оцінки вірогідності безпечного пла-

вання судна стислим районом застосуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок управління для мінімізації ризику виникнення навігаційної аварії;

- досліджено вплив динамічної моделі обертального руху судна, що використана для прогнозу його повороту, на величину векторіальної траєкторної похибки управління шляхом аналізу запропонованих моделей для мінімізації траєкторної похибки;

*Одержанали подальший розвиток* методи застосування електронних карт шляхом використання розробленого методу оцінки априорної вірогідності безпечного плавання судна стислим маршрутом для вибору безпечної траєкторії руху судна.

Проведеному дисертаційному дослідженю властиве практичне значення, яке полягає у тому, що його результати можуть бути впроваджені на суднах у процесі експлуатації, а також використані розробниками суднових навігаційних інформаційних систем.

Практична цінність результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що теоретичні результати й програми, які одержані в роботі, можуть бути застосовані під час навчання й для підвищення кваліфікації судноводіїв.

Практичні результати дисертаційного дослідження впроваджені приватним вищим учебним закладом «Інститут післядипломної освіти» «Одеський морський тренажерний центр» для підготовки судноводіїв (акт упровадження від 12.12.2018 р.), Дунайським інститутом Національного університету «Одеська морська академія» (акт про впровадження від 14.02.2019 р.) та Херсонською державною морською академією (акт про впровадження від 22.02.2019 р.) для підготовки курсантів та студентів, компанією «СМА Шипс Україна» для навчання, підготовки і перепідготовки офіцерів морських суден по напряму «Судноводіння» з метою забезпечення безпеки плавання (акт впровадження від 04.03.2019 р.), Філією «Дельта-лоцман» Державного підприємства «Адміністрація морських портів України» для забезпечення безпеки мореплавства (акт впровадження від 06.09.2019 р.). Матеріали дисертаційного дослідження використані в навчальному посіданні «Морські системи управління судном» (автор - О.І. Степанов).

лідження використовуються в навчальному процесі Національного університету «Одеська морська академія» при викладанні дисципліни «Маневрування і управління судном» (акт про впровадження від 18.06.2019 р.), в рамках держбюджетних науково-дослідних робіт Національного університету «Одеська морська академія»: «Забезпечення безпеки судноводіння в стислих районах плавання» (№ ДР 0115U003580, 2018 р.), в якій здобувач виконав окремий підрозділ та «Удосконалення методів безпечного управління судном» (№ ДР 0117U005133, 2020 р.), в якій здобувачу належить окремий розділ.

Під час виконання дисертаційної роботи були отримані патенти на корисну модель:

- «Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської провод-ки морського судна» №78679. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 25.03.2013, Бюл. №6;
- «Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден» №134690. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 27.05.2019, Бюл. №10;
- «Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден при їх зовнішньому управлінні» №134691. Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня 27.05.2019, Бюл. №10.

**Особистий внесок здобувача.** Дисертаційна робота виконана здобувачем самостійно: здійснено інформаційний пошук з теми дисертації та аналіз основних напрямків розв'язання проблеми підвищення безпеки судноводіння, проведено розробку методологічного забезпечення з теми дисертаційної роботи, здобувач отримав розв'язання складових завдань дослідження й ним було досягнуто розв'язання головного завдання дисертації, він також формалізував алгоритми, які необхідні для розробки комп'ютерної імітаційної програми, та впровадив результати роботи у виробничий процес.

З наукових праць, які опубліковані ним у співавторстві, у дисертаційній роботі використані лише ті положення, які належать автору особисто: засто-

сування виразу щільності розподілу векторіальної позиційної похибки для формування алгоритму розрахунку ефективних координат судна за надмірних вимірювань [140]; загальний вираз щільності бокового відхилення судна від програмної траєкторії руху [142]; використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій як характеристики надійності судноводіння [154]; процедура врахування надмірних ліній положення під час визначення координат судна [155]; визначення вірогідності безаварійного плавання судна в стиснених водах [173,194]; використання поліномів Ерміту в ортогональному розкладанні щільності розподілу похибок вимірювань [174,184,187]; математична модель оцінки вірогідності безаварійного плавання судна в стиснених водах [175,176]; залежність похибки бокового відхилення судна від векторіальної позиційної похибки [179,199]; загальний вираз щільності розподілу векторіальної похибки повороту судна [180]; способи зниження величини траєкторної векторіальної похибки повороту судна [181]; розробка загального способу стохастичного опису випадкових похибок [182]; процедура визначення ефективності використання поліномів Ерміту для ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювань [183,195]; спосіб визначення місця судна використанням ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювань [185]; дослідження залежності точності координат судна від способу їх розрахунку [190,193]; процедура визначення вірогідності безаварійного проведення судна стисненим маршрутом [196,197]; процедура визначення закону розподілу похибки бічного відхилення судна [198]; щільність розподілу векторіальної похибки [202]; процедура стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань [203], перевірка застосування загального розподілу Пуасону з допомогою експериментальних даних похибок вимірювання, одержаних в натурних спостереженнях [218], спосіб аналітичної оцінки ефективності суднових ергатичних функцій [223], алгоритм планування маршруту судна в стислих водах, який управляет і контролює процес переміщення судна по траєкторії [224], спосіб визначення смуги руху судна на криволінійній траєкторії [225], спосіб розрахунку приросту радіусу дуги водного

шляху на криволінійних ділянках каналу [227].

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати і положення роботи доповідалися, обговорювалися і були схвалені на Всеукраїнських та Міжнародних науково-практичних, науково-технічних і науково-методичних конференціях: «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд» (Миколаїв, 21-23 травня 2014 р.), «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві» (Одеса, 18-19 листопада 2014 р.), «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві» (Одеса, 19-20 листопада 2015 р.), «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека» (Одеса, 16-17 листопада 2016 р.), «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2015)» (Херсон, 26-28 травня 2015 р.), «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016)» (Херсон, 24-26 травня 2016 р.), «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)» (Херсон, 23-25 травня 2017 р.), «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд» (Миколаїв, 17-18 травня 2017 р.), «Розвитие науки в XXI веке» (Харків, 15 вересня 2017 р.), «Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 16-17 листопада 2017 р.), «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)» (Херсон, 29-31 травня 2018 р.), «Транспортні технології (морський та річковий флот): інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація» (Одеса, 15-16 листопада 2018 р.), 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020» (Kaunas, Lithuania, September 30 – October 02 , 2020).

**Публікації.** За результатами виконаних досліджень автором опубліковано 49 наукових праць (з них 18 одноосібно) та 3 патенти на корисну модель, в тому числі: в наукових профільних виданнях, що входять до переліку МОН України - 19 наукових статей [142,173-179,182,184,193,206,219-224,226] та в монографії [172]; в зарубіжних наукових профільних виданнях – 12 наукових

статей [180,181,183,185-192,218] та 2 монографії [140,154]; 1 навчальний посібник [225]; у збірниках матеріалів наукових конференцій – 14 доповідей [155,194-205,227].

**Структура роботи.** Дисертація складається зі вступу, семи розділів, висновків, списку використаних літературних джерел (227 найменувань) і додатків. Загальний обсяг роботи становить 448 сторінок та містить 128 рисунків, зокрема: 256 сторінок основного тексту, 26 сторінок списку використаних джерел, 166 сторінок додатків.

## РОЗДІЛ 1.

### АНАЛІЗ ОСНОВНИХ НАПРЯМКІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ

#### 1.1. Аналіз літературних джерел, присвячених проблемі забезпечення безаварійного плавання суден

Проведений аналіз літературних джерел за проблеми забезпечення безаварійного плавання суден виявив такі актуальні аспекти її розв'язання:

1. Розробка методів попередження зіткнення суден у стиснених районах інтенсивного судноплавства.
2. Застосування сучасних інформаційних технологій для підвищення безпеки судноводіння.
3. Розробка методів оцінювання безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання та підвищення точності визначення місця судна.

Одним із центральних напрямків забезпечення безаварійності судноводіння полягає в розробці методів попередження зіткнення суден у стиснених районах плавання і йому присвячені детальні дослідження багатьох вітчизняних і закордонних учених, аналіз основних робіт яких наводиться нижче.

Два підходи до керування суднами в ситуації небезпечного зближення розглянуто в роботі [1]. Першим із них є локально-незалежне керування, згідно з яким кожне із суден ухвалює власне рішення про маневр розходження в рамках вимог МППЗС-72 в частині маневрування суден, випливаючи з параметрів ситуації зближення з кожною із цілей та не враховуючи ситуації зближення між цілями.

Другий підхід передбачає повне зовнішнє керування системою суден, що зближаються, який враховує всі парні ситуації зближення суден і визначає їхні взаємоузгоджені маневри.

Для обох підходів щодо керування суднами під час небезпечного зближення розроблено способи вибору оптимальних стратегій розходження, які

враховують наявні навігаційні перешкоди й динаміку судна, яке маневрує. Проведено комп'ютерне імітаційне моделювання запропонованих методів керування суднами під час небезпечного зближення.

Основні дослідження з проблематики попередження зіткнення суден присвячені розвитку методу локально-незалежного керування в ситуації небезпечного зближення, оскільки зараз він є основним методом розходження суден.

Алгебра логіки застосована для формалізації МППЗС-72, яку викладено в роботі [2], причому запропоновано три ділянки на площині в системі координат з осями часу й дистанції найкоротшого зближення. При попаданні судна в одну із областей виникає взаємодія обох суден згідно з вимогами МППЗС-72.

У роботі [3] з припущенням про незмінність параметрів руху зустрічних суден запропоновано синтез оптимального керування судном при розходженні методами теорії оптимальних дискретних процесів. Пошук локально оптимальної траєкторії розходження судна з цілями проводиться із застосуванням ЕОМ методом чисельного розв'язання, що використовує апарат теорії оптимальних дискретних процесів.

У роботах [4-7] представлено формалізацію процесу розходження суден, як взаємодію конфліктуючих сторін за критерієм економічності руху, причому в роботі [4] викладено застосування диференційних ігор до формалізації процесу розходження.

Уперше спробу формалізації процесу розходження судна із кількома цілями з допомогою методів теорії оптимального керування з урахуванням вимог МППЗС-72 розглянуто в роботі [5], в якій запропоновано систему керування, що складається з динамічної моделі стану керованого судна, з допомогою якої прогнозується рух судна й небезпечних цілей при заданих збуреннях і різних керуючих діях та алгоритму пошуку безпечної маневру. Таким чином, за прийнятим критерієм оптимальності можна визначити необхідні керуючі дії, з урахуванням розглянутої в роботі формалізації вимог МППЗС-72.

Із появою теорії позиційних диференційних ігор сформувався альтернативний підхід до формалізації процесу розходження, який заснований на застосуванні теорії ігор. З цієї причини початкова модель була значно доповнена, як показано в роботах [6, 7]. Запропоновано математичну модель, яка аналітично описує судно й всі цілі як динамічну систему. Для опису її поточного стану використано фазовий вектор, що змінюється в часі відповідно до диференційних рівнянь руху. Пошук оптимальних значень стратегії розходження здійснюється в термінах лінійного програмування, для чого необхідна лінеаризація нелінійних обмежень.

Процес розходження судна з поодинокою ціллю, вважаючи параметри руху зустрічної цілі незмінними, досліджено в роботах [8, 9], у яких методами оптимального керування одержано аналітичні вирази, що описують допустимі ділянки безпечних курсів і швидкостей суден.

У роботах [10, 11] розглянуто питання розробки аналітичного апарату визначення реалізованої ділянки взаємних обов'язків суден, що небезпечно зближуються, а також запропоновано процедури визначення граничної допустимої дистанції найкоротшого зближення між суднами. Питання оцінки небезпечності ситуації розходження суден розглянуті в роботах [12, 13], причому в роботі [12] запропоновано процедуру формалізації контролю поточної ситуації й управлінню нею, а різні аспекти відображення ситуації розходження суден обговорюються в роботі [13].

У монографіях [14, 15] викладено метод нелінійної інтегральної інваріантності, який застосовано для аналітичного опису процесу розходження суден і розробки системи попередження їхніх зіткнень [16, 17]. Згідно з роботою [15], метод нелінійної інтегральної інваріантності забезпечує формування стратегії керування динамічною системою, при якій має місце інваріантність деяких фазових координат керованої системи щодо поточних зовнішніх збурень. Як такі збурення в завдання розходження розглядається багатовимірний вектор швидкостей і курсів зустрічних цілей, що ускладнюють рух судна, а інваріантними координатами запропоновані відстані від судна до зустрі-

чних цілей. У роботі стверджується, що згаданий метод забезпечує визначення допустимої ділянки стратегій розходження судна для можливих найгірших для процесу розходження значень параметрів руху кожної із зустрічних цілей.

Реалізація пропонованих теоретичних концепцій створення систем формування безпечноного маневру, як зазначається в роботах [16, 17], пов'язана із труднощами при визначенні множини допустимих маневрів розходження, що відповідають вимогам МППЗС-72, безпечноого розходження з цілями, та врахуванню навігаційних перешкод. Причому запропоновано процедури врахування кожного з перелічених обмежень і запропоновано метод їх спільного врахування.

Процедуру врахування та алгоритмізації МППЗС-72 при виборі однокрокових стратегій розходження запропоновано в роботах [18, 19], у яких розглянуто систему парних відносин на множині всіх спостережуваних цілей і запропоновані композиції, породжуваних ними функцій. У результаті визначається ціль для вибору завдання розходження та виділяється множина цілей, які зближуються з нею.

Робота [20] присвячена основним питанням проблеми безпечноого розходження суден і шляхи їх розв'язання. Вибір оптимального курсу для розходження суден під час криволінійного руху розглянуто в публікації [21], а в роботі [22] розглянуто технічні засоби попередження зіткнень суден в стиснених водах.

У роботі [23] розглянуто складні ситуації небезпечного зближення в стиснених водах, коли обмежена пропускна здатність сприйняття інформації судноводієм унеможлилює обробку її необхідного обсягу, що ускладнює прийняття коректних рішень.

Визначення параметрів безпечноного маневру розходження судна з ціллю з урахуванням навігаційних перешкод розглянуто в роботах [24-26], причому в роботі [24] запропоновано формалізацію навігаційних перешкод для їх урахування під час вибору маневру розходження в ситуації небезпечного зближення. Умову існування множини допустимих маневрів розходження з урахуван-

ням наявності навігаційних перешкод у районі маневрування суден, що зближуються, одержано в роботі [25], а в роботі [26] наведено розв'язання завдання урахування лінійної навігаційної перешкоди під час розходження суден.

У роботі [27] розглянуто різні способи запобігання зіткнень суден, до яких належать оглядові, радіолокаційні і УКХ-радіохвильові, а також такі, як теорії нечітких множин, генетичного алгоритму й домен судна. Показано, що ці методи важко застосувати в ситуаціях небезпечного зближення групи суден. У зв'язку з цим в роботі для попередження зіткнень суден запропоновано Алгоритм пошуку (DLSA), згідно з яким кілька суден спілкуються в межах певної зони методом УКХ – радіохвиль. Ґрунтуючись на інформації, отриманої від сусідніх суден, алгоритм пошуку DLSA обчислює ризик зіткнення. У даному дослідженні також розроблено Децентралізований Табу Алгоритм пошуку (DTSA). Були проведені експерименти порівняльної ефективності алгоритмів DLSA та DTSA й виявилось, що DTSA перевершив DLSA.

Дослідження питань екстреного маневрування суден для розходження в ситуації надмірного зближення стосуються роботи [28, 29], а в публікації [28] викладено формування стратегії розходження суден в такій ситуації. У роботі [29] розглянуто визначення параметрів маневру розходження в ситуації надмірного зближення з урахуванням кутової швидкості судна.

Аналіз результатів імітаційного моделювання процесу розходження суден показав недоліки МППЗС-72 стосовно маневрування суден в ситуації небезпечного зближення наведено в роботі [30].

Докладним дослідженням ситуації небезпечного зближення пари суден і визначення умов існування множини безпечних маневрів розходження присвячені роботи [31-34], в яких також розглянуто процедуру вибору оптимального маневру за критерієм втрат ходового часу.

Проблему безпечного розходження з урахуванням особливостей їхньої взаємодії розглянуто в роботі [35], в якій показано, що взаємодія виникає під час небезпечного зближення суден та визначає взаємні обов'язки в процесі

розходження. У роботі проведено формалізацію бінарної координації, що визначає тип взаємодії суден згідно з МППЗС-72, а під час надмірного зближення суден в ситуації невизначеності їх подальшої поведінки та відсутності координації запропоновано стратегію екстреного розходження.

Індекс ризику зіткнення суден є основним показником попередження зіткнень суден, як показано в роботі [36], в якій аналізуються переваги та недоліки різних методів розрахунку індексу ризику зіткнення суден. Наведено модель оцінювання ризику зіткнення суден на основі комплексної площини, на якій індекс ризику зіткнення будується у вигляді тривимірного зображення просторової кривої індексу ризику. Реалізація запропонованої моделі потребує одиночного мікрокомп'ютерного чіпу для використання в системі прийняття рішень щодо забезпечення безavarійного процесу судноводіння.

У роботах [37-43] розглянуто процедури розрахунку параметрів маневру безпечного розходження суден з урахуванням їхньої інерційності під час виконання повороту з використанням різних моделей обертального руху судна. Наведена найбільш проста модель повороту судна з постійною кутовою швидкістю, а також більш складні моделі при використанні диференційних рівнянь другого та третього порядків відносно поточного курсу судна. У роботі [42] запропоновано процедуру розрахунку характеристик поворотності судна за матеріалами експерименту, проведеного в натурному експерименті, а результати імітаційного моделювання процесу розходження суден з урахуванням їхньої динаміки наводяться в роботі [43].

З метою підвищення безпеки та ефективності керування суднами, як повідомляється в статті [44], розроблено систему ATSM (Autonomous Traffic Management System), в якій використовуються дані AIC з судна-тренажера Shioji Maru, та дані радіолокаційного спостереження про переміщення суден в Токійській затоці для оцінювання умов судноплавства. Наступним етапом роботи системи ATSM є розрахунок оптимальних траекторій переміщення всіх суден в районі з допомогою розробленої програми Forward Dynamics Programming, використання якої скорочує час входу в Токійську затоку до 4%.

Визначенню параметрів динамічної моделі обертального руху судна за натурними спостереженнями присвячена робота [45], а стратегія розходження суден в морі шляхом зміщення на паралельну лінію шляху наведено у монографії [46], в якій показано, що оптимальна стратегія розходження вибирається з множини можливих варіантів за комплексним критерієм, залежного від вимог до безпеки, завчасності, помітності та економічності маневру для запобігання зіткненням.

Координованість бінарних взаємодій, як характеристик взаємодій суден в разі їхнього небезпечного зближення, розглянуто в роботі [47], в якій також запропоновано визначення ефективності координованості, для розрахунку чисельної оцінки якої отримано аналітичні вирази. У роботі для групи суден, що небезпечно зближуються, запропоновано математичну модель їх взаємодії за різних типів керування.

Принцип дії автономної суднової системи ухилення від зіткнення викладено в роботі [48], в якій також розглянуто вимоги до автономної навігації та зазначається, що дослідження з автоматизації керування судном можуть проводитися в класичному або комп'ютерному підходах. Причому класичний підхід засновано на математичних моделях, а комп'ютерний – базується на використанні експертних методів, нейромереж, еволюційних алгоритмів, логіки фузі та гіbridних систем.

Математичні моделі формування суднової безпечної зони запропоновано в публікаціях [49, 50], які містять системний облік істотних чинників, орієнтованих на практичне використання в процесі плавання судна.

Контроль та керування рухом судна, як багаторівневої системи, яка управляет судновими системами під час його переходу між портами розглянуто в статті [51], в якій показано відповідність між функціональними шарами контролю й судновими підсистемами наведеної системи.

У роботах [52-54], показано шляхи розв'язання завдання формалізації й вибору оптимального маневру розходження, в яких зазначається, що процес керування рухом судна є багатовимірним із нелінійними й нестационарними

характеристиками, а задача носить ігровий характер.

У роботах [55, 56] розглянуто застосування віртуальних ділянок для за-  
безпечення безаварійного плавання в стиснених водах, причому в роботі [55]  
викладено спосіб формування безпечної ділянки в суднових системах навіга-  
ційної інформації, а в роботі [56] розглянуто процедуру відображення віртуа-  
льної безпечної ділянки судна на електронній карті.

Базову модель процесу безпечного керування судном у ситуації небезпе-  
чного зближення із використанням моделі гри декількох об'єктів запропоно-  
вано в статті [57], яка містить нелінійні рівняння стану та нелінійні, змінюва-  
ні в часі обмеження змінних стану. У першому наближенні, як модель керу-  
вання процесом розходження, прийнята модель багатокрокової матричної гри  
у вигляді двоїстої завдання лінійного програмування. Для визначення безпеч-  
ної траєкторії власного судна була розроблена комп'ютерна програма ігрового  
керування GSC, за допомогою якої одержані аналітичні результати були пере-  
вірені та підтвердженні прикладами комп'ютерного моделювання у реальній  
навігаційної обстановці.

У роботі [58] наведено аналіз МППСС-72 щодо запобігання зіткненню  
суден на морі, зокрема коментуються положення пунктів 2 і 3 Правила 17. У  
даній публікації, враховуючи, що розміри суден та їхні швидкості збільшили-  
ся, що потребує тривалішого часу й більшої відстані до їх повної зупинки,  
пропонується перевага пункту 2 Правила 17 над пунктом 3.

Штучну нейронну мережу синтезу безаварійного маневру ухилення в си-  
туаціях небезпечного зближення суден та шість методів оптимальної теорії  
ігор описано в статті [59], в якій показано, що можливе визначення безпечної  
траєкторії руху власного судна під час розходження з іншими суднами для  
умов хорошої та обмеженої видимості за допомоги оптимальних алгоритмів  
керування методами теорії ігор. Прикладами комп'ютерного моделювання си-  
туації зближення судна із вісімома зустрічними цілями, для яких були визна-  
чені безпечні власні суднові траєкторії, чим були проілюстровані теоретичні  
результати статті.

У роботі [60] запропоновано метод neural fuzzy system для оцінювання ризику зіткнення суден, котрий одержаний на підставі результатів останніх досліджень проблем безпеки морського судноплавства й може бути створений з урахуванням переваги штучної нейронної мережі в системі fuzzy. Отримані в роботі результати підтвердили переваги нового методу порівняно з традиційними методами.

Оцінювальна система дій для ухилення від зіткнення з поодиноким судном розглянута в роботі [61], в якій описана моделююча схема трьох рівнів, що базується на технології синтезу. Принцип дії модулів базується на перетворенні координат в геометричній моделі, чим визначаються оцінка ризику зіткнення та параметри маневру розходження.

Роботи [62-67] присвячені питанням удосконалення технології зовнішнього керування рухом суден у районах контролю СУРС. Причому СУРС, як зазначається в роботі [62], не має технічних можливостей контролювати рух суден на ділянках скучення суден для забезпечення безпеки судноплавства, тому в статті запропонований новий фузі-метод, як додаток до системи ухилення від зіткнення. У Морську географічну інформаційну систему MGIS (Marine Geographic Information System) вводяться дані СУРС і АІС, що дають підставу для визначення моделі захисного кола й небезпечного індексу. Точне прогнозування часу й позиції зіткнення може бути отримано з використанням аналітичної моделі морської системи GIS.

Поняття ситуативного збурення введено в роботі [63], в якій наведені характеристики збурення, що визначають його значення в різних ситуаціях та одержано аналітичні залежності для визначення ділянки постійних значень ситуативного збурення, причому й запропоновано графічний спосіб визначення його величини залежно від дистанції між суднами, гранично-допустимої дистанції та курсу судна з більшою швидкістю. Наведено приклад початкових ситуацій зближення суден для значень ситуативного збурення, яке дорівнює 1 і 2.

Як зазначається в роботі [64], використовуючи принципи повного зовні-

шнього керування процесом розходження суден, засновано підходи формування безпечних траєкторій руху суден за допомогою експертних знань, які надаються судноводіям та службам руху суден. У статті пропонується процедура планування траєкторій руху суден спеціалізованими алгоритмами їх узгодження шляхом попередніх домовленостей до взаємно узгодженого рішення з метою оптимізації траєкторій без зовнішнього управління.

Питання вибору маневру розходження кількох суден зміною курсів або швидкостей розглянуті в роботах [65-69]. Причому використання небезпечної ділянки курсів двох суден для вибору безпечного маневру розходження розглянуто в роботі [65], а процедуру вибору маневру розходження трьох суден зміною курсів під час їхнього зовнішнього керування наведено в роботах [66,67].

Роботу [68] присвячено питанням керування групи суден у ситуації небезпечного зближення, причому запропоновано різні принципи вибору сумісної стратегії розходження й проведено їхній аналіз, а в роботі [69] запропоновано вибір оптимальної стратегії керування суднами зміною курсів для безпечного розходження в умовах можливого зіткнення.

Ситуацію небезпечного зближення суден в стиснених водах розглянуто в роботі [70], в якій неможливе безпечне розходження зміною курсу. Попередження можливого зіткнення суден під час зовнішнього керування досягається маневром зміни швидкостей обох суден за допомогою ділянок небезпечних швидкостей. Також у роботі сформульована умова існування маневру розходження зміною швидкості з урахуванням інерційних характеристик суден, одержані необхідні аналітичні вирази для формування областей небезпечних швидкостей.

Процедуру розрахунку системою керування рухом суден зміни курсу одного або обох суден, які небезпечно зближаються, запропоновано в роботі [71], в якій одержано вирази похідних дистанцій найкоротшого зближення курсом одного, а також курсами обох суден, які характеризують швидкість зміни дистанції найкоротшого зближення під час зміни курсів суден. У роботі

також отримані інтегральні рівняння, розв'язання яких дозволяє знайти необхідні для безпечноного розходження курси одного або обох суден.

У статті [72] одержано умову існування множини маневрів розходження пари суден зміною їхніх швидкостей і наведено аналітичні вирази одержаної умови з урахуванням вибраного режиму гальмування суден.

Спосіб вибору безпечних курсів ухилення суден під час зовнішнього керування за допомогою ділянок неприпустимих значень курсів суден запропоновано в роботі [73]. У ній показано, що при повороті через інерційність судна знижується дистанція найкоротшого зближення, причому одержано аналітичний вираз для розрахунку уточненого значення граничної відстані з урахуванням інерційності судна, а також запропоновано процедуру вибору маневру розходження зміною курсу одного із суден.

У роботі [74] розглянуто систему бінарної координації, що регулює взаємодію двох суден при небезпечному зближенні при їх стандартному маневруванні зміною курсу судна. Вказано, що при формуванні системи бінарної координації необхідно враховувати вимоги закону необхідної різноманітності Ешбі та одержано аналітичні умови цієї вимоги, які полягають у компенсації ситуативного збурення судном з більшою швидкістю або обома суднами.

Процедурі комп'ютерного графічного визначення оптимального маневру розходження двох суден шляхом зміни їх швидкостей при збереженні незмінними курсів присвячена стаття [75], в якій наведено чисельний приклад конкретного варіанта небезпечної ситуації зближення й реалізація запропонованої процедури.

Використанню теорії матричних ігор для синтезу системи безпечноного контролю судна в ситуації небезпечної зближення присвячено статтю [76], у якій проведено аналіз чутливості алгоритму суднового контролю відносно неточності інформації про стан процесу. На прикладі ситуації плавання в протоці Kattegat для гарної та обмеженої видимості порівнювались параметри чутливості.

У роботі [77] розглянуто два типи керування процесом розходження па-

рою суден в умовах небезпечного зближення. Перший із них є локально-незалежним керуванням, коли необхідна координація маневрів взаємодіючих суден, що обумовило розгляд принципу бінарної координації взаємодії пари суден, причому в статті вказуються методи вибору оптимальної стратегії розходження при цьому типі керування. Другий підхід до керування пари суден в ситуації небезпечного зближення реалізується за допомоги принципу повного керування системою двох суден зовнішнім управлінцем, для якого розглядається можливість визначення безпечної маневру розходження з допомогою ділянки небезпечних курсів, а також розглянута можливість безпечної розходження суден використанням ділянки небезпечних швидкостей.

Алгоритм на основі АСО для планування траєкторії судна досліджується в роботі [78], у якій розглянуто новий підхід до розв'язання проблеми планування шляху для судна, який базується на колективній поведінці колоній мурашок. Проблема пошуку оптимальної траєкторії для судна розглядається як багатокритеріальне завдання оптимізації, критеріями якого є безпека шляху, довжина шляху, відповідність міжнародним правилам запобігання зіткненням на морі й плавність ходу.

Ситуація небезпечного зближення двох суден, що характеризується ситуативним збуренням, значення якого залежить від співвідношення дистанції найкоротшого зближення й граничної дистанції аналізується в роботі [79], у якій ситуативне збурення може дорівнювати одиниці, коли розходження проводиться стандартним маневруванням, і при значенні, яке дорівнює двом, використовується маневр екстреного розходження. До системи бінарної координації сформована вимога закону необхідної різноманітності Ешбі, який передбачає відповідність різноманітності наявних курсів ухилення судна різноманітності можливих небезпечних курсів зближення. У роботі встановлено, що ця вимога закону Ешбі виконується за компенсації ситуативного збурення або одночасним маневром обох суден, або маневром судна з більшою швидкістю.

Роботу [80] присвячено попередженню зіткнень суден методами зовніш-

нього керування процесом розходження з використанням небезпечної ділянки швидкостей суден.

Значна кількість публікацій присвячено методам моделювання руху судна, які забезпечують більш ефективний і безаварійний процес судноводіння.

Значна роль у забезпеченні безпеки судноводіння, як зазначається в роботі [81], належить навігаційно-інформаційній системі (НІС) судна, про яку та про електронні карти в роботі представлені докладні відомості, причому розглянуто принципи відображення інформації НІС та наведені характеристики складових частин.

Завдання утримання морського об'єкту за заданим курсом в заданій точці розглянуто в роботі [82] в термінах нелінійної завдання керування. У роботі наводиться синтез алгоритму за допомогою нелінійного фільтру Калмана з локальними ітераціями для вибору заданого закону керування, призначеного оцінювати поточний стан системи. Як показує проведене моделювання, можлива стабілізація курсу до  $2^\circ$  за утримання судна з точністю не менше 4-8 м відносно заданої точки.

Поняття послідовності маневрів (ПМ) введено в публікації [83], під яким мається на увазі набір елементарних керуючих дій на великотоннажне судно, що необхідні для виконання деякої технологічної операції, наприклад, постановка на якір, швартування тощо. Формування ПМ відбувається в результаті аналізу й синтезу окремих маневрів за допомогою математичної моделі руху судна та досвіду маневрування.

У роботі [84] викладено теорію керування динамічними об'єктами зі змінними параметрами з позицій синергетики, в якій розглянуто архітектуру нейромережей та наведено опис традиційних систем керування й застосування нечіткої логіки для керування, причому наведені приклади синтезу нейромережевих систем керування.

Високоточне керування судном в стиснених районах розглянуто в роботах [85-87], причому динамічні моделі обертального руху повороту судна з

урахуванням часу перекладання пера керма наведені в роботах [86, 87].

Математичний апарат необхідний для моделі руху судна при зміні курсу запропоновано в роботі [88], в якій наведено залежності зміни кутової швидкості й кута дрейфу під час повороту, що одержані в результаті інтегрування класичної системи диференційних рівнянь, для чого потрібна ідентифікація коефіцієнтів за даними натурних випробувань за допомоги методу найменших квадратів для нелінійних залежностей.

Питання комплексування сучасних інформаційних технологій в регіональних структурах керування рухом суден на внутрішніх водних шляхах розглянуто в публікації [89] та показано зв'язок їх із супутниковими системами високоточного визначення місця рухомих об'єктів.

У роботі [90] розглянуто інтелектуальну систему прогнозування руху судна, що за допомоги штучної нейроної мережі імітує процес навчання автономного блоку керування. За входними сигналами блок керування обчислює значення необхідних параметрів маневрування судна в стиснених умовах плавання, причому завданням системи є контроль параметрів судна та прогноз їхніх значень після певного інтервалу часу накопичення.

У роботі [91] наведено результати розробки інформаційної системи імітаційного моделювання руху суден із використанням складних динамічних моделей, що враховують залежності параметрів руху від кута кladki керма й обертів двигуна. Новий тип формування маневрів судна з контролем його реалізації може бути забезпечено цією системою. Однією із функцій системи є відображення заданого маневру в процесі маневрування судна одночасно з фактичним рухом судна та з індикацією прогнозованої траєкторії.

Розв'язання системи диференційних рівнянь руху судна, як показано в роботі [92], що описують керованість судна, може бути одержано при достатньо загальних припущеннях про характер діючих на судно сил і моментів. Завдяки нелінійній залежності сил, які діють на корпус судна, від швидкості руху судна під час повороту можливий рух судна, як у бік перекладання кер-

ма, так і в протилежний бік. Визначення можливого положення рівноваги системи для конкретних умов і режимів руху може бути виконане методами не-лінійної механіки.

Метою кандидатської дисертації [93] є підвищення якості автоматичного керування річковим судном під час повороту на заданий курс шляхом створення нових більш ефективних алгоритмів керування й налаштування авторульового, а методи формування закону керування, які використані для побудови адаптивного за швидкості астатичного регулятору стану розглянуто в роботі [94].

У публікації [95] розглянуто автоматичне керування рухом судна з фіксованим кутом дрейфу заданим курсом, при якому також завдається швидкістю бічного руху судна під час швартування з одночасною стабілізацією заданого курсу. Закони керування рухом судна наводяться в даній публікації при допущенні, що система стабілізації судна повністю спостережувана й керована, за рахунок чого підвищується ефективність роботи авторульових.

Коефіцієнти впливу параметрів математичної моделі судна на його маневрені характеристики запропоновано в роботі [96], зокрема як початкова повороткість, радіус сталої циркуляції, та всі характеристики отримання.

Два завдання оптимізації під час розробки моделей морського руху розглянуто в роботі [97], до яких належать оптимізація параметрів водних шляхів для певного вибраного судна й заданих гідрометеорологічних умов та оптимізація параметрів судна для певних заданих параметрів водних шляхів і гідрометеорологічних умов. Розв'язання сформульованих завдань оптимізації здійснюється методами математичного й електронного моделювання руху суден і водних шляхів. Для розв'язання цих завдань використані матеріали статистичної обробки модельних випробувань, які розроблені Інститутом морської навігації Щецинської вищої морської школи й дозволяють врахувати численні розрахунки конкретних варіантів у проектно-конструкторських бюро. У роботі [98] наведено програму й результати статистичного моделювання про-

цесу руху суден лінійним фарватером, причому виявлено вплив параметрів навігаційних умов плавання на кількість ситуацій небезпечного зближення.

Опис проектування системи керування судноплавством VTMIS у турецьких протоках наведено в статті [99], у якій показано, що імітація й моделювання руху суден ведуть до зростання безпеки судноплавства в стиснених водних шляхах з інтенсивним судноплавством. У статті наведено модель імітації потоку суден, керування судном і моделі прогнозу гідрографії. У математичній моделі враховуються, як інтенсивність транспортного потоку, так і умови стану зовнішнього середовища. У статті також обговорюються використання імітаційних програм для запобігання морських аварій на водних шляхах.

Питанням оцінювання, прогнозування й оптимізації процесу судноводіння за допомогою бортових автоматизованих систем присвячено роботу [100], в якій розглянуто методи прогнозування мореплавства та принципи вибору судноводієм рішень для забезпечення безаварійного плавання судна в штормових умовах.

Ідентифікація параметрів моделей маневрування суден розглянута в роботі [101], для чого використовується метод рекурсивного найменшого квадрату, який реалізовано на основі векторних машин підтримки. У статті вказується, що основним підходом до оцінювання моделей маневрування суден вважається ідентифікація системи в поєднанні з повномасштабним або вільним модельним тестом. Застосування рекурсивного методу найменших квадратів призначено для он-лайн ідентифікації моделей маневрування суден.

У роботі [102] описано патент на пристрій керування поздовжнім рухом судна, який дозволяє підвищити точність роботи контуру керування судном. До його складу належать датчики кута перекладання керма й кутової швидкості повороту судна, пристрій установки й регулятор шляхового кута та приймач супутниковых навігаційних систем.

Синтез алгоритму керування рухом судна розглянуто в роботі [103], причому передбачається стабілізація судна на траєкторії за критеріями економіч-

ності й точності з урахуванням можливих збурень і нелінійної моделі судна. Для ідентифікації математичної моделі судна використано альтернативну фільтрацію із застосуванням лінійно-квадратичного методу.

У статті [104] розглянуто властивості лінійних моделей маневрування суден, а також у ній представлено нові результати про властивості лінійної динаміки судна.

Метод синтезу корегуючих пристройів системи керування динамічним об'єктом описано в роботі [105], в якій запропоновано процедури визначення параметрів передавальних функцій, що відповідають змішаним вимогам, для чого використано розв'язання системи лінійних рівнянь.

З використанням теорії самоналагоджувального керування призначеним полюсів автоматизованих систем керування в Токійському університеті торгового флоту, як повідомляється в статті [106], розроблено адаптивний авторульовий, який ураховує маневрені характеристики судна й поточні умови плавання.

У роботі [107] розглянуто сучасні способи керування судном з використанням новітніх технічних пристройів, що забезпечують виконання заданих маневрів у найкоротший час. У роботі викладено результати дослідження співробітниками Технічного науково-дослідного інституту (Японія), які одержано з використанням класичного методу варіаційного числення. Наведено розв'язання завдань для різних типів маневрів, наприклад, для зупинки судна в заданій позиції за найкоротший час. Також описується спосіб виконання маневру за допомогою керма, гвинта регульованого кроку, носового й кормового підрульючих пристройів, причому випробування, що проводилися на навчальному судні "Сиоміті мару", підтвердили ефективність способів виконання маневрування в найкоротший час.

У роботі [108] наведено методику оцінювання особливостей керування судном під час плавання фарватером, причому методика враховує скучення суден на фарватері, конфігурацію фарватеру, вплив вітру й течії, маневрені ха-

рактеристики керованості судна, наявність вільної акваторії, а також персональні якості судноводія. Дослідження проводилося з використанням тренажеру з керування судном, у роботі також наведені методика й результати дослідження.

Контролер штучної нейронної мережі для автоматичного причалювання суден розглянуто в статті [109], для послідовного навчання якого запропоновано концепцію мінімізації часу маневру швартування. Після завершення навчання нейронних мереж моделюванням методом Монте-Карло проводилося оцінювання ефективності пропонованого контролера. Судно за допомогою контролера виводиться у фінальну позицію, що знаходиться на певній відстані від пірсу, що здійснюється з метою забезпечення безпеки.

Уніфіковану математичну модель руху для різних типів морських рухомих об'єктів запропоновано в роботі [110], що мають постійну швидкість, а як модель запропоновано нелінійне матричне диференційне рівняння, причому вимоги формулюються, як завдання оптимального керування.

У роботі [111] розглянуто використання нейронних мереж у сучасних системах керування складними динамічними об'єктами, з допомогою яких проводиться формування керуючих сигналів, причому до класу таких невизначених об'єктів в роботі відносяться морські судна.

Розробку системи керування курсом судна автопілотом з використанням принципів нечіткої логіки розглянуто в статті [112], в якій запропоновано адаптацію системи з урахуванням нелінійності математичної моделі судна та складної динаміки руху.

У роботі [113] запропоновано поліпшення якості керування рухом судна на заданому курсі в разі урахування в алгоритмі керування раніше невідомих особливостей нелінійної динаміки судна.

У роботі [114] запропоновано структуру дворівневої системи керування рухом швидкісних суден, що складається зі стратегічного й виконавчого рівнів, причому в роботі наводиться структура дворівневої системи для двох типів швидкісних суден та визначається її склад.

У роботі [115] наведено алгоритм керування рульовим приводом в умовах нестабільності його характеристик, за допомогою якого формується керування в момент надходження сигналу на перекладання керма від головної управлюючої програми авторульового. У результаті попередніх експериментів визначається момент часу зняття управлюючого сигналу, після чого запам'ятовуються необхідні параметри, які є характеристикою ситуації й запам'ятовуються в базі даних.

У роботі [116] запропоновано управлюючий пристрій, сформований за результатами проведеного аналізу, який забезпечує краще маневрування судна з використанням звичного ручного приладу керування й працює на найменшому ходу. Новий універсальний метод проектування системи керування шляхом застосування вагової матриці енергетичного розподілу також обговорюється в статті.

Формалізацію зміни параметрів руху судна запропоновано в статті [117] для судна, яке виконує маневр повороту на новий курс з одночасним розгоном, що істотно скорочує кількість експериментального матеріалу, необхідного для адаптації моделі. У статті також запропоновано алгоритм визначення прогнозованої траєкторії руху судна під час зміні його курсу й в процесі зняття з якоря.

Метод вибору моменту подання команди рульовому про зміну курсу судна під час його проходження у вузькостях описано в роботі [118]. У ній використані дані про відстань від точки перетину поточної й нової ділянок траєкторії до початку циркуляції судна, кут перекладання керма й швидкість ходу судна. Перевірка запропонованого способу проводилася на судні «Тайсей-мару» під час плавання у Внутрішньому Японському морі. У статті наведено результати аналізу одержаних під час плавання даних і результати моделювання процесу зміни курсу із застосуванням пропонованого способу.

У роботі [119] розглянуто математичні моделі оптимізації параметрів водних шляхів у вигляді цільових функцій, створених для імітаційного моделю-

вання. У роботі також наведені результати оптимізації поворотів на внутрішніх водних шляхах підходів до порту Щецин.

У роботі [120] представлено математичну модель руху судна в процесі його заходу в камеру шлюзу, особливість якої полягає у тому, що гідродинамічні характеристики залежать додатково від позиції судна відносно шлюзу, а в роботі [121] запропоновано уточнений вираз для рівняння руху судна.

Проектом телеметричних служб федерального Міністерства водного транспорту Німеччини є електронна система інформації про стан фарватеру ARGO, яка описана в публікації [122]. Вона використовує електронну карту річки, на яку накладається поточне радіолокаційного зображення, що поєднується з наявною інформацією про глибини на різних ділянках водного шляху. Цим інформуються судноводії про стан фарватеру й про глибини ділянки водного шляху знаходження судна.

У зв'язку зі зростанням габаритів сучасних суден для забезпечення їх безаварійного плавання виникає потреба застосування вдосконалених навігаційних комп'ютерних систем, про що відзначається в роботі [123]. Існуючі системи здебільшого використовують спрощенні моделі прогнозування, які обмежують їх використання в частині поточного відображення руху судна під час зміни його параметрів руху. Ця обставина викликає необхідність підвищеної точності під час відображення криволінійної траєкторії руху судна більш адекватними моделями прогнозу.

Формування моделі керованого руху судна розглянуто в статті [124], застосування якого викликає значні труднощі в разі моделювання складних умов плавання, наприклад, під час нерегулярної хитавиці, на мілководді й тощо, що це особливо важливо під час використанні математичної моделі судна для маневреного тренажеру та проектування водних шляхів.

Процедуру розрахунку приєднаних мас самохідних транспортних суден, врахування яких більш адекватно описує рух судна під час виконання ним

різних експлуатаційних маневрів, розглянуто в роботі [125]. Пропонована математична модель оптимізує маневрування суден в умовах обмеженого суднового ходу, забезпечуючи необхідну безпеку плавання.

У роботі [126] наведено результати дослідження динамічної моделі руху судна під впливом додаткових нелінійних членів, що забезпечують оцінку адекватності прийнятої моделі на різних режимах руху, у результаті якої виявлено вплив зміни вітру на картину біфуркації. Істотне підвищення ефективності авторульовогося осягнуто введенням інтелектуальної складової до алгоритму його функціонування.

У роботі [127] представлені техніко-експлуатаційні вимоги міжнародних організацій IMO, МЕК і ICO до систем автоматичного керування судном за курсом і траєкторією, в якій приводиться короткий аналіз підготовлених змін до діючої Конвенції "СОЛАС-74", а також Резолюції A.342 (9) Комітету безпеки на морі IMO, що містить експлуатаційні та технічні вимоги до авторульових.

Питанням ідентифікації суднових моделей маневрування присвячена робота [128], які використовуються для проектування систем керування рухом суден, дослідження маневреності судна, а також забезпечується розвиток систем керування судновими тренажерами. У роботі для нелінійної моделі маневрування судна, що розроблена на основі аналізу гідродинаміки, пропонується алгоритм, заснований на розширеній теорії фільтра Кальмана, який синтезовано з використанням теорії ідентифікації систем.

Одним із напрямків розв'язання проблеми забезпечення безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання є підвищення точності контролю місця судна, чому присвячені роботи [129-171].

У роботі [129] викладено теорію випадкових похибок навігаційних вимірювань, а вплив точності визначення суднових координат на надійність навігації досліджено в роботі [130]. У роботах [131, 132] наголошується, що розробкою теоретичних методів зниження впливу систематичних і випадкових

похибок вимірювань на точність обserвацій зроблено значний внесок в розв'язання проблеми підвищення точності контролю місця судна.

В даних публікаціях розглянуто питання підвищення точності контролю місця судна та її вплив на надійність навігації. Слід зазначити, що проаналізовано не всі суттєві чинники, направлені на підвищення точності визначення місця судна. Не розглянуто питання ефективності координат судна і залежності їх точності від способу їх розрахунку в разі надмірних вимірювань. Питання надійності навігації розглянуто в першому наближенні для найбільш простих ситуацій.

У монографії [133] запропоновано альтернативний підхід в питаннях теорії формування випадкових величин навігаційних вимірювань, який відрізняється від теоретичної моделі, запропонованої К. Гаусом для обґрунтування нормального закону.

В роботі запропоновано замість нормального закону використовувати закон Лапласа, але його застосування обмежено через розрив кривої щільності в точці математичного очікування.

Тому в судноводінні крім закону Гаусу стали використовувати змішані закони розподілу вірогідності, які викладено в роботах [134,135].

Недоліком змішаних законів розподілу вірогідності являється те, що вони не можуть бути використані, коли похибки вимірювань являються залежними.

У роботах [136,137] розглядаються питання законів розподілу вірогідності похибок навігаційних вимірювань початкової вибірки, що є сумішшю часткових вибірок нормальню розподілених похибок, дисперсії яких не збігаються. Також запропоновано процедуру оцінювання ефективності обсервованих координат судна, які розраховуються методом найменших квадратів, з урахуванням змішаних розподілів похибок початкової вибірки. Недоліком моделей змішаного розподілу є те, що вони не можуть застосовуватися до опису систем залежних випадкових величин.

Дослідження останніх років показали, що проблему опису систем залеж-

них випадкових величин можна розв'язати, використовуючи узагальнений розподіл Пуассону [138], у якому як базовий застосовується нормальний розподіл, а в роботі [139] викладено результати опису систем залежних випадкових величин узагальненим законом Пуассону.

При застосуванні узагальненого закону Пуассону виникає дві проблеми. По-перше, процедура перетворення системи залежних випадкових величин в систему незалежних потребує інформації про значення масштабного та суттєвого параметрів розподілу, яка часто відсутня. По-друге, спосіб розрахунку ефективних обсервованих координат судна при наявності надмірних вимірювань являється складним і його реалізація утруднена.

У роботі [140] розглянуто альтернативні закони розподілу вірогідності похибок навігаційних вимірювань, в якій також досліджено залежність коваріаційної матриці обсервованих координат судна від числа й точності ліній положення та закону розподілу їх похибок. За надмірних ліній положення одержано аналітичні вирази оцінювання ефективності обсервованих координат, які розраховані методом найменших квадратів. Комп'ютерним імітаційним моделюванням підтверджена коректність одержаних аналітичних виразів. У умовах натурних спостережень було одержано 12 вибірок випадкових похибок навігаційних вимірювань та визначено закони їх розподілу, які здебільшого відносяться до змішаних законів першого та другого типів.

У роботах [141,142] наведено моделі оцінювання вірогідності безпечної плавання в стиснених районах з використанням двомірної щільності розподілу векторіальної похибки, в яких обмеженість виражається у вигляді розподілу частот бічних відстаней від середини фарватеру до його меж.

Використання методів кореляційної навігації для забезпечення високої точності визначення місця суден в стиснених районах плавання розглянуто в статтях [143,144]. У роботах [145, 146-148] запропоновано спосіб контролю місця судна багатопозиційною радіолокаційною системою оберненого типу, причому в статті [147] розглянуто вибір скалярного критерію точності для оцінювання ефективності структури локальних навігаційних систем, а зале-

жність критерію точності радіолокаційної системи зворотного типу від її структури показано в роботі [148].

У результаті досліджень застосування початкових поправок станції в районі порту Щецин під час використанні радіонавігаційної системи DGPS було встановлено доцільність їх врахування, про що повідомлено в роботі [149], в ній також вказано, що це буде сприяти більш широкому застосуванню системи DGPS у районах підходу до порту Щецин.

Аналітичний опис системи залежних похибок представлено в роботі [150], а в роботі [151] розглянуто результати аналізу вибірок похибок навігаційних вимірювань і показано, що найбільша відповідність статистичного матеріалу теоретичним розподілам досягається для законів, відмінних від нормального, що, згідно з роботами [152,153], під час застосування методу найменших квадратів для розрахунку обсервованих координат судна не забезпечує можливості отримання їх ефективних оцінок.

Для визначення ефективних оцінок обсервованих координат судна за наявності надлишкових ліній положення, як показано в роботах [154,155], необхідно застосування методу максимальної правдоподібності, який враховує дійсний закон розподілу похибок.

Стратегію формування радіонавігаційного поля викладено в публікації [156], що враховує комплекс обмежень згідно з міжнародними вимогами, перш за все IMO, та значною протяжністю й значними відмінностями внутрішніх водних шляхів різних регіонів.

Розв'язання завдання утримання судна в заданому положенні за наявності керування тільки за даними сигналів про момент рискання й силу подовжнього зносу запропоновано в роботі [157], в якій розв'язання даного завдання досягнуто методом керування змінним у часі зворотним зв'язком, що враховує складову управлюючої дії по інтегралу.

На базі теоретичних розробок і їх зіставленням з вимогами IMO щодо точності судноводіння в роботі [158] запропоновано розрахункові методи визначення допустимих величин середніх квадратичних похибок навігацій-

них параметрів для забезпечення безпеки плавання в різних районах руху.

Робота [159] присвячена аналізу різних підходів до оцінювання точності визначення місця судна супутниковою радіонавігаційною системою за статистичними матеріалами, який показав, що гіпотеза про розподіл випадкових похибок визначення широти й довготи за нормальним законом не підтверджується.

Під час визначення місцеположення рухомого об'єкту системою GPS, як показано в роботі [160], можливі похибки корегуються диференційними методами, однак виявлено, що із збільшенням відстані від станції нульового відліку поправки можуть виявитися недостатніми. Як встановлено в роботі, похибки зростають при збільшенні відстані між приймачем системи DGPS і базовою станцією, причому на кожні 150 км відстані від базової станції похибка зростає на 1 м. Уздовж португальського узбережжя були розміщені шість приймачів DGPS через 50 миль на північ і південне від станції відліку Sagres Broadcast Station для оцінювання реальної похибки приймача. Дослідженнями виявлено, що реальна похибка визначення позиції менша її теоретичного значення й складає 0,22 м на кожні 100 км відстані від станції відліку.

Методику підготовки бібліотеки маршрутів запропоновано в роботі [161], що дозволяє судноводію створити маршрут плавання й дає можливість йому контролювати поточне положення судна відносно заданої траєкторії руху з високою точністю завдяки диференційній підсистемі без застосування електронних карт.

Вхід судна в штормових умовах у гавань, розташованій на відкритому морському узбережжі, регламентований чинними навігаційними обмеженнями [162]. Під час сильного хвильовання судно, яке входить в гавань, може зіткнутися з хвилеломом через небезпечні відхилення від запланованої траєкторії. За натурними дослідженнями траєкторії руху судна в роботі запропоновано індекси оцінки безпеки входу в гавань.

У роботі [163] одержано аналітичні вирази оцінки вірогідності навігаційної безпеки плавання за наявності нерівноточних корельованих похибок

положення межі фарватеру відносно програмної траєкторії руху судна, достовірність яких підтверджена методом статистичного моделювання. Роботи [164-166] присвячені контролю точності плавання судна заданим маршрутом с урахуванням наявного берегового навігаційного обладнання.

Використання зони безпечності судна для зниження аварійності розглянуто в роботі [167,168], а врахуванню динаміки судна під час формуванні його безпечної зони присвячена робота [169]. Залежність параметрів суднової безпечної зони від стохастичних позиційних похибок показана в роботі [170], а врахування поворотності судна в разі розрахунку межі його безпечної зони розглянуто в роботі [171].

Роботи [172-206, 218-227], виконані автором одноосібно або в співавторстві, присвячені питанням оцінювання та підвищення надійності судноводіння.

## 1.2. Обґрунтування вибору теми дисертаційного дослідження

Аналіз змісту попереднього розділу показав, що в проблемі забезпечення безаварійного судноводіння в стиснених водах найменш дослідженім є напрямок визначення надійності судноводіння, а саме її залежності від суттєвих чинників, визначення кількісної оцінки та можливостей підвищення її рівня.

Оскільки надійність судноводіння пов'язана з навігаційною аварійністю, то особливо актуальним є питання її забезпечення в стиснених районах плавання. Очевидно, вірогідність виникнення навігаційної аварії визначається векторіальними позиційними похибками та похибками траєкторного керування судна, які характеризують його положення відносно навігаційних перешкод.

Визначення суттєвих чинників, які впливають на надійність судноводіння, та розробка математичної моделі залежності показників надійності судноводіння від суттєвих чинників створюють підґрунття для дослідження можли-

востей підвищення надійності судноводіння.

Розв'язання перерахованих проблем, розробка яких започаткована в роботах автора дисертаційного дослідження, є перспективною й актуальною тематикою, що й обумовлює вибір напрямку та теми дослідження даної дисертаційної роботи.

### 1.3. Висновки з первого розділу

У результаті огляду літературних джерел у першому розділі проведено аналіз основних аспектів розв'язання проблеми забезпечення безаварійного плавання суден.

Встановлено, що основними напрямками розв'язання проблеми забезпечення безаварійного судноводіння є розробка методів попередження зіткнення суден у стиснених районах інтенсивного судноплавства, застосування сучасних інформаційних технологій для підвищення безпеки судноводіння та забезпечення оцінки безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання та підвищення точності визначення місця судна.

За результатами аналізу було встановлено, що головним напрямком розв'язання порушеної проблеми розробка методів оцінки безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання та підвищення точності визначення місця судна.

У розділі обґрутовано основний напрям дисертаційного дослідження, що присвячений подальшому вдосконаленню методів забезпечення оцінки безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання та підвищення точності визначення місця судна.

Об'єктом дослідження є процес судноводіння, а предметом дослідження є методи підвищення надійності судноводіння.

## РОЗДІЛ 2.

### ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ З ТЕМИ ДИСЕРТАЦІЇ

#### 2.1. Вибір теми наукового дослідження

Аналізом, проведеним у першому розділі, було встановлено, що одним із найбільш актуальних напрямків, присвячених підвищенню безпечності судноводіння, є розробка методів оцінювання безпеки судноводіння в стиснених умовах плавання та підвищення точності визначення місця судна.

Цією обставиною обумовлено вибір теми дисертаційного дослідження, що, як показано в підрозділі 1.2, присвячене розробці концепції підвищення надійності судноводіння під час плавання суден в стиснених водах.

Розв'язання сформульованого завдання потребує, по-перше, розробки теоретичного аспекту дослідження, в якому слід сформувати математичну модель кількісної оцінки надійності судноводіння й визначити її залежність від суттєвих чинників. Реалізація практичних результатів теоретичного дослідження передбачає застосування сучасних комп'ютерних інформаційних технологій під час використанні останніх досягнень електронної навігації.

По-друге, надійність судноводіння значною мірою визначається точністю контролю позиції судна, тому однією із провідних тем дослідження є розробка методів визначення ефективних обсервованих координат судна.

Тому проблема підвищення надійності судноводіння та розробка методів її розв'язання є актуальною та перспективною, що й обумовлює вибір теми дисертаційного дослідження, яку доцільно сформулювати наступним чином: «Розробка теорії й методів оцінювання та підвищення надійності судноводіння».

Для розв'язання поставленого завдання слід розв'язати наступні основні питання:

- методами системного підходу розділити головне завдання дисертацій-

ного дослідження на складові незалежні завдання;

- розробити метод оцінювання надійності судноводіння під час визначення інтенсивностей випадкових потоків аварійних навігаційних подій, для яких використано математичні моделі розрахунку апріорної вірогідності проведення судна стисненим маршрутом з урахуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок керування;

- запропонувати універсальний метод розрахунку обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань за загальним алгоритмом незалежно від закону розподілу похибок навігаційних вимірювань із використанням ортогонального розкладання їх густини розподілу;

- розробити комп'ютерну імітаційну програму з першим модулем формування стисненого маршруту проведення судна за допомогою електронних карт і розрахунку вірогідності безпечної плавання та з другим модулем оцінки ефективності обсервованих координат.

Актуальність тематики дисертаційного дослідження визначається необхідністю забезпечення належного рівня безпеки судноводіння за рахунок удосконалення методів підвищення надійності судноводіння в стиснених районах плавання.

Наукова новизна дослідження може бути досягнута розв'язанням перерахованих основних питань.

Економічну ефективність дисертаційного дослідження складає можливе скорочення збитків з причини зниження рівня аварійності внаслідок запобігання навігаційним аваріям.

Реалізація пропонованого наукового дослідження можлива за рахунок розробки теоретичної частини роботи та її перевірки імітаційним моделюванням.

Об'єктом дослідження є процес судноводіння.

Предметом дослідження є методи підвищення надійності судноводіння.

## 2.2. Методи дослідження дисертаційної роботи

Як показує аналіз, наведений в першому розділі, проблема, яка розглядається в даному дисертаційному дослідженні, є добре структурованою, отже її розв'язання вимагає застосування методології дослідження операцій.

Для розв'язання проблеми дисертаційного дослідження було використано наступні методи:

- системного підходу для визначення методологічного типу проблеми дисертаційного дослідження, як проблеми із з'ясованими істотними залежностями;
- дослідження операцій, методи якого визначають методологію дослідження сформульованих у дисертації проблем, і забезпечують коректне розділення головного завдання на складові незалежні завдання й формування головної математичної моделі та допоміжних моделей дослідження;
- математичного програмування для розв'язання проблеми оптимізації завдання безпечної проведення судна стисненим маршрутом за критерієм вірогідності;
- теорії вірогідності, за допомогою яких проводиться розробка математичних моделей оцінювання апріорної вірогідності безпечної плавання судна стисненим маршрутом;
- теорії похибок для розробки методу максимальної правдоподібності визначення координат судна за наявності надмірних вимірювань;
- математичної статистики для використання ортогонального розкладу густини розподілу похибок вимірювання з метою визначення обсервованих координат судна за надмірних вимірювань;
- теорії керування, які забезпечують формалізацію залежності траєкторій похибок керування судном від типу динамічної моделі його повороту;
- імітаційного моделювання для перевірки коректності методу визначення ефективності обсервованих координат судна.

Розглянемо характеристику методологічного забезпечення дослідження з

теми дисертації, що забезпечує коректне розв'язання головного завдання дисертаційної роботи методами системного підходу.

На рис. 2.1. показана технологічна карта методологічного забезпечення дослідження по темі дисертації, яке забезпечує рішення головної задачі дисертаційної роботи методами системного підходу. Технологічна карта містить комплексне завдання роботи, три головних завдання і вісім допоміжних завдань. Приведено рішення і наукове положення кожного із головних завдань, як і комплексного завдання роботи.

Приведемо загальну характеристику методологічного забезпечення дослідження по темі дисертації, аналізуючи його технологічну карту.

Сучасними запитами практики є необхідність забезпечення належного рівня безпеки судноводіння й розробки сучасних методів оцінювання та підвищення надійності процесу судноводіння в стиснених районах плавання.

Метою дисертаційного дослідження є забезпечення належного рівня безпеки судноводіння шляхом розробки методів підвищення надійності процесу судноводіння в стиснених районах плавання.

Науковою гіпотезою дисертаційного дослідження прийнято припущення про можливість підвищення надійності судноводіння розробкою та застосуванням методів кількісної оцінки безпеки судноводіння в стиснених водах з використанням сучасних математичних моделей та комп’ютерних інформаційних технологій.

Головною задачею дослідження є розробка методів визначення кількісної оцінки характеристик надійності судноводіння в стислих умовах плавання та шляхи її можливого підвищення.

За допомогою методів теорії дослідження операцій для розв'язання головного завдання дисертації було проведено її декомпозицію на складові завдання, які є незалежними. Головне завдання дисертації було розділено на наступні складові завдання:

1. Синтез методу апріорної оцінки вірогідності безпечної проведення судна стисненим маршрутом з урахуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок керування.

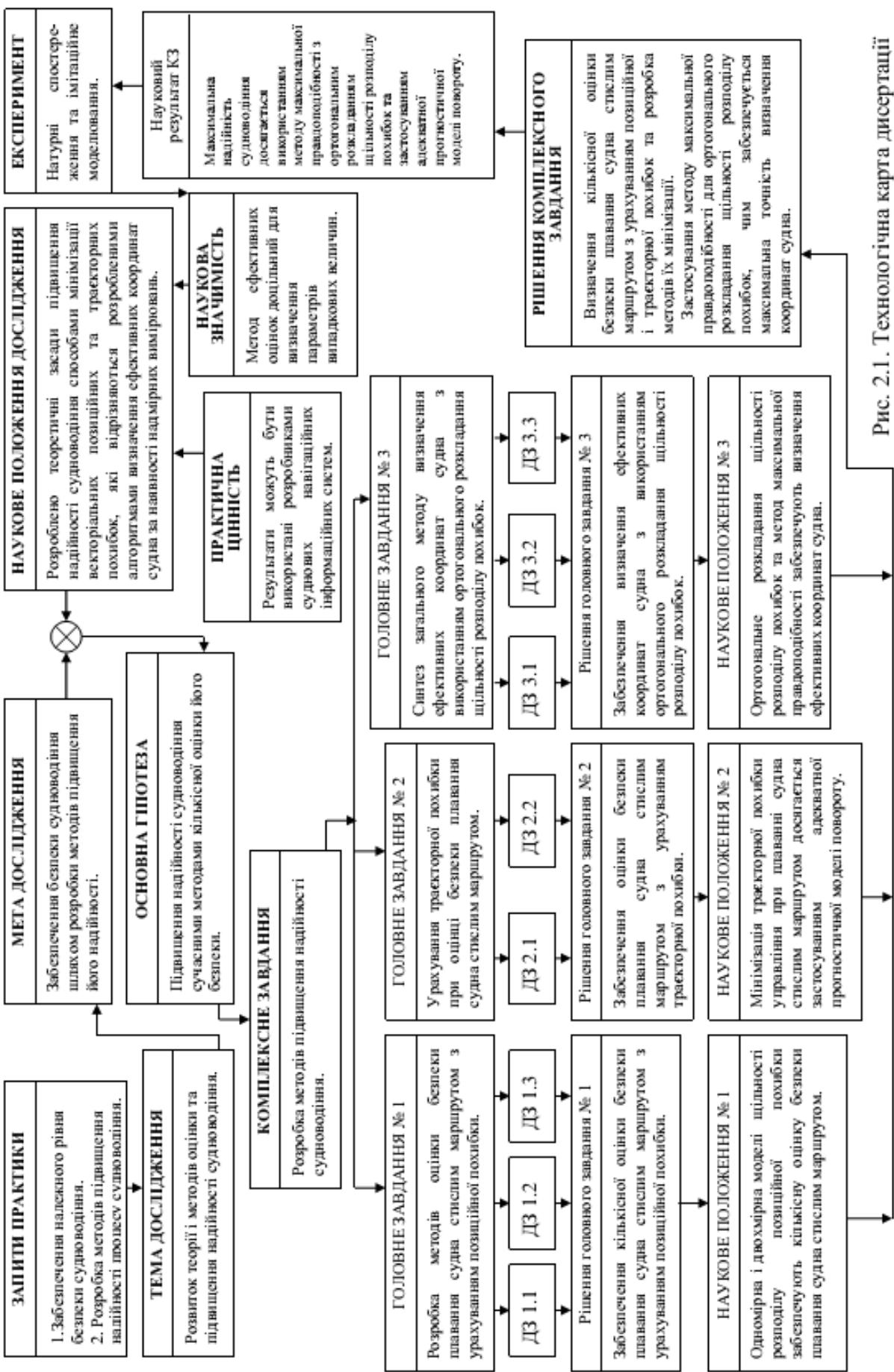


Рис. 2.1. Технологічна карта дисертації

Таблиця 2.1.

## Допоміжні завдання

№	ДЗ	Зміст
1	ДЗ 1.1	Розробка методу кількісної оцінки надійності судноводіння із використанням інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій, що базуються на математичних моделях оцінки апriorsної вірогідності проводки судна стислим маршрутом.
2	ДЗ 1.2	Синтез методу апriorsної оцінки вірогідності безпечної проводки судна стислим маршрутом з урахуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок управління
3	ДЗ 1.3	Формалізація стислого маршруту одномірною та двомірною моделями формуванням масивів його меж і програмної траєкторії руху.
4	ДЗ 2.1	Дослідження впливу типу динамічної моделі обертального руху судна на величину векторіальної траєкторної похибки управління.
5	ДЗ 2.2	Формування процедури застосування електронних карт для оцінки апriorsної вірогідності безпечноого плавання судна стислим маршрутом і вибору безпечної траєкторії руху з урахуванням траєкторної похибки управління.
6	ДЗ 3.1	Розробка методом максимальної правдоподібності алгоритму оцінки ефективних обсервованих координат судна в разі наявності надмірних вимірювань, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу
7	ДЗ 3.2	Формування універсального методу стохастичного опису випадкових похибок вимірювань з використанням ортогонального розкладання їх щільності розподілу для розрахунку обсервованих координат судна по загальному алгоритму, який не залежить від закону розподілу похибок вимірювань.
8	ДЗ 3.3	Проведення комп'ютерного імітаційного моделювання для перевірки коректності методів оцінки ефективності обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань, що розраховані методом найменших квадратів, похибки яких розподілені по змішаних законом першого і другого типу.

2. Розробка методу кількісної оцінки надійності судноводіння із використанням інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій, що базуються на математичних моделях оцінки априорної вірогідності проведення судна стисненим маршрутом.

3. Методом максимальної правдоподібності розробити алгоритм оцінювання ефективних обсервованих координат судна в разі наявності надмірних вимірювань, похиби яких не підпорядковуються нормальному закону розподілу.

4. Дослідити вплив типу динамічної моделі обертального руху судна на величину векторіальної траєкторної похибки керування.

5. Для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом, який не залежить від закону розподілу похибок вимірювань, розробити універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок вимірювань з використанням ортогонального розкладання їх густини розподілу.

6. Провести комп'ютерне імітаційне моделювання для перевірки коректності методів оцінки ефективності обсервованих координат судна за наявності надмірних вимірювань, що розраховані методом найменших квадратів, похиби яких розподілені за змішаними законами першого й другого типу.

7. Сформувати процедуру застосування електронних карт для оцінки априорної вірогідності безпечноого плавання судна стисненим маршрутом і вибору безпечної траєкторії руху з урахуванням траєкторної похибки керування.

Розв'язання завдань дисертаційного дослідження потребувало розробки комп'ютерної програми, що складається з двох основних модулів, перший з яких призначений для моделювання стисненого маршруту проведення судна з використанням електронної карти та априорної оцінки вірогідності безпечно-го плавання, а другий забезпечує перевірку статистичних гіпотез розподілу похибок навігаційних вимірювань та імітаційне моделювання для визначення ефективності обсервованих координат судна в разі надмірних вимірювань.

У розв'язанні складових незалежних завдань були одержані наступні відповідні наукові результати:

Вперше:

- розроблено спосіб оцінки ефективних обсервованих координат судна за допомоги методу максимальної правдоподібності за наявності надмірних вимірювань, похиби яких не підкоряються нормальному закону розподілу, для забезпечення максимальної точності визначення місця судна;
- синтезовано процедуру комп'ютерного імітаційного моделювання оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів за допомоги генерування надмірних вимірювань, похиби яких розподілені за змішаними законами першого та другого типу, для підтвердження коректності запропонованих теоретичних методів оцінки ефективності обсервованих координат;
- запропоновано й розроблено універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань із використанням ортогонального розкладання їхньої щільності розподілу для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом незалежно від закону розподілу похибок вимірювань;
- розроблено метод кількісної оцінки надійності судноводіння шляхом використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій і розроблених математичних моделей для визначення апріорної вірогідності проведення судна стислим маршрутом;
- запропоновано методи апріорної оцінки вірогідності безпечної плавання судна стислим районом застосуванням векторіальних позиційних похибок і траекторних похибок управління для мінімізації ризику виникнення навігаційної аварії;
- досліджено вплив динамічної моделі обертального руху судна, що використана для прогнозу його повороту, на величину векторіальної траекторної похибки управління шляхом аналізу запропонованих моделей для мінімізації траекторної похибки;

*Одержані подальший розвиток методи застосування електронних карт шляхом використання розробленого методу оцінки апріорної вірогідності*

безпечноого плавання судна стислим маршрутом для вибору безпечної траєкторії руху судна.

Прийнята наукова гіпотеза про можливість підвищення надійності судноводіння розробкою та застосуванням методів кількісної оцінки безпеки судноводіння в стиснених водах з використанням сучасних математичних моделей та комп’ютерних інформаційних технологій підтверджена одержаними в дисертаційній роботі теоретичними та експериментальними результатами, а також імітаційним моделюванням.

Дисертаційному дослідженню властива практична значущість, яка визначається тим, що його результати можуть бути упроваджені на судна в процесі експлуатації, а також використані розробниками суднових навігаційних інформаційних систем.

Практична цінність результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що теоретичні результати й програми, які одержані в роботі, можуть бути застосовані під час навчання та для підвищення кваліфікації судноводійв.

Теоретичні та експериментальні наукові результати й проведене імітаційне моделювання, які одержано в дисертаційному дослідженні, визначають його наукове положення, що має наступне формулювання:

Розроблено теоретичні засади та методологічне забезпечення оцінювання надійності судноводіння та її підвищення способами мінімізації векторіальних позиційних похибок та траєкторних похибок керування, які відрізняються використанням розроблених алгоритмів визначення ефективних координат судна за наявності надмірних вимірювань, що базуються на ортогональному розкладанні густини розподілу їх похибок, та адекватних прогностичних моделей повороту судна.

### 2.3. Стисла методика проведення дисертаційного дослідження

Розглянемо стислий виклад методики проведення дисертаційного дослідження, як послідовність етапів розв'язання його головного завдання з визначенням відповідних методів.

Згідно з рекомендаціями з проведень наукових досліджень слід проаналізувати основні напрями розв'язання проблеми забезпечення безаварійності судноводіння, що дає змогу здійснити вибір теми дисертаційного дослідження.

Другим етапом роботи є декомпозиція головного завдання дисертаційного дослідження на незалежні складові завдання, що проводиться методами дослідження операцій, якими також забезпечується його методологічне обґрунтування.

Розробкою методу оцінки априорної вірогідності безпечної проведення судна стисненим маршрутом з урахуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок керування характеризується третій етап дисертаційного дослідження. Четвертим етапом дисертаційної роботи є розробка методу визначення надійності судноводіння через інтенсивності випадкових потоків аварійних подій, що базуються на математичних моделях оцінки априорної вірогідності проведення судна стисненим маршрутом, одержаних на передньому етапі.

П'ятим етапом є розробка за допомогою методу максимальної правдоподібності алгоритму оцінки ефективних обсервованих координат судна у випадку надмірних ліній положення, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу.

Розробка загального алгоритму розрахунку обсервованих координат судна, який не залежить від закону розподілу похибок вимірювань і використовує ортогональне розкладання їх густини розподілу, є шостим етапом дослідження.

Наступним сьомим етапом є дослідження впливу типу динамічної моделі обертального руху судна, яка використовується для прогнозу його повороту, на величину векторіальної траєкторної похибки керування.

Восьмим етапом дисертаційної роботи є проведення комп'ютерного імітаційного моделювання для перевірки коректності методів оцінки ефективності обсервованих координат судна, що розраховані методом найменших квадратів, за наявності надмірних вимірювань, похибки яких розподілені за змішаними законами першого й другого типу.

На закінчення роботи слід провести комп'ютерне моделювання стисненого маршруту проведення судна з використанням електронної карти з апріорною оцінкою вірогідності безпечного плавання, також необхідно виконати за допомогою комп'ютеру імітаційне моделювання для визначення ефективності обсервованих координат судна в разі надмірних вимірювань.

Зазначені етапи проведення дисертаційного дослідження за визначеною темою забезпечення безаварійного судноводіння в стиснених районах плавання суден складають методику проведення дисертаційного дослідження.

## 2.4. Висновки з другого розділу

У другому розділі дисертаційної роботи здійснено вибір основних напрямків і теми дослідження. У розділі наведено методологічну структуру дисертації та її методологічне забезпечення.

Технологічне забезпечення методологічного обґрунтування роботи містить мету дисертаційного дослідження, в ньому представлена його головне завдання та здійснена її декомпозиція на незалежні складові завдання. Сформульовано робочу гіпотезу дисертаційного дослідження, показано, що в результаті розв'язання незалежних складових завдань одержано наукові результати дисертаційної роботи, яким притаманна наукова новизна.

У розділі також наведені практична цінність і значущість результатів дисертаційного дослідження, а також сформульовано основне наукове положення роботи. Викладено стислу методику розв'язання незалежних складових завдань роботи, яке характеризує основні етапи виконання наукового дослідження з теми дисертації, враховуючи теоретичні результати та імітаційне комп'ютерне моделювання.

## РОЗДІЛ 3.

### ВПЛИВ ТОЧНОСТІ ПРОВЕДЕННЯ СУДНА СТИСНЕНИМ МАРШРУТОМ НА БЕЗПЕКУ СУДНОВОДІННЯ

#### 3.1. Характеристика надійності судноводіння

Забезпечення навігаційної безпеки є необхідною умовою охорони життя на морі, середовища від забруднення й ефективності роботи флоту. На підвищення навігаційної безпеки спрямовані численні наукові дослідження, технічні розробки й організаційні заходи. Однак кількісна оцінка досягнутого рівня навігаційної безпеки й вплив на нього проведених заходів викликає серйозні труднощі. Статистика аварій відображає лише довгострокові тенденції минулого, що знижує її значення для прийняття оперативних заходів. Тому необхідно розробляти методи кількісної оцінки впливу окремих чинників на безпеку судноводіння.

Як зазначається в роботі [211], основою таких методів може слугувати загальна теорія надійності функціонування складних систем, а основним показником надійності судноводіння запропонована ймовірність відсутності навігаційної аварії протягом певного інтервалу часу.

Методологічно розв'язання поставленого в дослідженні завдання оцінювання й підвищення надійності судноводіння можливе двома принципами – методом статистичних гіпотез та методом модельних гіпотез. Використання методу статистичних гіпотез дозволяє тільки констатувати статистичні характеристики надійності судноводіння і, в кращому випадку, за допомогою регресійного аналізу встановити стохастичний вплив істотних чинників на характеристики надійності на минулому інтервалі часу статистичних спостережень. Тому отримані результати не можуть бути використані для прогнозу безпеки судноводіння. Зазначений недолік може бути подоланий розв'язанням поставленого завдання методом модельних гіпотез. Для цього слід розробити математичну модель, яка визначає аналітичні залежності на-

дійності судноводіння від суттєвих чинників. Покажемо концепцію формування математичної моделі оцінювання й підвищення надійності судноводіння.

Аварії кораблів виникають унаслідок посадок на мілину й навалів через позиційні помилки, зіткнення суден, а також посадки на мілину та навали через похиби керування.

Слід зазначити, що на аварійність суден також впливає людський фактор, підходи до аналітичного врахування якого розглянуто в роботі [223], де пропонується процедура оцінки ефективності суднових ергатичних функцій. Так як вивчення людського чинника має особливу специфіку і потребує окремого дослідження, то в даній роботі його розглядати не будемо.

Тому аварійність суден доцільно характеризувати потоком аварійних подій заожною із зазначених причин. Згадані три потоки аварійних подій є незалежними й в першому наближенні їх можна розглядати, як найпростіші (стационарні пуасонівські) потоки. Тому їх сумарний потік також можна вважати найпростішим.

Оскільки найпростіший потік має властивості стаціонарності, ординарності та є потоком без післядії, то число аварійних подій сумарного потоку, що виникають протягом інтервалу часу, розподілено за законом Пуассона з математичним сподіванням [211]:

$$a_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma} \tau,$$

де  $\lambda_{\Sigma}$  – інтенсивність сумарного потоку, яка дорівнює середньому числу аварійних подій, що виникають в одиницю часу.

Основною характеристикою безпеки судноводіння є ймовірність безаварійного плавання  $P_b(\tau)$ , яка є ймовірністю відсутності аварійної події протягом інтервалу часу  $\tau$ . Ймовірність того, що за час  $\tau$  відбудеться рівно  $n$  аварійних подій при їх розподілі за законом Пуассона, дорівнює [211]:

$$P_n(\tau) = \frac{(\lambda_{\Sigma}\tau)^n}{n!} e^{-\lambda_{\Sigma}\tau}.$$

Вираз ймовірності безаварійного плавання  $P_b(\tau)$  отримаємо, приймаючи в попередньому виразі значення  $n = 0$ . Отже:

$$P_b(\tau) = P_0(\tau) = \frac{(\lambda_{\Sigma}\tau)^0}{0!} e^{-\lambda_{\Sigma}\tau},$$

або

$$P_b(\tau) = e^{-\lambda_{\Sigma}\tau}.$$

Проміжок часу  $t$  між двома послідовними довільними аварійними подіями в найпростішому сумарному потоці, тобто час безаварійного плавання розподілено за експонентним законом зі щільністю розподілу:

$$f(t) = \lambda_{\Sigma} e^{-\lambda_{\Sigma}t}.$$

Математичне сподівання часу безаварійного плавання  $M(T)$  і його дисперсія  $D(T)$  визначаються виразами [211]:

$$M(t) = \frac{1}{\lambda_{\Sigma}}, \quad D(t) = \frac{1}{\lambda_{\Sigma}^2}.$$

Інтенсивність сумарного потоку  $\lambda_{\Sigma}$  виражається формулою:

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3,$$

де  $\lambda_1$  – інтенсивність аварійних подій з причини посадок на мілину й навали

через позиційні помилки;

$\lambda_2$  – інтенсивність аварійних подій з причини зіткнень суден;

$\lambda_3$  – інтенсивність аварійних подій з причини посадок на мілину й навали через похиби керування.

Інтенсивності  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  і  $\lambda_3$  можуть бути визначені за статистичними даними або оцінені за допомогою математичних моделей. Для виявлення чинників, що впливають на ймовірність безаварійного плавання, і розробки заходів щодо забезпечення необхідного рівня безпеки судноводіння слід розробити математичні моделі для оцінки інтенсивностей  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  і  $\lambda_3$ .

У цій главі розглянемо математичну модель для оцінювання інтенсивності  $\lambda_1$ , основною причиною якої є векторіальні позиційні похиби. У роботі [2] розглянуто процедуру оцінки ймовірності безаварійного плавання судна  $P_b$  в стиснених умовах за обраним маршрутом, який залежить від основних істотних чинників: характеристики обмеженості допустимої зони плавання; характеристик точності, що забезпечується системою навігаційного обладнання, що виражаються в параметрах функції двовимірного розподілу векторіальної позиційної похиби; вибору програмної траєкторії в допустимій зоні плавання, що впливає на співвідношення нормальних відстаней до межі безпечної зони, і довжини програмної траєкторії.

Таким чином, кожне проведення судна за маршрутом в стиснених умовах пов'язана з ймовірністю виникнення аварії  $1 - P_b$ . Тому число  $a_1$  можливих посадок суден на мілину через вплив позиційних помилок за інтервал часу  $\tau$  залежить від частоти потрапляння судна в стиснені води  $q$ :

$$a_1 = \lambda_1 \tau = (1 - P_{bm})q\tau,$$

де  $P_{bm}$  – усереднене значення ймовірності безаварійного плавання судна  $P_b$  в стиснених умовах.

З останнього виразу випливає:

$$\lambda_1 = (1 - P_{bm})q,$$

причому частоту  $q$  в першому наближенні можна оцінити відношенням середнього часу перебування суден в стиснених водах  $T_m$  до середнього експлуатаційного періоду  $T_e$  протягом року. У середньому морські судна в стиснених водах знаходяться близько 20% експлуатаційного часу.

Отже, остаточно можна прийняти:

$$\lambda_1 = 0,2(1 - P_{bm}).$$

Очевидно, зниження інтенсивності  $\lambda_1$  можливо зменшенням усередненої ймовірності  $P_{bm}$  шляхом вибору необхідних значень істотних параметрів, від яких залежить величина  $P_{bm}$ .

Число  $a_3$  можливих посадок суден на міліну через похибки керування:

$$a_3 = \lambda_3 \tau = (1 - P_{bc})q\tau,$$

де  $P_{bc}$  – усереднене значення ймовірності безаварійного плавання через похибки керування.

Тому

$$\lambda_3 = (1 - P_{bc})q.$$

Інтенсивність  $\lambda_2$  аварійних подій з причини зіткнень суден значною мірою залежить від людського чиннику й розробка способу оцінювання інтенсивності  $\lambda_2$  є окремим дослідженням, яке в даній роботі не розглядається.

3.2. Апріорна оцінка ймовірності безпечноного проведення судна стислим маршрутом з використанням двовимірної щільності позиційної похибки

Розробимо математичну модель визначення ймовірності безаварійного плавання судна  $P_b$  за обраним маршрутом з відомими характеристиками й заданою двовимірною щільністю розподілу позиційної похибки  $f_t(\Delta\varphi, \Delta w)$ . Як ймовірність  $P_b$  доцільно використовувати апріорну ймовірність безпечноного проведення судна за обраним маршрутом.

Як зазначається в роботі [207], в умовах зовнішніх збурень застосовується спосіб коригуючого водіння за обserваціями, тобто в дискретні моменти часу визначаються обсервовані координати судна.

Дійсна позиція судна в момент часу  $t$  описується вектором  $\bar{x}(t)$  в системі координат  $O \Delta\varphi_t \Delta w_t$ , початок якої знаходиться в програмній точці, а вісі є паралельними осям географічної системи координат. Інтервал протягом якого судно прямує з незмінними параметрами руху, тобто інтервал між обсерваціями  $\Delta t$  приймемо постійним. Відхилення судна від програмної (визначенної) точки обусловлене зовнішніми збуреннями і похибками керування.

Обсервація дозволяє отримати оцінку  $\bar{\theta}(t)$  вектора  $\bar{x}(t)$ , яка є оцінкою зносу судна, в момент часу  $t$ . Зазначене знесення компенсується до моменту часу  $t + \Delta t$  за інтервал часу  $\Delta t$  керуючим впливом судна  $\bar{u}(t)$ , вибір якого проводиться таким чином, щоб запобігти появі знесення судна в момент часу  $t + \Delta t$ . Вектор  $\bar{x}(t + \Delta t)$ , що характеризує дійсну позицію судна в момент часу  $t + \Delta t$  розглядаємо в системі координат  $O \Delta\varphi_1 \Delta w_1$ , відповідно вектор  $\bar{x}(t + j\Delta t)$ , який характеризує істину позицію судна в момент часу  $t + j\Delta t$  розглядаємо в системі координат  $O \Delta\varphi_j \Delta w_j$ . Вектор  $\bar{x}(t + j\Delta t)$  ( $j=0,1,2\dots$ ) можна подати так

$$\bar{x}(t + j\Delta t) = \bar{x}_o(t + j\Delta t) + \bar{\chi}(t + j\Delta t) + \bar{v}(t + j\Delta t) + \bar{\varepsilon}(t + j\Delta t), \quad (3.1)$$

де  $\bar{x}_o(t+j\Delta t)$  – програмна позиція судна;  $\bar{\chi}(t+j\Delta t)$ ,  $\bar{v}(t+j\Delta t)$ ,  $\bar{\varepsilon}(t+j\Delta t)$  – відповідно похибка обserвації, похибка у врахуванні впливу зовнішнього збурення  $\bar{z}(t)$  і похибка приладів обчислення.

Із подання (3.1) випливає, що вектор

$$\bar{r}_j(t) = \bar{r}(t + j\Delta t) = \bar{x}(t + j\Delta t) - \bar{x}_o(t + j\Delta t) = \begin{pmatrix} x_j(t) \\ y_j(t) \end{pmatrix}$$

є випадковою двовимірною величиною, яка є векторіальною позиційною похибкою, а послідовність значень  $\bar{r}_j(t) = \bar{r}(t + j\Delta t)$  ( $j=0,1,2,3,\dots$ ) можна розглядати виродженим випадковим процесом (випадковою послідовністю), який описує зміну в часі похибки програмної траєкторії. Виродженим цей процес будемо вважати тому, що значення траєкторної похибки в кожний момент часу не залежить одна від одної і визначається окремо для кожного моменту часу, і отже не потребує побудови матриці переходу випадкового стану. Що дозволяє використовувати фізичну модель процесу.

Послідовність коваріаційних матриць для послідовності траєкторних похибок  $\bar{r}_j(t)$  ( $j=0,1,2,3,\dots$ ) подамо так

$$\begin{aligned} K_{tp}(t + j\Delta t) &= \\ M[(\bar{x}(t + j\Delta t) - M[\bar{x}(t + j\Delta t)])(\bar{x}(t + j\Delta t) - M[\bar{x}(t + j\Delta t)])^T] &= \\ K(t + j\Delta t) + K_z(t + j\Delta t) + K_{pr}(t + j\Delta t), \end{aligned}$$

де  $K(t + j\Delta t)$ ,  $K_z(t + j\Delta t)$ ,  $K_{pr}(t + j\Delta t)$  – відповідно коваріаційні матриці похибок обсервації, зовнішніх збурень і похибок приладів числення.

Розглянемо коваріаційну матрицю похибок обсервації

$$K_j = K(t + j\Delta t) = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{xy} = \text{cov}(x_j(t), y_j(t)) = k_{xy}\sigma_x\sigma_y,$$

де  $\sigma_x, \sigma_y$  – середньо квадратичні відхилення,  $\sigma_{xy}$  – кореліаційний момент;  $k_{xy}$  – коефіцієнт кореляції.

Для останньої введемо поняття норми (або сліду):

$$\|K_j\| = \|K(t + j\Delta t)\| = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\sigma_{xy}$$

Очевидно навігаційна безпека судноводіння зростає при зменшенні норми матриці коваріаційної матриці:

$$\|K_j\| = \|K(t + j\Delta t)\| \rightarrow 0, \quad (3.2)$$

а забезпечення належного рівня безпеки судноводіння вимагає вивчення чинників, що впливають на величину елементівожної з розглянутих матриць і пошуку можливих шляхів формування бажаних значень чинників, що впливають на навігаційну безпеку судноводіння.

Очевидно, вибір обсервованої точки під час визначення місця судна за двома лініями положення однозначний, проте ситуація змінюється, якщо місце судна визначається за більшою кількістю ліній положення. На рис. 3.1 показаний випадок визначення місця судна за трьома лініями положення, коли є одна надлишкова лінія положення. При відсутності похибок  $\xi_1, \xi_2$  і  $\xi_3$  лінії 1-1, 2-2 і 3-3 перетинаються в одній точці, якою є справжнє місце судна  $M_1$ . Наявність похибок ліній положення  $\xi_1, \xi_2$  і  $\xi_3$  веде до того, що лінії положення ЛП<sub>1</sub>, ЛП<sub>2</sub> і ЛП<sub>3</sub> перетинаються в різних точках  $M_{12}, M_{13}$  і  $M_{23}$ .

Отже, вибір обсервованого місця судна повинен відповідати певному критерію точності. Точність визначення місця судна залежить від значень величин послідовності векторіальних похибок  $\bar{r} = \{\bar{r}_j(t)\}_{j=0,1,2,3,\dots}$  тому, з огляду на її випадковий характер, за наявності надлишкових ліній положення обсервовану точку  $M_2$  слід вибирати таким чином, щоб норма коваріаційної мат-

риці  $\|K(t + j\Delta t)\|$  векторіальної похибки приймала мінімальне значення:

$$\min K(t + j\Delta t).$$

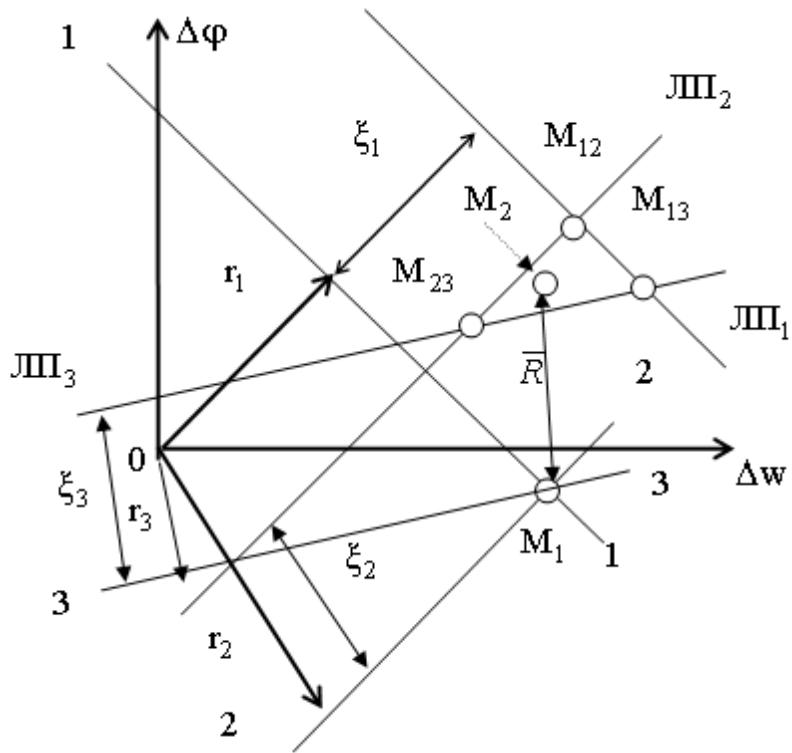


Рис. 3.1. Визначення місця судна за трьома ЛП

Послідовність випадкових векторів  $\bar{r} = \{\bar{r}_j(t)\}_{j=0,1,2,3,\dots}$  характеризується послідовністю двовимірних щільніостей розподілу

$$f_j = f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j), \quad (3.3)$$

де параметри:  $\bar{m}_j = M[\bar{r}_j] = \begin{pmatrix} M[x_j] \\ M[y_j] \end{pmatrix}$  і  $K_j$  – відповідно вектор математичних сподівань і коваріаційна матриця для вектора  $\bar{r}_j(t)$ . Параметри щільностей розподілів  $f_j$  визначаються за допомогою обробки експериментальних даних.

Слід відмітити, що так як траєкторні похибки  $\bar{r} = \{\bar{r}_j(t)\}_{j=0,1,2,3,\dots}$  є відхиленнями від програмної траєкторії, то слід покласти:  $\bar{m}_j = 0$ .

Другим істотним чинником, який впливає на безпеку мореплавства, поряд з коваріаційною матрицею обсервації є стисливість району плавання, який доцільно формалізувати за допомогою безпечної області  $D$  плавання судна.

Безпечною ділянку  $D$  розіб'ємо на підобласті, які прив'язані до систем координат  $O \Delta\varphi_j \Delta w_j$  з центрами на програмній траєкторії:

$$D = \bigcup D_j,$$

де підобласті  $D_j = D_{t_0 + j\Delta t}$  прив'язані до моменту часу  $t + j\Delta t$ , ( $j=0,1,2,3,\dots,r$ )), (рис. 3.2).

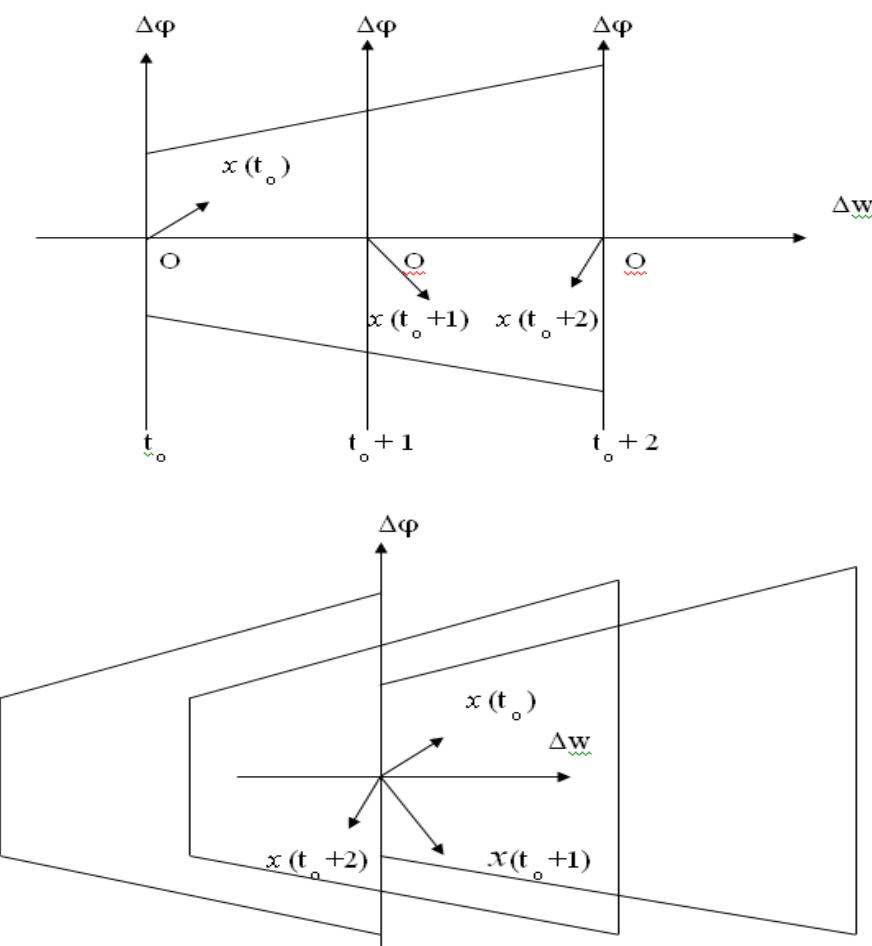


Рис. 3.2. Формалізація безпечної ділянки

Похибка траєкторного управління судном в будь-який момент часу  $t + j\Delta t$  характеризує дійсну позицію судна в системі координат  $O \Delta\varphi_j \Delta w_j$ ,

причому послідовність цих похибок в часі  $\bar{r} = \{\bar{r}_j(t)\}_{j=0,1,2,3,\dots}$  є сімейством незалежних випадкових векторів з відомими щільностями розподілу (3.3) із визначеними параметрами  $\bar{m}_j, K_j$ . Загальну щільність такого виродженого стохастичного процесу можна подати так

$$f(\bar{r}) = \prod_{j=1}^n f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j). \quad (3.4)$$

При цьому спільну функцію розподілу запишемо у вигляді

$$F(\bar{r}) = P(\bar{r} \in D) = P(\bar{r}_0(t) \in D_0, \bar{r}_1(t) \in D_1, \dots, \bar{r}_n(t) \in D_n) = \\ \prod_{j=0}^n \iint_{D_{t+j\Delta t}} f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j) dS_j,$$

де  $dS_j$  диференціал області  $D_j$ .

Спільна щільність розподілу (3.4) дозволяє визначити ймовірності реалізації конкретної істинної траєкторії судна відносно програмної на всьому маршруті прямування.

Імовірність безпечної плавання є ймовірністю того, що дійсна траєкторія руху судна належить ділянці  $D$ , тобто ймовірність того, що кожна точка траєкторії руху судна належить безпечній ділянці  $D$ . Оскільки рух судна в першому наближенні можна описувати лінійною моделлю, то траєкторія його руху є сукупністю  $n$  послідовних лінійних ділянок, кожен  $f$  з яких – переміщення судна за інтервал часу  $\Delta t$  між послідовними моментами корекції параметрів його руху.

Імовірність реалізації конкретної ділянки траєкторії будемо визначати добутком ймовірностей в його кінцевих точок, заданих в суміжних системах координат  $O \Delta\varphi_j \Delta w_j$  і  $O \Delta\varphi_{j+1} \Delta w_{j+1}$ . Будемо вважати, що ймовірність в кожній точці дорівнюють значенням щільності розподілу  $f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j)$  і

$f(\bar{r}_{j+1}(t), \bar{m}_{j+1}, K_{j+1})$  зазначених кінцевих точках (рис. 3.3). Таким чином, будемо вважати, що ймовірність реалізації ділянки траєкторії, від точки  $(\Delta\varphi_j, \Delta w_j)$  до точки  $(\Delta\varphi_{j+1}, \Delta w_{j+1})$  дорівнює добутку

$$P_{j,j+1} = f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j) f(\bar{r}_{j+1}(t), \bar{m}_{j+1}, K_{j+1}).$$

Аналогічно, ймовірність реалізації траєкторії, що проходить через точки  $(\Delta\varphi_0, \Delta w_0), (\Delta\varphi_1, \Delta w_1), \dots, (\Delta\varphi_n, \Delta w_n)$  і належить ділянці D, знайдемо так

$$P_{0,1,\dots,n} = \prod_{j=1}^n f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j).$$

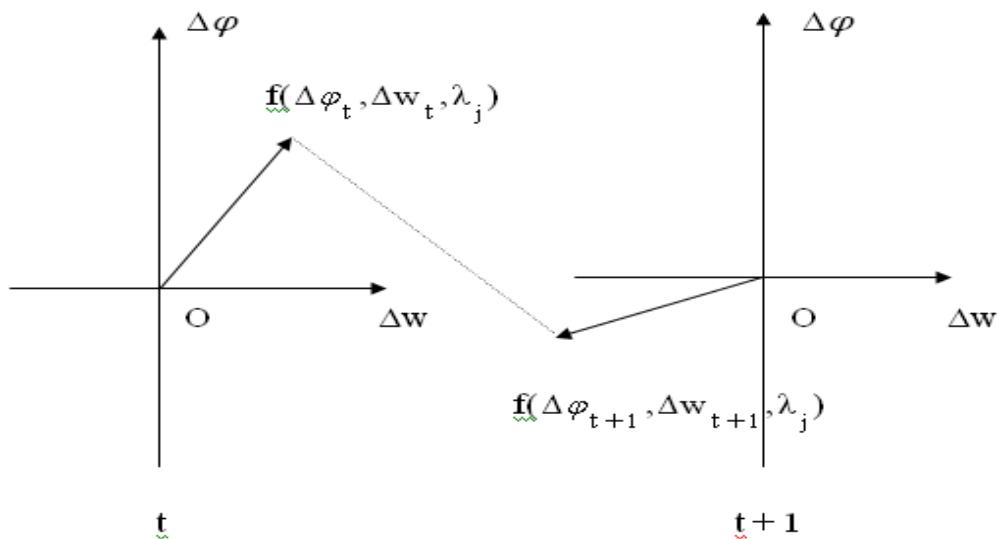


Рис. 3.3. Ймовірність реалізації ділянки траєкторії

У свою чергу, ймовірність безпечноого плавання є ймовірністю того, що траєкторія руху судна належить області D, тобто ймовірність того, що кожна точка траєкторії руху судна належить безпечної області D.

Оскільки рух судна для даної завдання можна описувати лінійною модельлю, то траєкторія його руху є сукупністю n послідовних лінійних ділянок,

кожна з яких – переміщення судна за інтервал часу  $\Delta t$  між послідовними моментами корекції параметрів його руху.

Тому ймовірність того, що вся траєкторія руху судна належить області  $D$ , є ймовірністю того, що всі ділянки траєкторії руху судна одночасно належать області  $D$ :

$$P_{bn} = P(\bar{r} \in D) = \prod_{j=0}^n \iint_{D_{t+j\Delta t}} f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j) dS_j .$$

Таким чином, ймовірність безпечноого плавання  $P_{bn}$  визначається типом щільності розподілу  $f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j)$ , параметрами розподілу  $\bar{m}_j, K_j$  позиційної помилки траєкторного керування судном, ділянкою безпечноого плавання  $D$  і положенням в ній програмної траєкторії, а також числом ділянок траєкторії, яке визначається періодом часу  $\Delta t$ .

Логарифмуємо отримане рівняння:

$$\ln P_{bn} = \sum_{i=0}^k \ln \iint_{D_j} f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j) dS_j ,$$

або

$$P_{bn} = \exp \left\{ \sum_{i=0}^k \ln \iint_{D_j} f(\bar{r}_j(t), \bar{m}_j, K_j) dS_j \right\} ,$$

де  $n$  – ціла частина відношення  $s/(V_m \Delta t)$ ;  $s$  – довжина програмної траєкторії;

$V_m$  – середня швидкість руху судна за програмною траєкторією.

Пропонований спосіб оцінки ймовірності безаварійного плавання судна вимагає розв'язання завдання з використанням двовимірної щільності розподілу ймовірностей векторіальної похибки й багаторазовою її інтеграцією в межах безпечної ділянки  $D$ , які мають складну форму. Тому практична реалізація даного аналітичного способу оцінки ймовірності  $P_b$  є досить складною й трудомісткою.

За допомогою розробленої комп'ютерної програми для оцінки ймовір-

ності безаварійного плавання судна  $P_{bn}$  розглянутим способом виконувалося імітаційне моделювання, у результаті якого генерувалися випадкові траєкторії руху судна відносно програмної. Для цього відносно кожної обсервованої точки випадковим чином формується векторіальна похибка, яка підкоряється закону розподілення Гаусу із заданим с. к. в. і нульовим математичним сподіванням. Вона визначає справжнє місце судна, а з'єднання всіх таких точок дає реалізацію випадкової траєкторії. Програмою генерується 1000 таких траєкторій і перевіряється належність кожної з них до припустимої ділянки безпечного плавання  $D$ , як показано на рис. 3.4. Частка траєкторій, що належать ділянці  $D$ , саме й визначає ймовірність  $P_{bn}$ , яка відображається на інформаційному табло. На рис. 3.4 показана ситуація безпечного плавання судна в стиснених водах, коректний вибір програмної траєкторії, припустиме значення с. к. в. і відносна стисненість припустимої ділянки плавання забезпечують значення  $P_{bn} = 1,000$ .

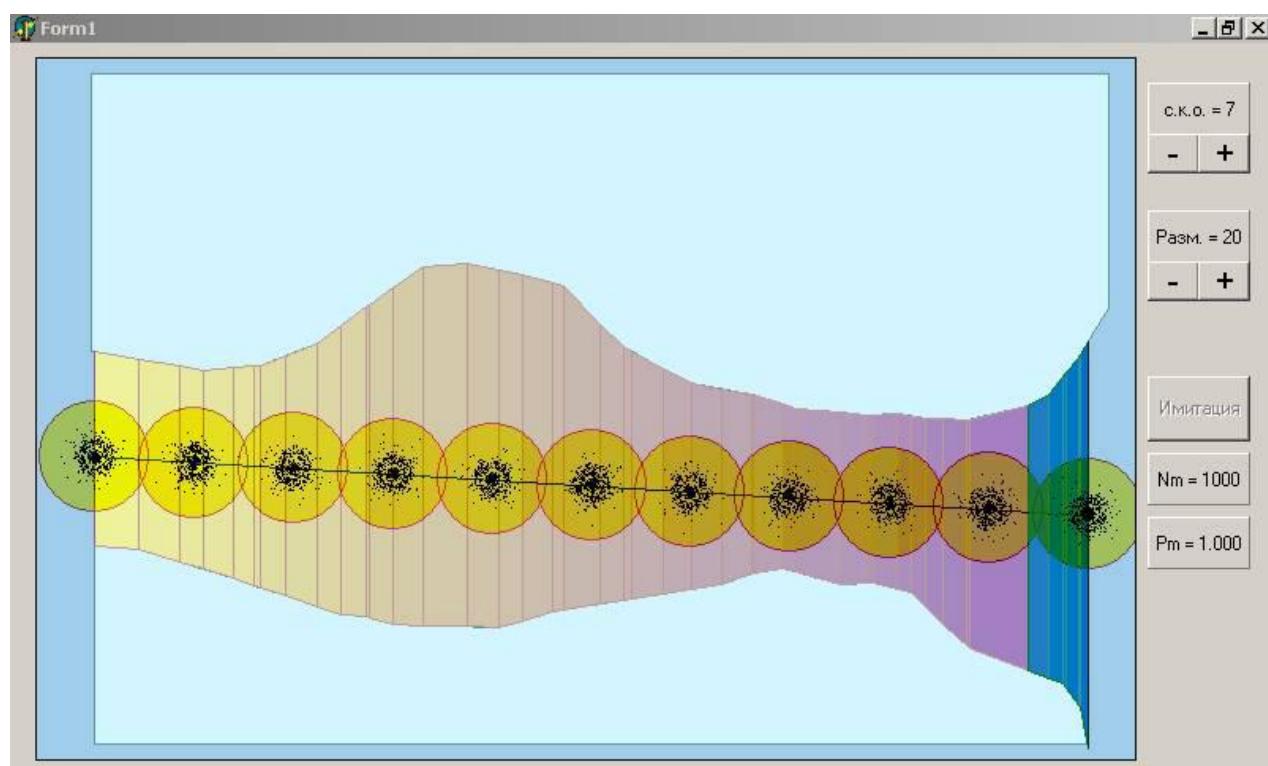


Рис. 3.4. Ситуація безпечного плавання судна у стиснених водах

На рис. 3.5 наведена ситуація з неприпустимо низькою ймовірністю  $P_{bn} = 0,490$ , загрожує посадкою судна на мілину. Причиною такої низької ймовірності є несиметричне розташування програмної траєкторії руху відносно меж безпечної ділянки плавання й велика стисненість ділянки відносно с.к.в. позиційної векторіальної похибки. Ймовірність  $P_{bn}$  можна підвищити, якщо програмну траєкторію руху судна представити кількома ділянками, які мають симетричне розташування в допустимій ділянці плавання, та/або підвищити точність обserвацій (зменшити с. к. в. векторіальної похибки).

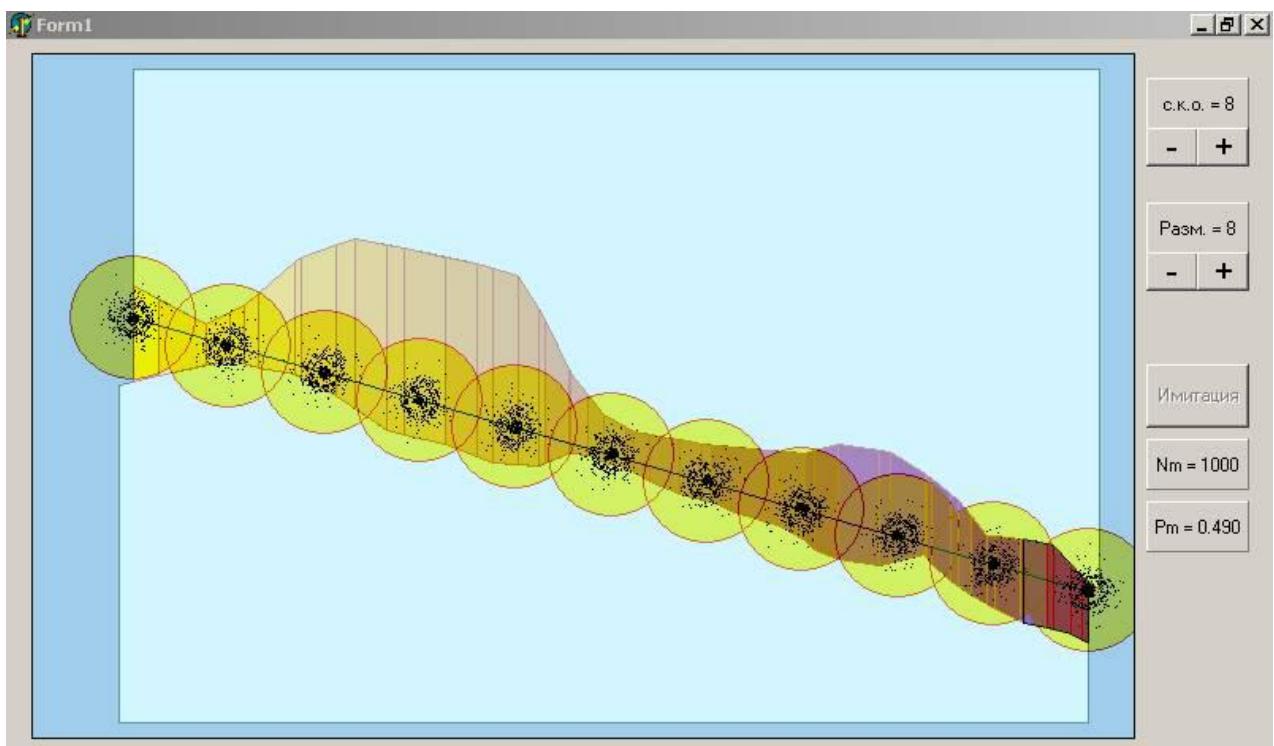


Рис. 3.5. Плавання судна з неприпустимою ймовірністю  $P_{bn}$

### 3.3. Метод визначення ймовірності безпечної плавання в стиснених районах за допомогою одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення судна

Як зазначалося вище, спосіб оцінювання ймовірності безпечної плавання із застосуванням двовимірної щільності розподілу позиційної векторіальної похибки з урахуванням формалізованої безпечної ділянки плавання, заданої на площині, є досить складним.

Тому розглянемо альтернативний спосіб визначення апріорної ймовірності  $P_b$ , розглядаючи завдану в рамках одновимірного простору з використанням одновимірної щільності похибки бічного відхилення судна відносно програмної траєкторії руху. У запропонованій моделі вважаємо, що допустима область безпечної плавання  $D$  задана аналітичним описом її правої  $G_{st}(X, Y)$  і лівої  $G_{pt}(X, Y)$  меж у вигляді двовимірних масивів. Також задана програмна траєкторія руху судна  $Tr_{pr}(X, Y)$ , кожна точка якої характеризується парою нормальних відстаней до правої і лівої меж безпечної ділянки  $D$ . Ці відстані позначені відповідно  $L_{st}(X, Y)$  і  $L_{pt}(X, Y)$ , враховуючи, що  $(X, Y) \in Tr_{pr}(X, Y)$ .

У Додатку А наведено вивід аналітичного виразу для оцінювання ймовірності  $P$  безпечної плавання стисненим маршрутом в разі альтернативної одновимірної моделі, яке має наступний вигляд:

$$P = \exp \left\{ s \int_{b_{min}}^{b_{max}} \phi(b) \ln \left\{ \int_{\delta b_{min}}^{\delta b_{max}} \gamma(\delta_b, b) [F\left(\frac{b}{2} - \delta_b\right) + F\left(\frac{b}{2} + \delta_b\right)] d\delta_b \right\} db \right\}, \quad (3.5)$$

У якому прийняті наступні позначення:

$s$  – довжина програмної траєкторії;

$b_{min}$  і  $b_{max}$  – відповідно мінімальне і максимальне значення ширини  $b$

допустимої ділянки;

$\phi(b)$  – розподілом частот за значеннями ширини  $b$  допустимої ділянки;

$\delta_{b\max i}$  і  $\delta_{b\min i}$  – відповідно максимальне й мінімальне значення зміщення  $\delta_b$  програмної траєкторії руху судна;

$\gamma(\delta_b, b)$  – безумовний розподіл частот виникнення зміщення  $\delta_b$  в залежності від значення ширини  $b$  допустимої ділянки;

$F$  – функція розподілу ймовірностей похибки бічного відхилення.

Аналіз отриманого виразу показує, що на величину ймовірності  $P$  впливають такі некеровані чинники, як довжина програмної траєкторії руху судна  $s$  і розподіл частот повторення значень ширини допустимої ділянки  $\phi(b)$ . Хоча класифікація даних параметрів, як некерованих є певною мірою умовною, оскільки рішення розширити або подовжити допустиму ділянку безпечного плавання переводить згадані параметри до множини керованих параметрів. Однак в подальшому будемо вважати, що допустима область безпечного плавання суден  $D$  є незмінною й параметри  $s$  і  $\phi(b)$  є некерованими.

Характеристика зміщення програмної траєкторії відносно осьової лінії допустимої ділянки  $\gamma(\delta_b, b)$  є керованою характеристикою, оскільки орієнтація програмної траєкторії руху судна  $Tr_{pr}(X, Y)$  виконується при її попередній прокладці.

Аналіз виразу (3.5) показує, що істотним чинником є точність визначення місця судна щодо програмної траєкторії руху, яка визначає щільність і функцію  $F(x)$  розподілу бокового відхилення судна. Даний істотний чинник залежить від структури й розміщення компонентів системи навігаційного обладнання.

Оскільки щільність розподілу ймовірностей  $f(x)$  випадкового бічного відхилення  $\Delta_b$  підпорядковується певному закону, то слід обговорити це питання більш детально.

Відомо, що похибки навігаційних вимірювань розподілені за нормальну-

ним законом [211]. Однак останні дослідження [133,134] показують, що закони розподілу випадкових похибок можуть відрізнятися від нормального. Тому в роботі [140] пропонуються інші підходи до опису законів розподілу ймовірностей похибок навігаційних вимірювань, з урахуванням того, що криві щільності розподілу ймовірностей є унімодальними й симетричними відносно математичного очікування.

Основним підходом альтернативного опису випадкових похибок є опис змішаних розподілів ймовірностей [133,135]. У роботі [133] показано, що закон розподілу Лапласа належить змішаним законам, щільність якого виражається в явному вигляді. Як показано в роботі [140], в якості змішаних законів розподілу пропонуються криві щільності розподілу ймовірностей Пірсона четвертого й сьомого типів, щільності розподілу яких відповідають вимогам змішаних розподілів.

Другий підхід опису законів розподілу похибок навігаційних вимірювань полягає у використанні моделі формування узагальненого закону розподілу Пуассону [138].

Обидва типи розподілів і змішаний, і узагальнений розподіл Пуассона мають «обтяжені хвости» та придатні для опису гістограм статистичних даних похибок вимірювань навігаційних параметрів.

Для оцінювання ймовірності безavarійного плавання судна за обраним маршрутом більш зручно застосовувати математичну модель з одновимірною щільністю розподілу бокового відхилення судна від програмної траєкторії руху, хоча спочатку відома двовимірна щільність розподілу векторіальної позиційної похибки. Тому слід знайти вираз одновимірної щільності  $f_b(z)$  бічного відхилення  $z$  при заданій двовимірній щільності розподілу ймовірностей позиційної траєкторної похибки  $f(x, y)$ .

При визначенні місця положення судна за трьома і більше лініями положень похибки обserвації координат будуть залежними випадковими величинами [133], з нормальним законом розподілу. Щільність якого, враховуючи рі-

вність:  $\bar{m}_j = 0$  подамо так [211,133]:

$$f(\bar{r}_j(t), K_j) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-k_{xy}}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-k_{xy})}\left(\frac{x_j^2(t)}{\sigma_x^2} + \frac{y_j^2(t)}{\sigma_y^2} + 2\frac{k_{xy}x_j(t)y_j(t)}{\sigma_x\sigma_y}\right)\right]$$

В цьому випадку рівняння еліпса похибок не буде мати канонічний вид, що затрудняє оцінку похибок обсервації. В роботах [211,133], для вирішення цієї проблеми застосовані методи аналітичної геометрії, а саме метод повороту осей координат. Зокрема, отримано рівняння для визначення кута повороту осей координат

$$\tan 2\gamma = \frac{2k_{xy}\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}$$

і вирази для дисперсій в новій системі координат  $(\xi, \eta)$ :

$$\sigma_\xi^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \gamma + k_{xy}\sigma_x\sigma_y \sin 2\gamma + \sigma_y^2 \sin^2 \gamma,$$

$$\sigma_\eta^2 = \sigma_x^2 \sin^2 \gamma + k_{xy}\sigma_x\sigma_y \sin 2\gamma + \sigma_y^2 \cos^2 \gamma.$$

Цю ж задачу можна розв'язати, привівши коваріаційну матрицю  $K_j$  діагонального виду [212]:

$$K_j = G K_j^* G^T,$$

де  $K_j^* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$  – власні числа матриці  $K_j$ ;  $G = \{g_{kj}\}^2$  перетворююча матриця [212], елементи якої подамо так

$$g_{11} = g_{22} = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2(4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$g_{21} = -g_{12} = \left\{ \frac{1}{2} - \frac{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2(4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2)^{\frac{1}{2}}} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Власні числа  $\lambda_1, \lambda_2$  є одночасно дисперсіями для нових незалежних випадкових величин  $\xi, \eta$ , тобто  $\lambda_1 = \sigma_\xi^2, \lambda_2 = \sigma_\eta^2$ . Крім того, для  $\lambda_1, \lambda_2$  справедливі також подання

$$\lambda_j = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - (-1)^j \sqrt{4\sigma_{xy}^2 + (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2}).$$

Щільність розподілу випадкових величин  $\xi, \eta$  буде мати вигляд

$$f(\xi, \eta, K_j^*) = \frac{1}{2\pi\sigma_\xi\sigma_\eta} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi_j^2(t)}{\sigma_\xi^2} + \frac{\eta_j^2(t)}{\sigma_\eta^2}\right)\right].$$

Коваріційну матрицю подамо так

$$K_j^* = \begin{pmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix}.$$

Норма останньої запишемо так

$$\|K_j^*\| = \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2.$$

При такому лінійному перетворенні

$$\min \|K_j\| = \min \|K_j^*\|. \quad (3.6)$$

Отже, для досягнення безпечної траєкторії руху необхідно забезпечити виконання критерію (3.6).

На рис. 3.6 показана залежність похибки бічного відхилення  $z$  від складових  $x$  і  $y$  векторіальної позиційної помилки, а також курсу судна  $K$ . З рис. 3.6 випливає:

$$z = x \sin(K - \frac{\pi}{2}) + y \cos(K - \frac{\pi}{2}),$$

або

$$z = y \sin K - x \cos K.$$

У цьому випадку бічне відхилення  $z$  також буде підпорядковуватися нормальному закону з параметрами [211]:

$$m_z = m_y \sin K - m_x \cos K,$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K,$$

де  $m_z$  і  $\sigma_z^2$  – відповідно математичне сподівання й дисперсія бічного відхилення;

$m_x$  і  $m_y$  – математичні сподівання складових  $x$  і  $y$ .

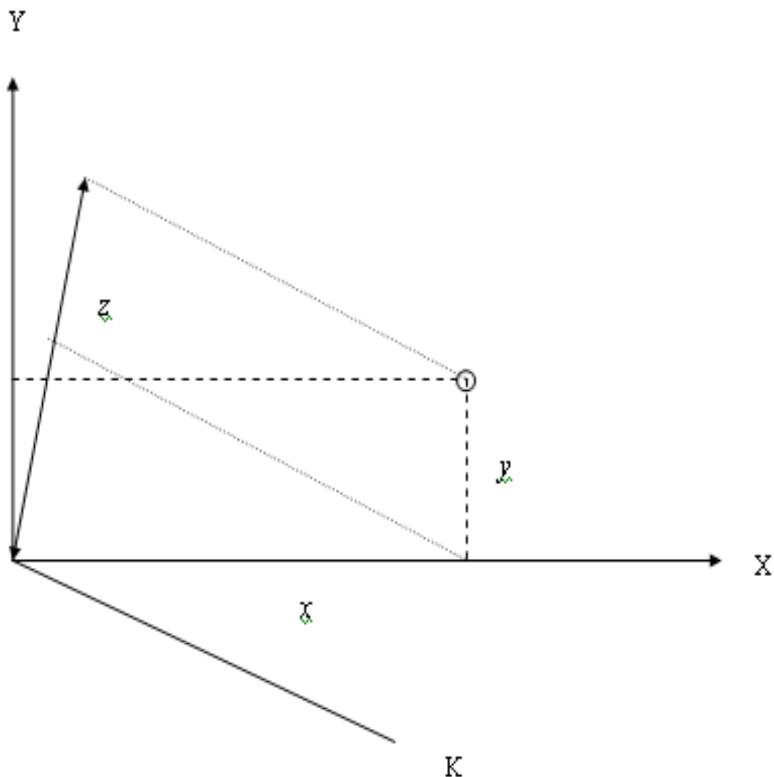


Рис. 3.6. Залежність бокового відхилення  $z$  від складових  $x$  і  $y$

Таким чином, вираз для щільності розподілу бокового відхилення набуває наступного вигляду:

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(z - m_z)^2}{2\sigma_z^2}\right],$$

або

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}} \exp\left\{-\frac{[z - (m_y \sin K - m_x \cos K)]^2}{2(\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K)}\right\}.$$

При априорній оцінці ймовірності безпечного плавання стисненим маршрутом Р можна допускати незалежність складових векторіальної похибки й рівність дисперсій складових, тобто  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ . У цьому випадку:

$$\sigma_x^2 \cos^2 K + \sigma_y^2 \sin^2 K = \sigma^2 (\cos^2 K + \sin^2 K) = \sigma^2$$

i, отже

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.7)$$

Для оцінки ймовірності безаварійного проведення судна Р вираз (3.5) доцільно перетворити до дискретного виду:

$$P = \exp\left\{\sum_{i=0}^{\Delta b} \left\{\sum_{j=1}^{m_i} \ln[F\left(\frac{b_{\min} + i}{2} - \delta_{bij}\right) + F\left(\frac{b_{\min} + i}{2} + \delta_{bij}\right)]\right\}\right\},$$

де  $\Delta b = b_{\max} - b_{\min}$ ;  $m_i$  – число значень ширини  $b_i$ .

Надалі для стислого району потрібно визначити наступні характеристики: параметри стисlosti  $\Delta b$ ,  $b_{\min}$ , одновимірний масив  $m_i$  і двовимірний масив значень зміщення траєкторії  $\delta_{bij}$ . Для визначення цих характеристик необхідно мати аналітичний опис правої  $G_{st}(X, Y)$  і лівої  $G_{pt}(X, Y)$  меж допустимої області безпечного плавання  $D$ , а також програмної траєкторії руху су-

дна  $\text{Tr}_{\text{pr}}(X, Y)$ . Будемо задавати межі  $G_{\text{st}}(X, Y), G_{\text{pt}}(X, Y)$  і програмну траєкторію  $\text{Tr}_{\text{pr}}(X, Y)$  у вигляді масивів точок прямокутної системи координат XOY (рис. 3.7). Праву межу  $G_{\text{st}}(X, Y)$  представлено масивом точок  $\{X_{\text{si}}, Y_{\text{si}}\}$ , ліву межу  $G_{\text{pt}}(X, Y)$  – масивом точок  $\{X_{\text{pi}}, Y_{\text{pi}}\}$ , а програмну траєкторію руху  $\text{Tr}_{\text{pr}}(X, Y)$  задано масивом точок  $\{X_{\text{ti}}, Y_{\text{ti}}\}$ . Для розрахунку характеристик стисненого району доцільно перетворити масиви точок зламу кордонів ділянки D і програмної траєкторії руху судна в масиви, що містять початкову точку, а також довжину й напрямок кожного відрізка між сусідніми точками зламу шматково-лінійної апроксимації меж безпечної ділянки

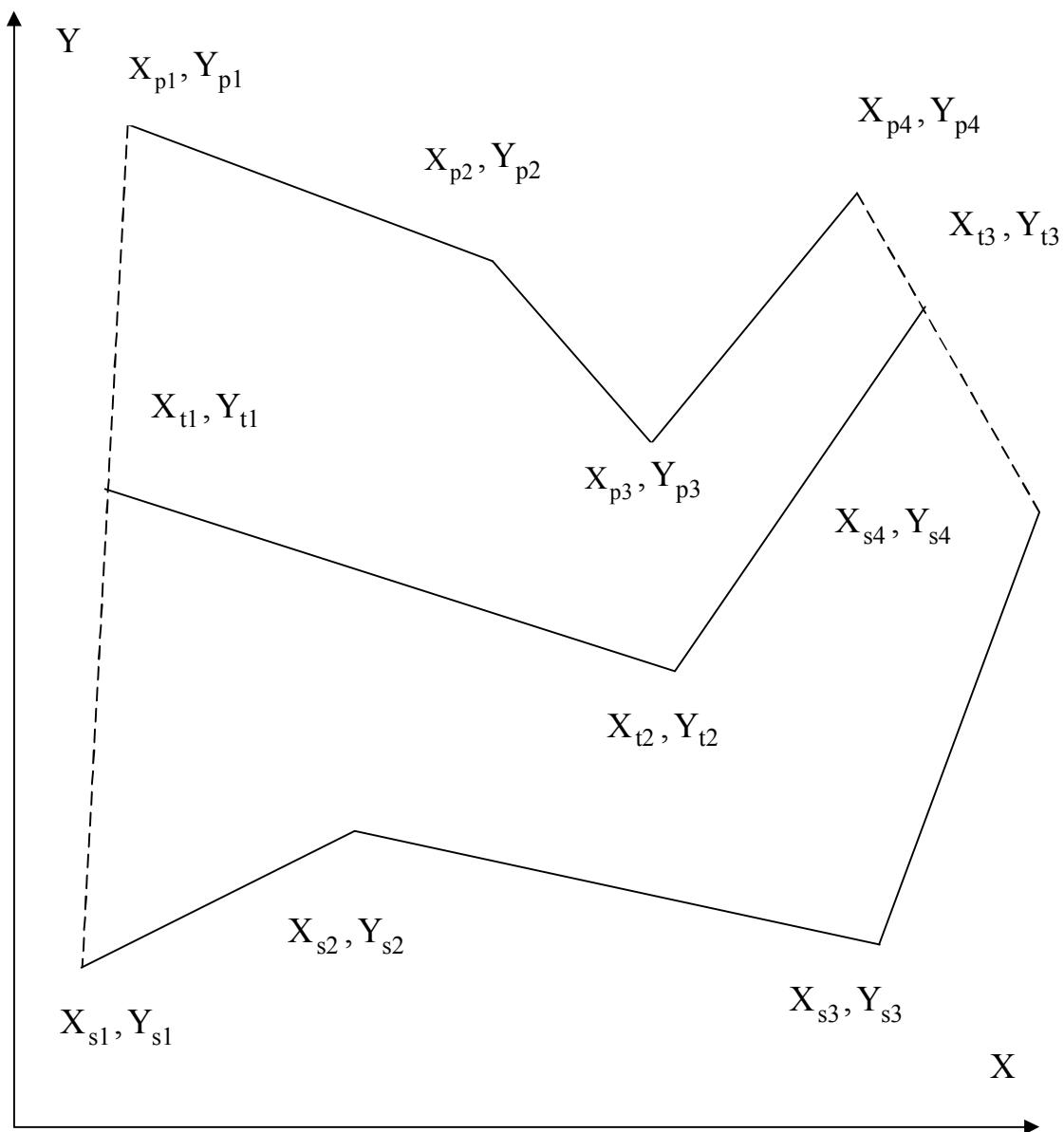


Рис. 3.7. Межі ділянки D і програмна траєкторія судна

плавання або ділянок локсадромії програмної траєкторії. Для програмної траєкторії таке уявлення є природним, тобто  $\tilde{T}r_{pr} = \{X_{t1}, Y_{t1}, K_i, S_i\}$ , а для меж аналогічно  $\tilde{G}_{st} = \{X_{s1}, Y_{s1}, \beta_{si}, L_{si}\}$  і  $\tilde{G}_{pt} = \{X_{p1}, Y_{p1}, \beta_{pi}, L_{pi}\}$ , причому довжина  $L_i$  та напрям  $\beta_i$  i-го відрізка межі виражуються через елементи вихідного масиву в такий спосіб:

$$L_i = \sqrt{(X_{i+1} - X_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2};$$

$$\beta_i = \begin{cases} \psi_i, & \text{при } \Delta X_i > 0, \Delta Y_i > 0, \\ \pi - \psi_i, & \text{при } \Delta Y_i < 0, \\ 2\pi + \psi_i, & \text{при } \Delta X_i < 0, \Delta Y_i > 0, \end{cases}$$

де  $\Delta X_i = X_{i+1} - X_i$ ,  $\Delta Y_i = Y_{i+1} - Y_i$ ;

$$\psi_i = \arcsin[\Delta X_i / L_i].$$

У Додатку А розроблена процедура визначення нормальних відстаней  $L_{sti}$  і  $L_{pti}$  протягом всього переходу, яка враховує певні умови. На підставі розрахованих нормальних відстаней  $L_{sti}$  і  $L_{pti}$  проводиться оцінка параметрів стисненості й зміщення маршруту.

Для розрахунку характеристик стисненого району було розроблено комп'ютерну програму, за допомогою якої формувалися вихідні масиви правої  $G_{st}(X, Y)$  і лівої  $G_{pt}(X, Y)$  меж допустимої ділянки  $D$ , а також програмної траєкторії руху судна  $Tr_{pr}(X, Y)$ .

Розглянемо приклад, в якому масиви меж безпечної ділянки  $G_{st}(X, Y), G_{pt}(X, Y)$  і програмної траєкторії  $Tr_{pr}(X, Y)$  містять 9 точок зламу, а координати цих точок наведені в табл. 3.1.

Первинні масиви  $G_{st}(X, Y)$ ,  $G_{pt}(X, Y)$  і  $Tr_{pr}(X, Y)$  перетворені в модифі-

ковані  $\tilde{G}_{st}$ ,  $\tilde{G}_{pt}$  і  $\tilde{Tr}_{pr}$ , які представлені в табл. 3.2.

Межі безпечної ділянки плавання й програмна траєкторія руху судна для даного прикладу показані на рис. 3.8. Розрахунок нормальних відстаней  $L_{pt}$  і  $L_{st}$  на всьому маршруті плавання виконувався за розробленою процедурою, а нормальні відстані показані на рис. 3.9.

Таблиця 3.1.

Масиви  $G_{st}(X, Y)$ ,  $G_{pt}(X, Y)$  і  $Tr_{pr}(X, Y)$  прикладу

№	$X_{pt}$	$Y_{pt}$	$X_{st}$	$Y_{st}$	$X_{pr}$	$Y_{pr}$
1	125	30	40	45	105	55
2	175	105	80	95	140	175
3	165	155	110	165	225	260
4	195	200	115	235	295	330
5	250	225	175	280	335	335
6	310	300	230	305	380	345
7	365	310	275	335	420	320
8	445	270	405	370	465	305
9	505	205	510	320	495	285

Таблиця 3.2.

Модифіковані масиви  $\tilde{G}_{st}$ ,  $\tilde{G}_{pt}$  і  $\tilde{Tr}_{pr}$  прикладу

№	$K^\circ$	S	$\beta_p^\circ$	$L_p$	$\beta_s^\circ$	$L_s$
1	164	125	146	90,1	141	64,0
2	135	120,2	191	51,0	157	76,2
3	135	99	146	54,1	176	70,2
4	97	40,3	114	60,4	127	75,0
5	103	46,1	141	96,0	114	60,4
6	58	47,2	100	55,9	124	54,1
7	72	47,4	63	89,4	105	134,6
8	56	36,1	43	88,5	65	116,3



Рис. 3.8. Безпечна ділянка і програмна траєкторія судна

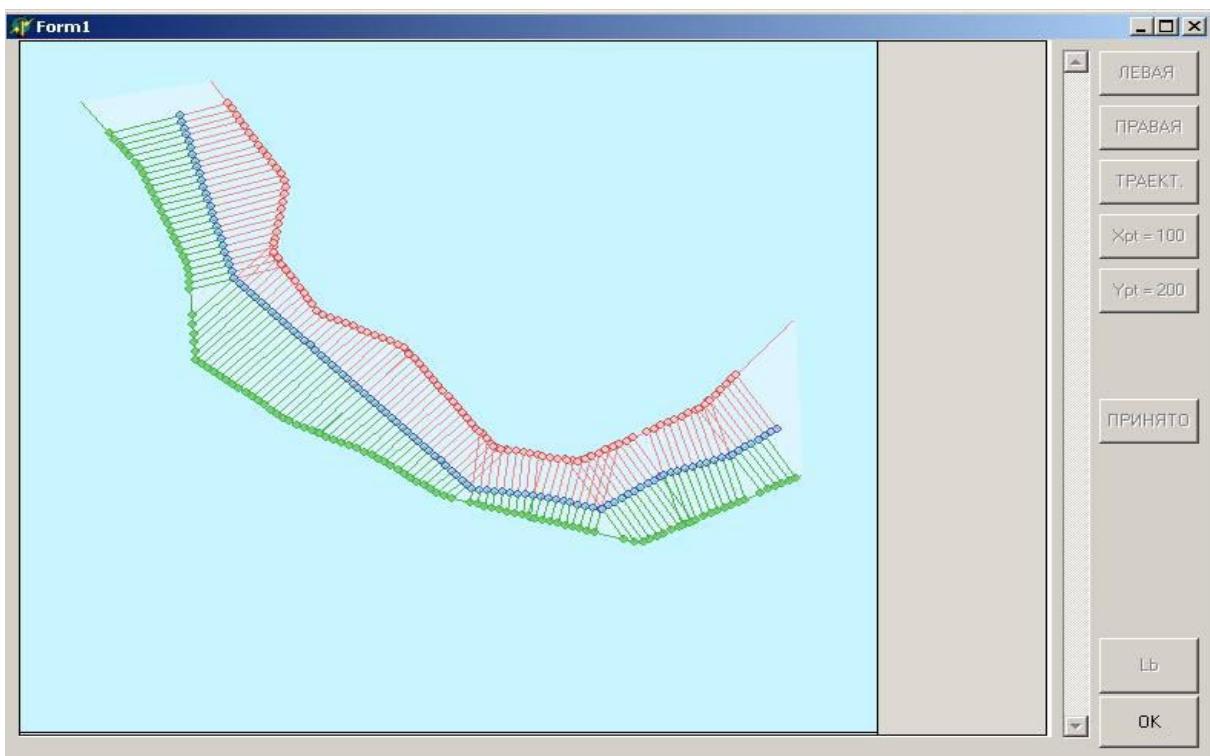


Рис. 3.9. Нормальні відстані  $L_{pt}$  і  $L_{st}$  прикладу

Діаграма значень нормальних відстаней  $L_{pt}$  і  $L_{st}$  для прикладу, орієнтованих ортогонально відносно програмної траєкторії руху судна, яка показана прямою лінією, наведена на рис. 3.10.

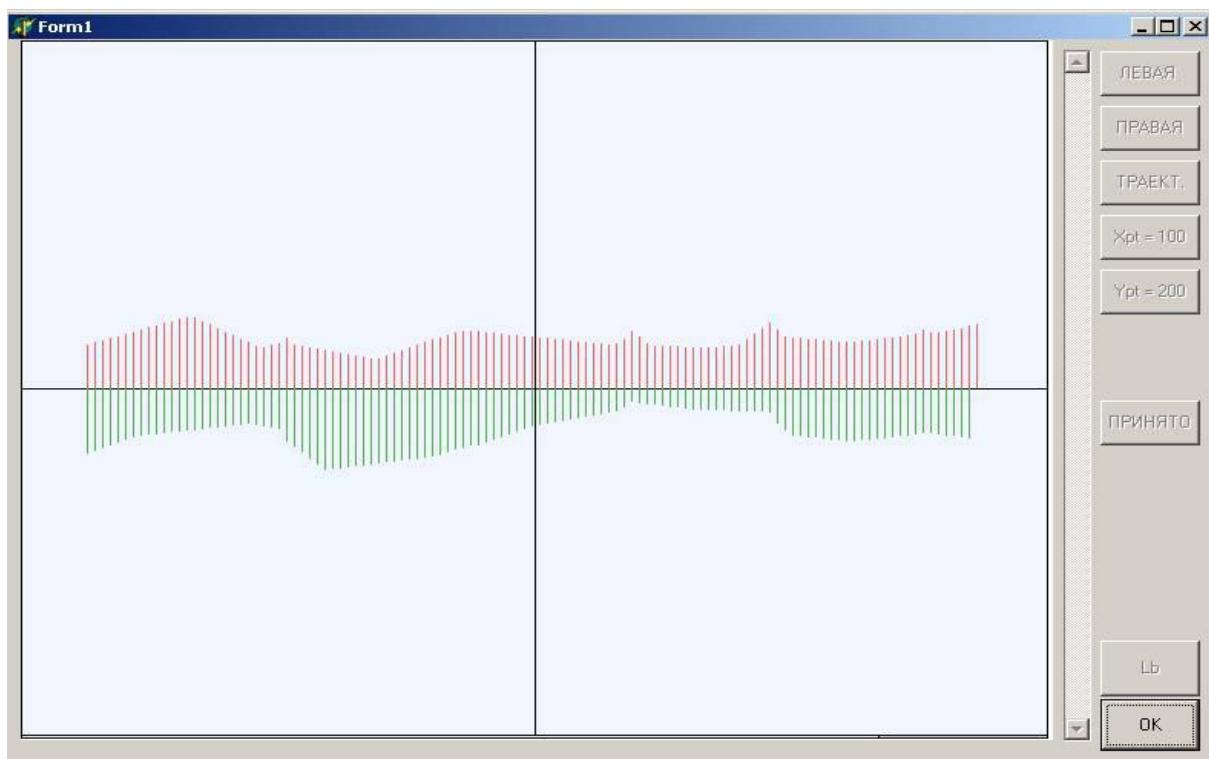


Рис. 3.10. Діаграма нормальних відстаней прикладу

Під час аналізу даного рисунку видно, що нормальні бічні відстані відхилень вправо й вліво приблизно симетричні, що свідчить про коректний вибір програмної траєкторії руху судна. За величиною нормальних відстаней розраховувалися значення нормальної ширини  $b$ , як сума відповідних їх протилежних значень, а також обчислювалося зміщення  $\delta_b$ , що характеризує відхилення траєкторії судна від середини ширини.

На рис. 3.11 показано розподіл ширини  $b$  і зміщення  $\delta_b$  на маршруті плавання відносно центральної лінії. З наведеного рисунку випливає, що зміщення вправо й вліво нівелюють одне одного. Нормальні широти розподіляли по 8 розрядів, причому ширина розряду визначалася як різниця між мі-

німальним і максимальним значенням ширини, яка дорівнює 44, поділена на число розрядів, що склало 5,5.

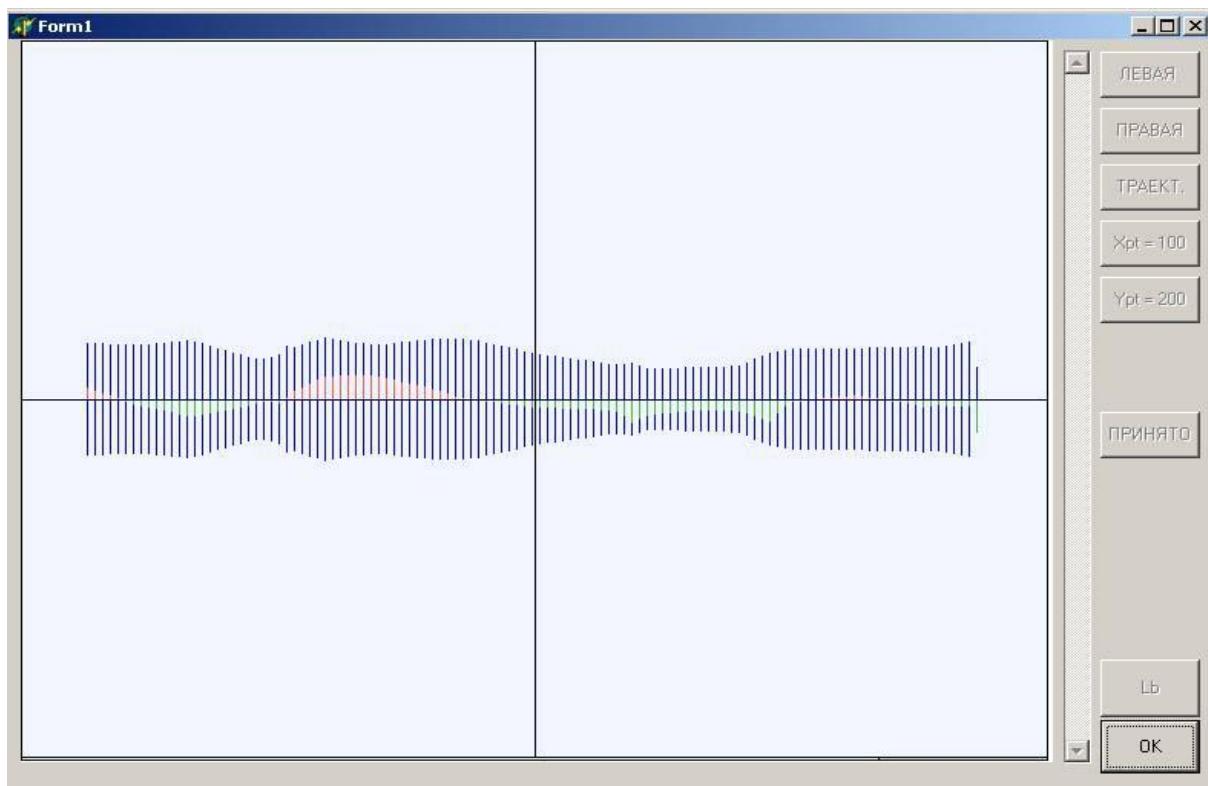


Рис. 3.11. Розподіл ширини й зміщення прикладу

Шляхом ділення числа значень ширини кожного розряду на загальне число значень ширини отримували частоту розподілу значень ширини за розрядами, як показано на рис. 3.12. Для визначення частот нормальної ширини різниця, що дорівнює 135, розділили на розряди, кожен довжиною 16,9. Потім число значень ширини кожного розряду розділяли на загальне число значень – і отримали частоту розподілу значень ширини за розрядами, що показано на рис. 3.12.

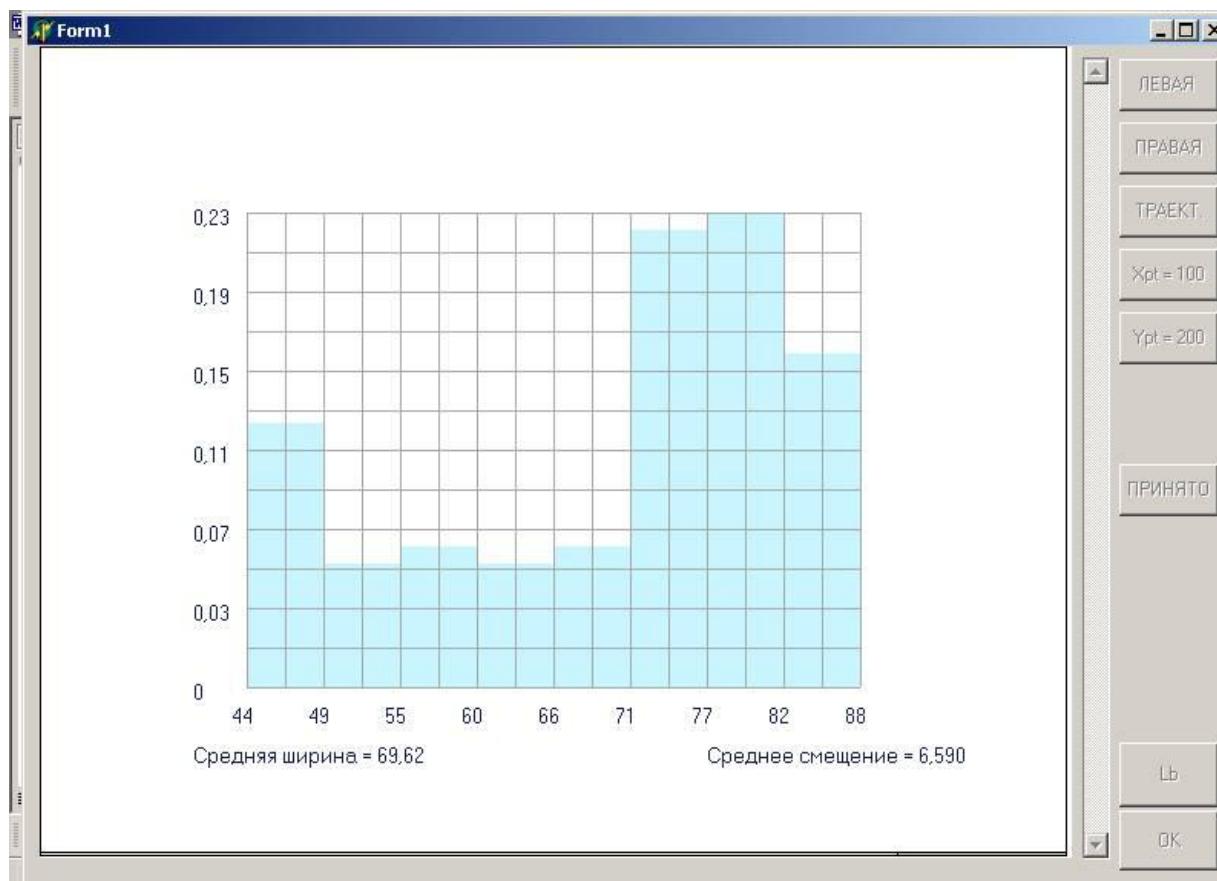


Рис. 3.12. Розподіл частот ширини для прикладу

Таким чином, отриманий спосіб формалізації спільного розташування меж ділянки безпечноого плавання й програмної траекторії руху судна в ній, за допомогою якого розраховується розподіл частот нормальної ширини та масиву зміщень судна відносно траєкторії.

### 3.4. Вплив закону розподілу похибки бічного відхилення на ймовірність безпечноого проходження судном стисненого маршруту

Окрім нормального розподілу (3.6) похибки бічного відхилення з можуть підкорятися змішаним законам першого й другого типу [140]. Щільність розподілу похибок бічного відхилення при змішаному законі першого типу має такий вигляд:

$$f_1(x) = \frac{2^n \alpha^{\frac{n+1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdots (2n-1)} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}}, (n \leq 6)$$

з дисперсією  $\mu_2 = \frac{2\alpha}{2n-1}$ .

Якщо ж похибки бічного відхилення розподілені за змішаним законом другого типу, то щільність їх розподілу  $f_2(x)$  і другий центральний момент (дисперсія)  $\mu_2$  мають вигляд:

$$f_2(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2n+1)\alpha^{n+1}}{\sqrt{2} 2^{n+1} n!} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+3/2}}, (n \leq 5)$$

причому дисперсія  $\mu_2 = \frac{\alpha}{n}$ .

Для оцінки ймовірності безаварійного проведення судна Р в допустимій ділянці за допомогою формули (3.5) необхідно розраховувати значення виразу

$F(\frac{b}{2} - \delta_b) + F(\frac{b}{2} + \delta_b)$ , для чого слід мати можливість обчислювати функції розподілу нормального закону й змішаних законів обох типів. Для нормального закону функція розподілу не виражається в елементарних функціях. У роботі [211] показано, що значення функції розподілу нормального закону може бути отримано за допомогою функції Лапласу

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$$

яка представлена в табличному вигляді. Функція розподілу змішаного розподілу першого типу  $F_{1n}(x)$  може бути отримана за допомогою виразу для густини розподілу  $f_1(x)$ :

$$F_{1n}(x) = \int_{-\infty}^x f_1(t) dt = \frac{2^n \alpha^{\frac{n+1}{2}} n!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdots (2n-1)} \int_{-\infty}^x \frac{dt}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}} . \quad (n \leq 6)$$

В роботі [140] отримано вираз функції розподілу змішаного закону першого типу, який має вигляд:

$$F_{1n}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2\alpha}} + \sum_{i=1}^n \frac{2^{n-i} \alpha^{\frac{(n-i)+1}{2}} (n-i)!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdots [2n-(2i-1)]} \frac{x}{(\frac{x^2}{2} + \alpha)^{n+1-i}} . \quad (n \leq 6)$$

Аналогічно для змішаного закону другого типу:

$$F_{2n}(x) = \int_{-\infty}^x f_2(t) dt = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2n+1) \alpha^{n+1}}{\sqrt{2} 2^{n+1} n!} \int_{-\infty}^x \frac{dt}{(x^2/2 + \alpha)^{n+3/2}} . \quad (n \leq 5)$$

Viraz функції розподілу для змішаного закону розподілу другого виду в явному вигляді наведено в роботі [140] і має такий вигляд:

$$F_{2n}(x) = 1 - 2^n 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2n+1) \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{j!(n-j)!(n+1+j)} \frac{\alpha^{n+1+j}}{(x^2 + 2\alpha + x\sqrt{x^2 + 2\alpha})^{n+1+j}} \right\} . \quad (n \leq 5)$$

Користуватися для розрахунку наведеними виразами функції розподілу незручно через їхню громіздкість. Тому в роботі розрахунок функцій розподілу проводився чисельним інтегруванням щільності розподілу методом Сімпсона.

За розробленим алгоритмом розрахунку ймовірності безпечного проходження стисненої ділянки була написана комп'ютерна програма, в якій крім точного розрахунку ймовірності безаварійного проведення судна Р за форму-

лою (3.5) проводився розрахунок ймовірності  $P$  за наближеною формулою, що враховує середні значення нормальної ширини  $b_m$  і зміщення  $\delta_{bm}$ , при чому наближена оцінка позначена  $P_{\text{пр}}$ :

$$P_{\text{пр}} = \left[ \int_{-b_m/2}^{b_m/2} f(x - \delta_{bm}) dx \right]^s = \left[ 2 \int_0^{b_m/2} f(x - \delta_{bm}) dx \right]^s. \quad (3.8)$$

Для оцінки впливу закону розподілу ймовірностей похибки бічного відхилення для одного й того ж маршруту розраховувалися ймовірності  $P$  та  $P_{\text{пр}}$  для нормального закону, а також змішаних законів першого й другого типів. Був проведений аналіз безпеки плавання маршрутом, який розглядався як приклад та показаний на рис. 3.8, а розподіл його нормальної ширини – на рис. 3.13. Для різних законів розподілу похибки бічного відхилення за допомогою комп'ютерної програми отримані значення точної і наближеної ймовірності безпечноого проходження маршруту.

У програмі передбачено введення масивів точок, які характеризують праву й ліву межі безпечної ділянки плавання, а також програмну траєкторію руху судна. Для розрахунку значень точної і наближеної ймовірності безпечноого проходження маршруту слід вибрати закон розподілу похибки бічного відхилення та ввести значення її дисперсії. Якщо обраний змішаний закон розподілу, то слід вибрати його істотний параметр.

У Додатку А.3 здійснено розрахунок ймовірності безпечноого плавання судна розглянутим маршрутом для різних законів розподілу похибки. У результаті розрахунків виявилося, що значення ймовірностей для даного маршруту й точності проведення не задовільняють вимогам безпеки судноводіння. У цьому ж Додатку проведений аналіз необхідної точності визначення бічного відхилення, за якої ймовірність безпечноого проведення судна не повинна бути менше 0,999 для розглянутого в прикладі маршруту в разі розподілу похибок бічного відхилення за трьома згаданими законами розподілу.

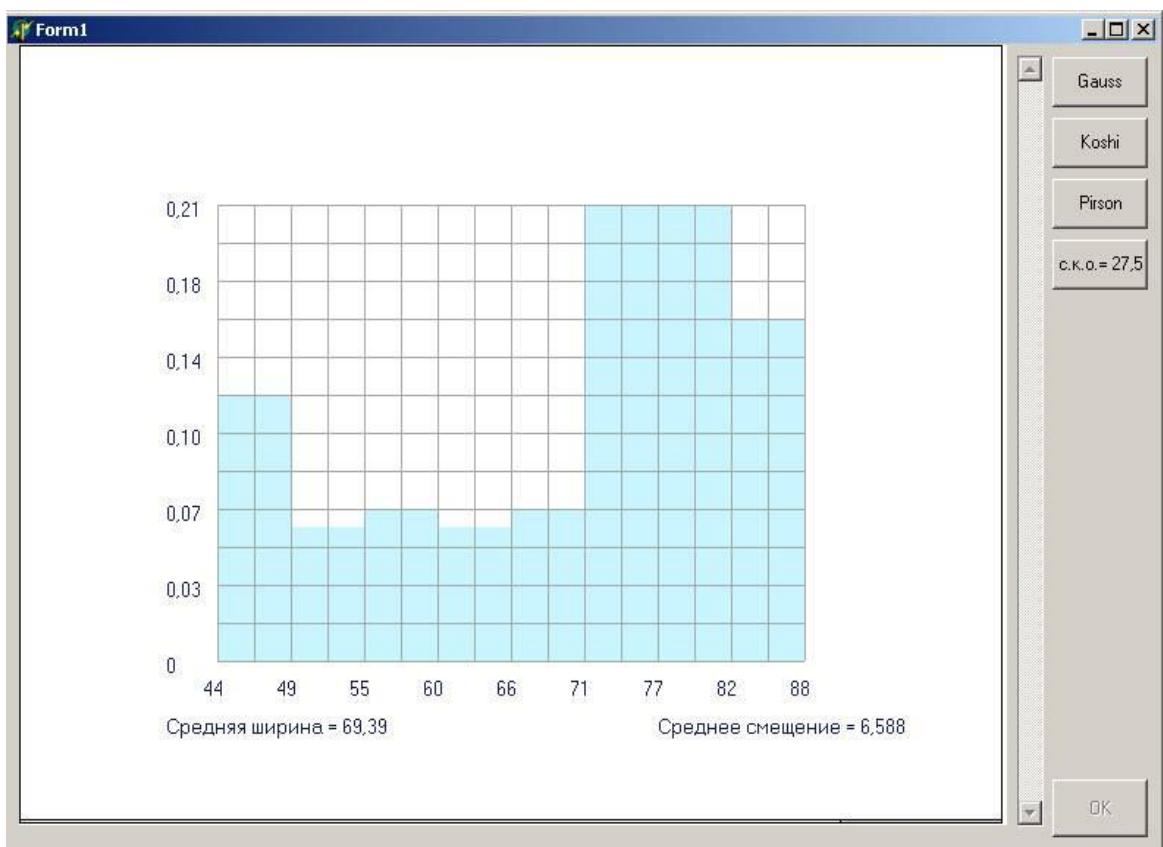


Рис. 3.13. Розподіл нормальної ширини маршруту

Для дослідження впливу закону розподілу похибок бічного відхилення й точності їх визначення на ймовірність безпечноого проведення судна маршрутом були проведені розрахунки ймовірності  $P$  змішаних законів обох типів з різними істотними параметрами  $n$  і значеннями  $\sigma$  від 20 до 50. Результати розрахунку ймовірності  $P$  для маршруту розглянутого прикладу представлені в табл. 3.3.

З табл. 3.3 випливає, що при значеннях  $\sigma \geq 20$  під час плавання маршрутом незалежно від закону розподілу похибки бічного відхилення ймовірність  $P \geq 0,999$  взагалі не досягається. Аналіз табл. 3.3 показує, що ймовірність  $P$  зменшується з ростом  $\sigma$ , а при незмінному значенні  $\sigma$  збільшується з ростом значення істотного параметру  $n_1$  змішаного закону розподілу первого типу та істотного параметру  $n_2$  змішаного закону розподілу другого типу.

Таблиця 3.3.

## Залежність ймовірності Р для маршруту

Закон	$\sigma=20$	$\sigma=30$	$\sigma=40$	$\sigma=50$
1-й тип $n_1=1$	0,7962	0,6682	0,5491	0,4446
2-й тип $n_2=1$	0,8429	0,7100	0,5772	0,4570
1-й тип $n_1=2$	0,8761	0,7477	0,6115	0,4843
2-й тип $n_2=2$	0,8966	0,7732	0,6367	0,5069
1-й тип $n_1=3$	0,9098	0,7906	0,6545	0,5221
2-й тип $n_2=3$	0,9189	0,8030	0,6675	0,5349
1-й тип $n_1=4$	0,9255	0,8121	0,6772	0,5430
2-й тип $n_2=4$	0,9305	0,8191	0,6847	0,5500
1-й тип $n_1=5$	0,9344	0,8247	0,6906	0,5555
2-й тип $n_2=5$	0,9375	0,8292	0,6954	0,5601
1-й тип $n_1=6$	0,9400	0,8329	0,6994	0,5638

Проведемо порівняльну характеристику двовимірної й одновимірної моделей оцінки ймовірності безпечного проведення судна заданим маршрутом за допомогою імітаційного моделювання. Раніше були розглянуті дві альтернативні моделі оцінки ймовірності безпечного проведення судна заданим стисненим маршрутом. Причому в першій моделі використана двовимірна щільність розподілу ймовірностей векторіальної похибки й двовимірні масиви шматково-лінійної апроксимації меж безпечної ділянки плавання. Одновимірна щільність похибки бічного відхилення й одновимірні масиви нормальної ширини та зміщення застосувалися в другій моделі. Для одного й того ж маршруту плавання, що містить межі безпечної ділянки плавання та програну траєкторію руху судна, проводився розрахунок ймовірності безпечного проведення судна заданим маршрутом за обома моделями й отримані результати порівнювалися. Імовірність, отриману за моделлю одновимірної щільно-

сті, позначимо через  $P_1$ , а за моделлю двовимірної щільності – через  $P_2$ .

За допомогою комп'ютерної програми формувалися п'ять варіантів стисненого маршруту плавання судна, для чого вводилися масиви меж ділянки безпечної плавання й програмна траєкторія плавання судна, вибиралось значення с. к. в. та приймалося, що похибки підпорядковуються нормальному закону розподілу. Потім проводився розрахунок оцінки ймовірності  $P_2$  безпечної проведення судна стисненим маршрутом. Далі за допомогою комп'ютерної програми, розглянутої раніше, були визначені одномірні характеристики кожного з маршрутів, до яких належать його стисненість і зміщеність програмної траєкторії, які дозволили зробити точну оцінку ймовірності безпечної плавання  $P_1$  за одновимірною моделлю.

У Додатку А.4 наведені результати імітаційного моделювання оцінки ймовірності безпечної проведення судна за всіма п'ятьма маршрутами за допомогою обох моделей, причому отримані результати представлені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

Результати оцінки ймовірності безпечної проведення судна

Маршрут	1	2	3	4	5
$P_1$	0,487	0,543	0,9818	0,9179	0,8149
$P_2$	0,484	0546	0,982	0,916	0,817
$\delta P (\%)$	0,6	0,5	0,02	0,2	0,3

Середня відносна різниця між оцінками ймовірності проведення судна за обома моделями, як випливає з табл. 3.4, становить 0,3%, що підтверджує правомірність оцінки ймовірності проведення судна за стисненим маршрутом моделлю із застосуванням одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення.

З урахуванням отриманого результату для оцінки ймовірності безпечного проведення судна стисненим маршрутом при попередньому опрацюванні рейсу доцільно скористатися одновимірною моделлю. Враховуючи, що похибка бічного відхилення може підпорядковуватися одному з трьох законів розподілу ( нормальному або змішаним законам), слід розрахувати максимальну ймовірність безпечного проведення для кожного з законів розподілу похибки бічного відхилення, для чого вибирається найбільш безпечна програмна траєкторія руху судна й максимально доступна точність проведення. Потім з трьох отриманих значень необхідно вибрати мінімальне значення ймовірності безпечного проведення, за яким приймати рішення про можливість безпечно-го проведення судна за аналізованим стисненим маршрутом.

### 3.5. Формування стислого маршруту за допомогою електронної карти

Як раніше зазначалося, для практичного застосування запропонованого способу оцінки ймовірності безпечного проведення судна необхідно формувати реальний маршрут проведення судна в стисненому районі плавання, для чого потрібне застосування електронних карт. Тому в імітаційній комп'ютер-ній програмі передбачений вибір і виведення електронних карт.

На рис. 3.14 показано, що для формування маршруту обрана електронна карта 3605 і після її завантаження обрана ділянка електронної карти, що міс-тить стиснений район плавання, де необхідно вибрати маршрут плавання су-дна й оцінити ймовірність безпечного проведення ним судна.

Відмінною особливістю передбачуваного маршруту проведення є його прямолінійні межі й єдина ділянка програмної траєкторії руху судна, симет-рично розташована відносно меж маршруту.

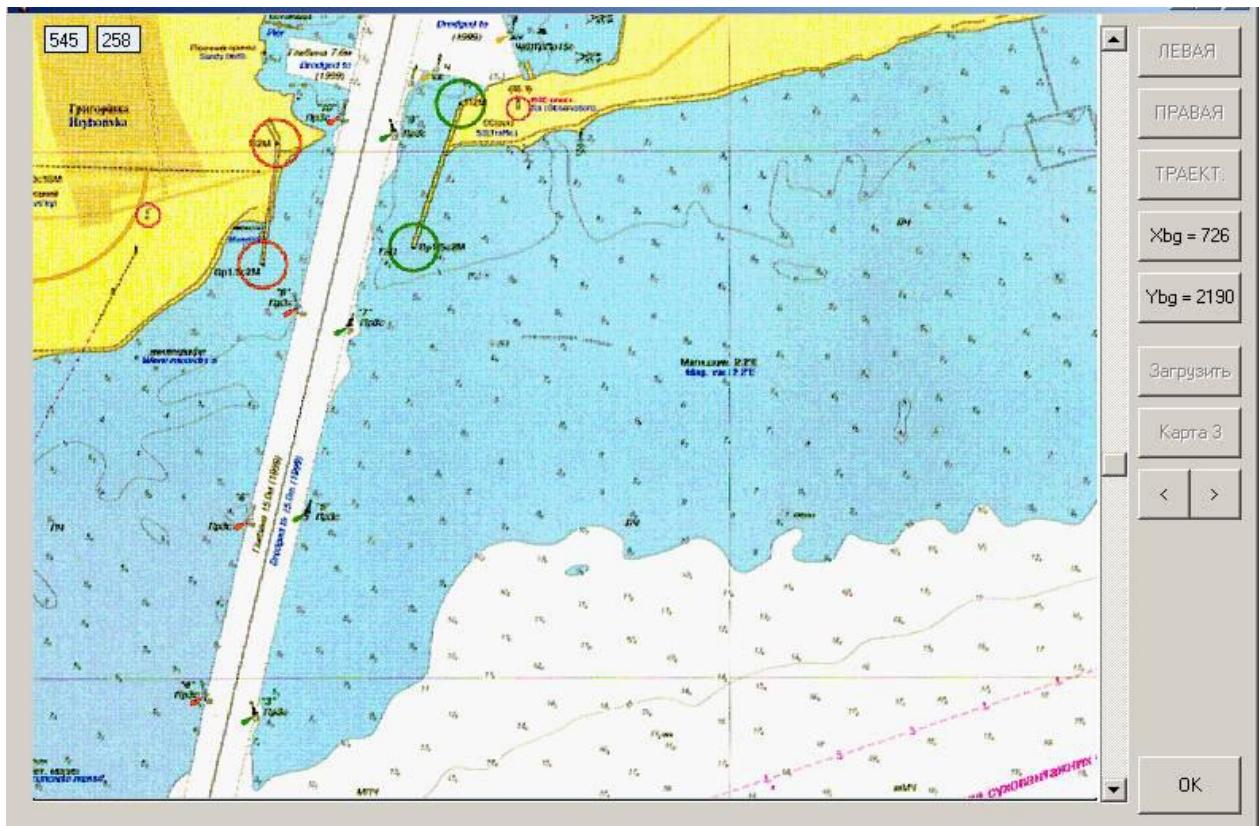


Рис. 3.14. Стисла ділянка плавання

За допомогою програмних засобів на електронну карту накладаються спочатку ліва межа безпечної ділянки плавання, потім – права межа. На за-кінчення наноситься програмна траєкторія руху судна, яка є рівновіддаленою від меж ділянки безпечного плавання й збігається з рекомендованою підхідною траєкторією, як показано на рис. 3.15.

По завершенню формування маршруту проведення судна на екран монітора виводиться його зображення й програмою проводиться розрахунок нормальних відстаней від програмної траєкторії руху судна до меж безпечної ділянки плавання. Розрахований масив нормальних бічних відстаней в графічному вигляді виводиться по довжині програмної траєкторії руху судна, як показано на рис. 3.16.



Рис. 3.15. Завершення введення параметрів стисненого маршруту

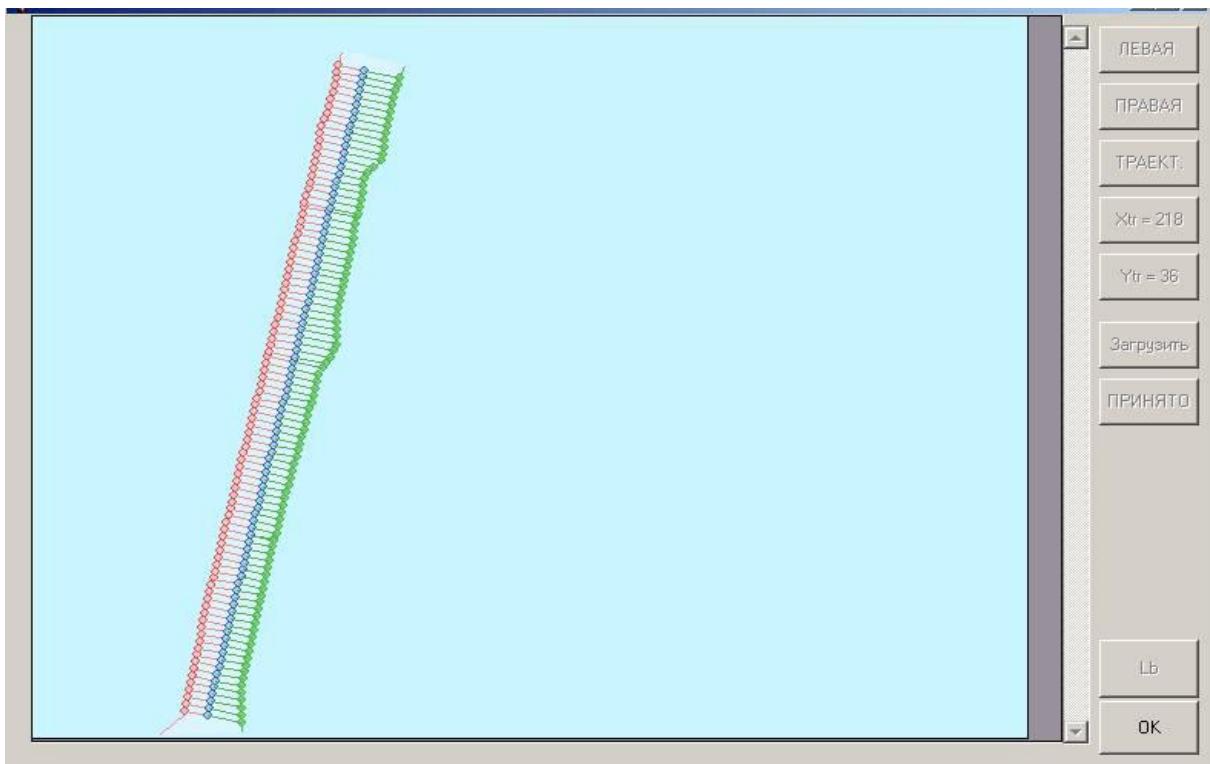


Рис. 3.16. Масив нормальних відстаней довжиною маршруту

Надалі проводилося оцінювання значення ймовірності безпечноого проведення судна даним маршрутом залежно від закону розподілу ймовірностей похибки бічного відхилення й точності контролю місця судна. На рис. 3.17 наведена інформація за визначенням ймовірності безаварійного проведення судна в разі розподілу похибки бічного відхилення за законом Гаусу з  $\sigma=5$ , з якої випливає, що її значення дорівнює 0,9393. У разі розподілу похибки бічного відхилення за змішаними законами ймовірність безаварійного проведення судна зменшується і є мінімальною при змішаному законі другого типу з тією ж  $\sigma=5$ , як показано на рис. 3.18, причому ймовірність безпечноого проведення має значення 0,9196.

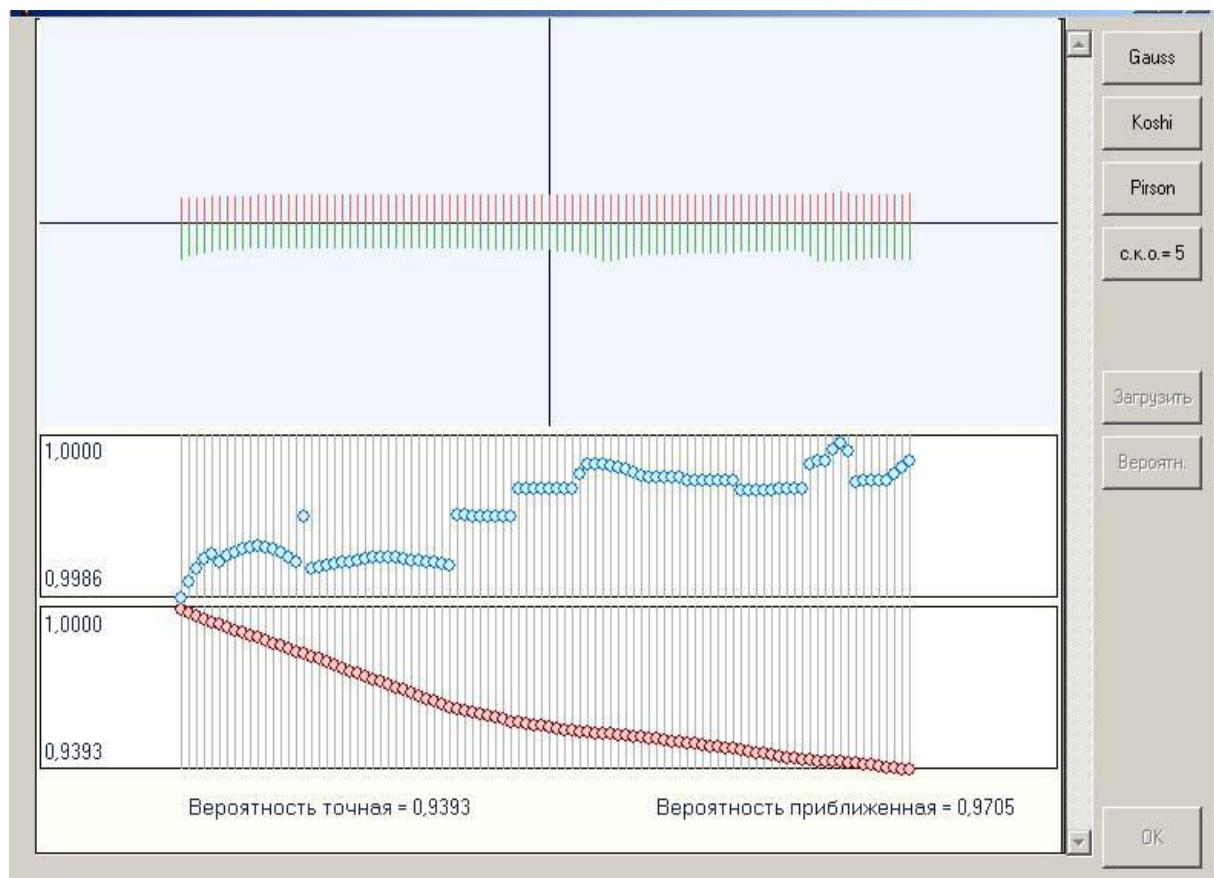


Рис. 3.17. Оцінка ймовірності проведення при законі Гаусу

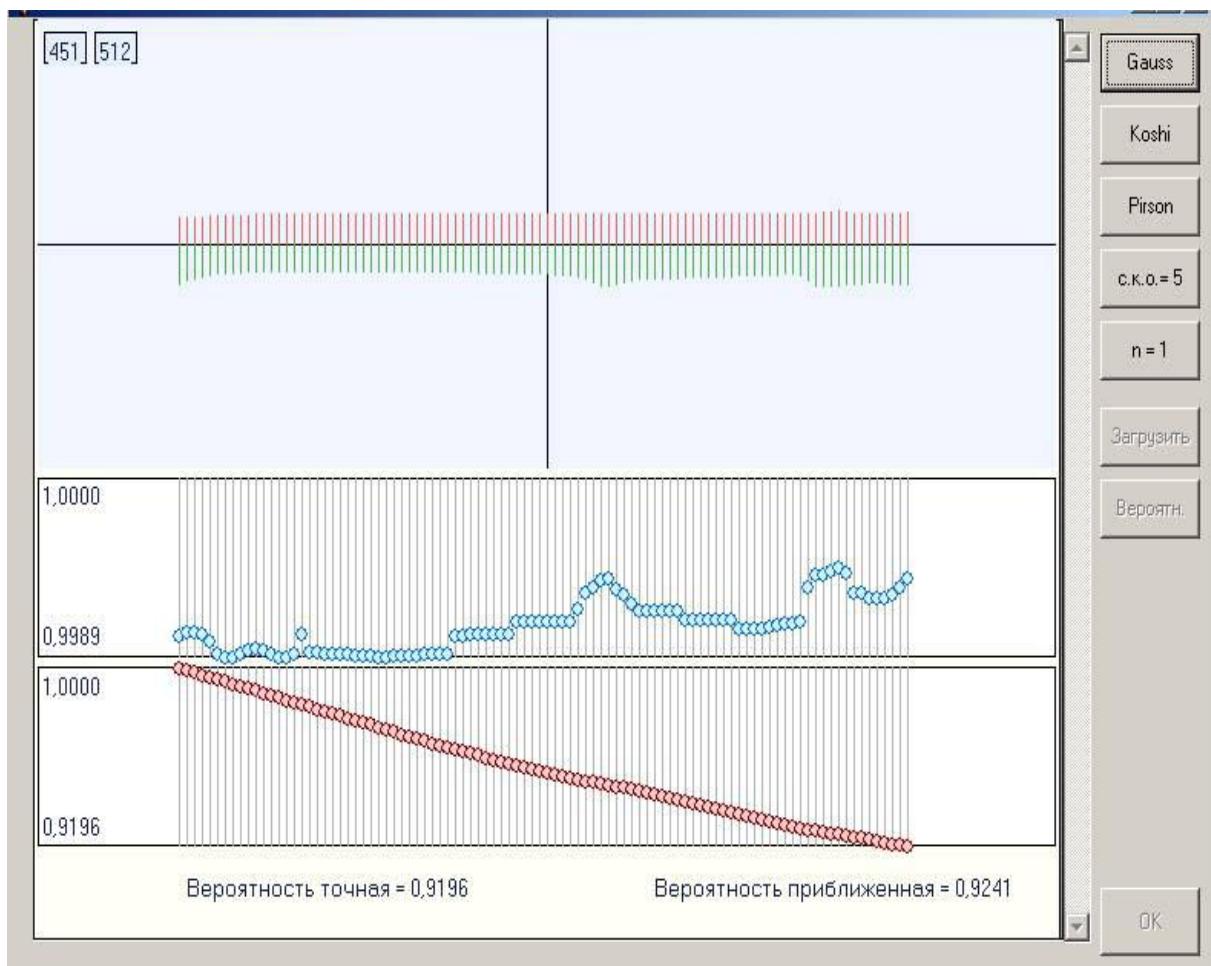


Рис. 3.18. Ймовірність безпечноного проведення при змішаному законі 2 типу

Тому для гарантії безпечноного проведення судна за обраним маршрутом слід збільшити точність проведення. Таким чином, для аналізу безпеки плавання судна в стиснених водах конкретних районів навігації необхідно застосування електронних карт, за допомогою яких формується маршрут проведення судна. Для цього оператором за допомогою засобів програми проводиться введення масивів правої і лівої меж безпечної ділянки та програмної траєкторії руху судна, а стандартною процедурою імітаційної програми проводиться оцінка ймовірності безаварійного проведення судна з урахуванням закону розподілу похибки бічного відхилення й точності контролю місця судна.

### 3.6. Висновки з третього розділу

Розділ присвячено впливу точності проведення судна стисненим маршрутом на безпеку судноводіння. Розглянуто апріорну оцінку ймовірності безпечного проведення судна стисненим маршрутом з використанням двовимірної щільності позиційної похибки. Запропоновано альтернативний метод визначення ймовірності безпечного плавання в стиснених умовах за допомогою одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення судна. Виявлено залежність одновимірної щільності похибки бічного відхилення судна від двовимірної щільності позиційної похибки. Запропоновано процедуру визначення основних параметрів для оцінювання ймовірності безаварійного плавання судна в заданому стисненому районі.

Отримано залежність ймовірності безпечного проходження судном стисненого маршруту від закону розподілу похибки бічного відхилення. Проведено порівняння двовимірної й одновимірної моделей оцінки ймовірності проведення судна заданим маршрутом за допомогою імітаційного моделювання. Запропоновано спосіб формування заданого маршруту за допомогою електронної карти.

## РОЗДІЛ 4.

### ЗАЛЕЖНІСТЬ БЕЗПЕКИ СУДНОВОДІННЯ ВІД ВЕКТОРІАЛЬНОЇ ПОХИБКИ КЕРУВАННЯ СУДНОМ

#### 4.1. Модель формування векторіальної похибки керування

Появу векторіальної похибки відносно прогнозованої точки виходу судна на новий курс після завершення повороту судном може бути обумовлено наступними обставинами.

Розрахунок моментів часу початку повороту  $t_n$  проводиться з урахуванням динамічної моделі обертального руху судна, що визначає прогнозовану траєкторію, яка відрізняється від його реальної криволінійної траєкторії, чим викликане виникнення систематичної похибки  $\Delta t_n$  у визначені моменту часу початку повороту судна  $t_n$ . Ця похибка є систематичною складовою  $S^{(d)}$  векторіальної похибки керування.

Крім систематичної похибки, можлива поява випадкових векторіальних похибок через перекладки пера керма  $\Delta \beta_k$  і похибки моментів часу початку повороту  $\Delta t$  відносно розрахованого моменту часу  $t_n$ .

Розглянемо формування систематичної векторіальної похибки  $S^{(d)}$  (рис. 4.1). Момент часу початку повороту  $t_n$  розраховується, з огляду на обрану динамічну модель обертального руху судна. Цьому моменту часу відповідає точка С на програмній траєкторії руху, а прогнозована криволінійна траєкторія руху показана пунктирною лінією. З урахуванням реальної траєкторії руху поворот слід починати в момент часу  $\tilde{t}_n$ , якому на рис. 4.1 відповідає точка В.

Якщо судно почне поворот в момент часу  $t_n$ , то замість точки М описанеться в точці N. Тому систематична векторіальна похибка  $S^{(d)}$  дорівнює за

величиною відрізку  $MN$ , який дорівнює відрізку  $BC$ , тобто систематична векторіальна похибка  $S^{(d)}$  визначається рівністю  $S^{(d)} = BC$ .

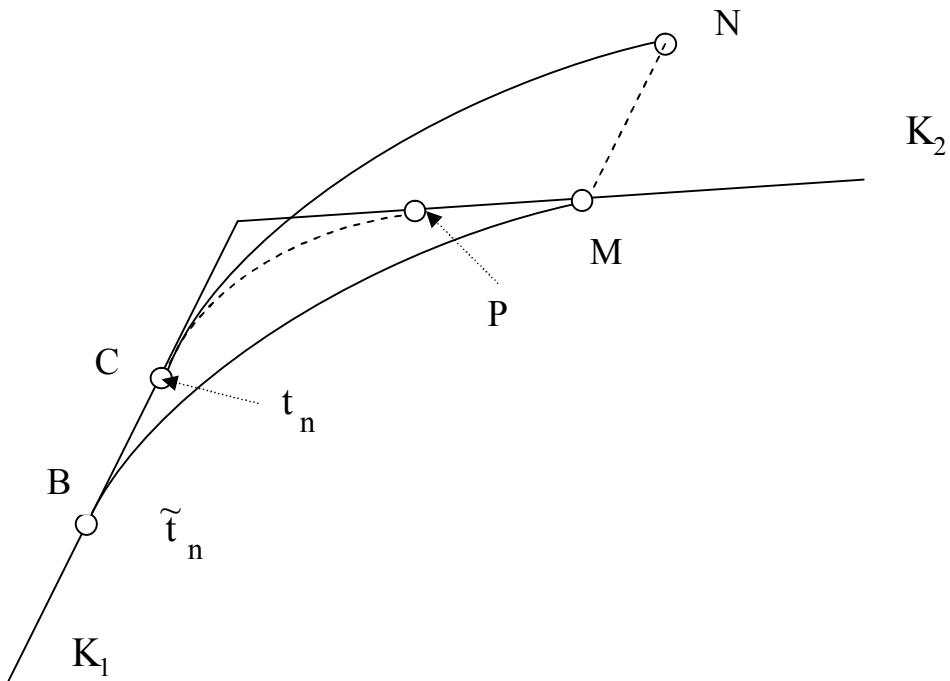


Рис. 4.1. Систематична векторіальна похибка  $S^{(d)}$

З рис. 4.1 випливає, що величина відрізка  $BC$  залежить від швидкості судна  $V_o$  й інтервалу часу  $t_n - \tilde{t}_n$ . Тому:

$$S^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_n - \tilde{t}_n),$$

а її проекції  $S_x^{(d)}$  і  $S_y^{(d)}$ :

$$S_x^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \sin K_1,$$

$$S_y^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \cos K_1.$$

Як правило, момент часу  $t_n$  розраховується за моделлю повороту судна із заданою кутовою швидкістю, а момент часу  $\tilde{t}_n$ , забезпечує вихід на задану лінію курсу під час реального руху судна, може бути отриманий за більш

складною динамічною моделлю на базі натурних спостережень криволінійного руху судна.

Поворот судна містить дві фази. На першій фазі під час проходження судна курсом  $K_1$  в початковий момент часу  $t_n$  перо керма перекладається на кут  $\beta_k$  і утримується в такому положенні протягом інтервалу часу  $\Delta t_k$ .

На другій фазі повороту виконується одержання судна, для чого проводиться перекладка керма на протилежний борт на той же кут і здійснюється гасіння інерції повороту судна протягом інтервалу часу  $\Delta t$ . У результаті цього судно виходить на курс  $K_2$  (рис. 4.2), при цьому кутова швидкість повороту падає до нуля, а перо керма знаходиться в діаметральній площині судна.

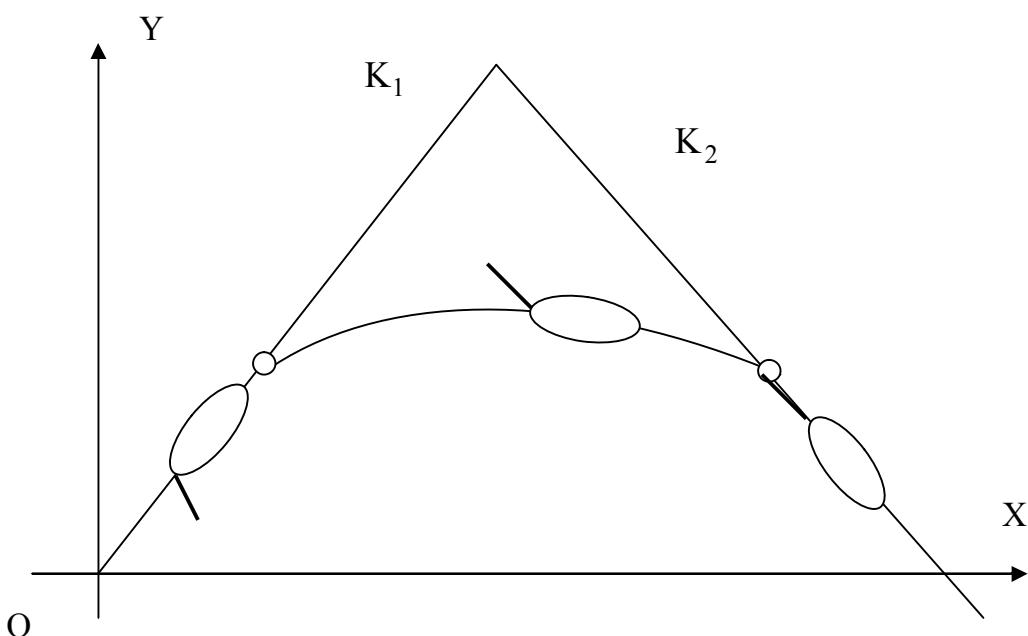


Рис. 4.2. Траєкторія судна під час повороту

За допомогою рис. 4.3 покажемо процедуру розрахунку моменту часу початку  $t_n$  повороту судна з початкового курсу  $K_1$  на черговий курс  $K_2$  програмної траєкторії руху. Поворот судна починається в початковий момент часу  $t = 0$  і завершується в точці М виходом на курс  $K_2$ .

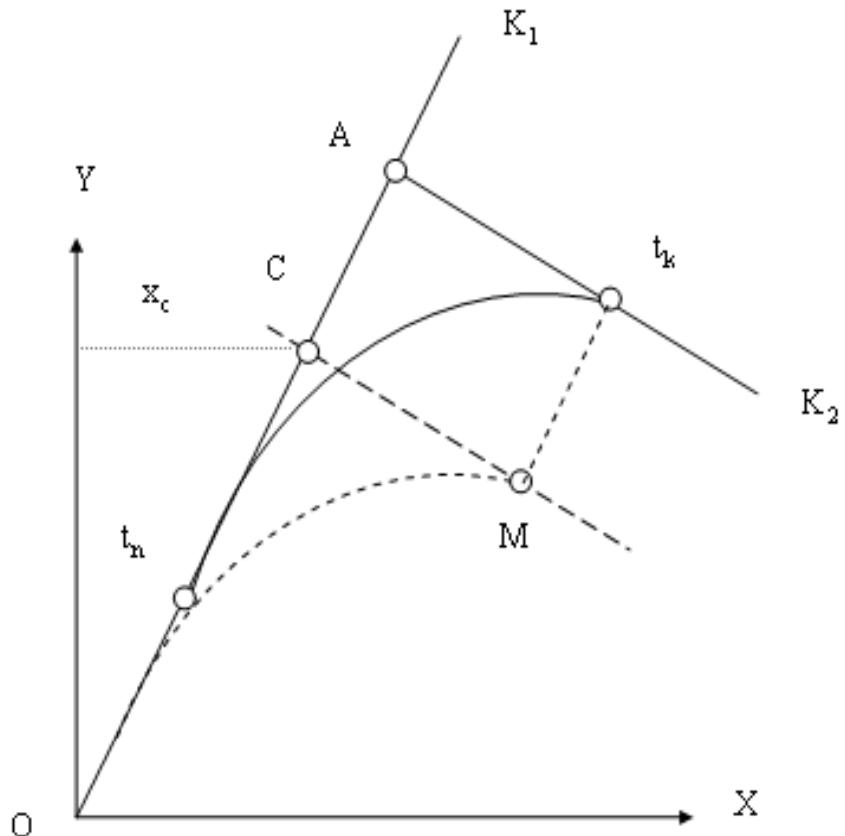


Рис. 4.3. Траєкторія повороту судна

Точка початку повороту в момент часу  $t_n$  визначається переміщенням криволінійної траєкторії повороту судна ОМ у напрямку курсу  $K_1$  до суміщення точки М з другою програмною ділянкою, мають курс  $K_2$ , який проходить через точку А. Запропонований спосіб аналітично описується наступним чином.

Прямолінійна ділянка траєкторії з курсом  $K_1$  описується наступним рівнянням:

$$y = x \operatorname{ctg} K_1,$$

а рівняння прямої лінії, яка проходить через точку М з курсом  $K_2$ , виражається в такий спосіб:

$$y = y_m + (x - x_m) \operatorname{ctg} K_2.$$

Координати точки С ( $x_c, y_c$ ) перетину згаданих двох прямих ліній знаходяться з системи рівнянь:

$$\begin{cases} y_c = x_c \operatorname{ctg} K_1; \\ y_c = y_m + (x_c - x_m) \operatorname{ctg} K_2 \end{cases} . \quad (4.1)$$

Звідки:

$$x_c \operatorname{ctg} K_1 = y_m + (x_c - x_m) \operatorname{ctg} K_2 \text{ и } x_c = \frac{y_m - x_m \operatorname{ctg} K_2}{\operatorname{ctg} K_1 - \operatorname{ctg} K_2}.$$

Враховуючи перше рівняння системи (4.1), отримаємо вираз для ОС:

$$OC = \sqrt{x_c^2 + x_c^2 \operatorname{ctg}^2 K_1} = \frac{x_c}{\sin K_1}.$$

Очевидно, що час початку повороту судна  $t_n$  визначається виразом:

$$t_n = \frac{OA - OC}{V_1} = \frac{D - \frac{x_c}{\sin K_1}}{V_1} = \frac{D \sin K_1 - x_c}{V_1 \sin K_1}.$$

У свою чергу, для розрахунку значення  $x_c$  треба визначити прирощення координат судна  $x_m$  і  $y_m$  за час повороту  $\tau$ :

$$x_m = \int_0^\tau V_1 \sin [K_1 + K(t)] dt, \quad y_m = \int_0^\tau V_1 \cos [K_1 + K(t)] dt. \quad (4.2)$$

Поворот судна складається з двох етапів, причому на першому етапі суд-

но протягом інтервалу часу  $\Delta t_1$  здійснює поворот під дією перекладки керма на кут  $\beta_k$ .

Потім, на другому етапі, проводиться перекладка керма на протилежний борт на ту ж величину й протягом інтервалу часу  $\Delta t_2$  гаситься інерція повороту судна, а судно виходить на курс  $K_2$ .

З огляду на те, що поворот судна складається з двох етапів, вираз (4.2) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} x_m &= \int_0^{\Delta t_1} V_1 \sin[K_1 + K] dt + \int_0^{\Delta t_2} V_1 \sin[K_1 + K(\Delta t_1) + \tilde{K}] dt, \\ y_m &= \int_0^{\Delta t_1} V_1 \cos[K_1 + K] dt + \int_0^{\Delta t_2} V_1 \cos[K_1 + K(\Delta t_1) + \tilde{K}] dt, \end{aligned} \quad (4.3)$$

де  $K$  і  $\tilde{K}$  – поточне значення курсу судна на першому та другому етапах повороту;

$\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  – тривалість першого та другого етапу повороту.

Для обчислення інтервалів часу  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$ , протягом яких курс судна змінюється на величину  $\Delta K = K_2 - K_1$ , запропонована наступна система рівнянь [38]:

$$\begin{cases} \Delta K = K(\Delta t_1) + \tilde{K}(\Delta t_2), \\ \omega(\Delta t_1, \Delta t_2) = 0 \end{cases}, \quad (4.4)$$

Підставляючи отримаємо залежності, з яких можна розрахувати значення, в якій друге рівняння – є умовою звернення в нуль наприкінці повороту кутової швидкості  $\omega$  судна.

Підставляючи вирази  $K(\Delta t_1)$ ,  $\tilde{K}(\Delta t_2)$  і  $\omega(\Delta t_1, \Delta t_2)$  в систему (4.4), отримаємо залежності, з яких можна розрахувати значення  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  методом

дом простих ітерацій. Використовуючи отримані значення  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$ , при-  
рошення координат судна  $x_m$  і  $y_m$  розраховуються наступним чином:

$$x_m = V_1 \left[ \int_0^{\Delta t_1} y_1(t) dt + \int_0^{\Delta t_2} y_2(t) dt \right];$$

$$y_m = V_1 \left[ \int_0^{\Delta t_1} y_3(t) dt + \int_0^{\Delta t_2} y_4(t) dt \right], \quad (4.5)$$

де  $y_1(t) = \sin[K_1 + K(t)]$ ;  $y_2(t) = \sin[K_1 + K(\Delta t_1) + \tilde{K}(t)]$ ;

$y_3(t) = \cos[K_1 + K(t)]$ ;  $y_4(t) = \cos[K_1 + K(\Delta t_1) + \tilde{K}(t)]$ .

Кожен з чотирьох інтегралів виразу (4.5) доцільно обчислювати методом Сімпсона.

Очевидно, момент часу закінчення повороту судна  $t_k$ :

$$t_k = t_n + \Delta t_1 + \Delta t_2.$$

Знайдемо аналітичний вираз векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$ , що виникає через похибки перекладки пера керма  $\Delta\beta_k$ , для чого звернемося до рис. 4.4. Якщо кут кладки керма  $\beta_k$  не містить похибки, то до кінця повороту судно виявиться на новій ділянці програмної траєкторії в точці М і векторіальна похибка  $S^{(\beta)}$  дорівнює нулю. У разі появи похибки  $\Delta\beta_k$  кут кладки керма дорівнює  $\beta_k + \Delta\beta_k$ , і до завершення маневру судно опиняється в точці N. Тому похибка  $S^{(\beta)}$  визначається величиною відрізка MN, а її складові  $S_x^{(\beta)}$  і  $S_y^{(\beta)}$  рівні:

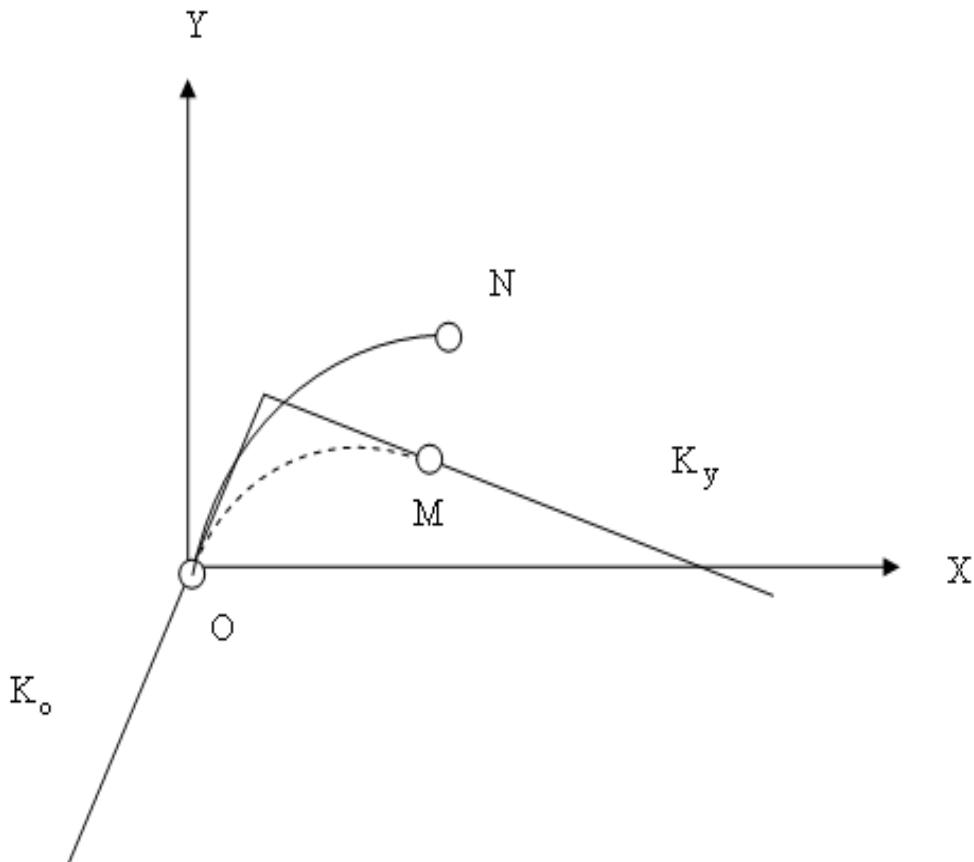


Рис. 4.4. Виникнення векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$

$$S_x^{(\beta)} = x_N - x_M, \quad S_y^{(\beta)} = y_N - y_M,$$

де  $x_M$  і  $y_M$  – координати точки  $M$ ;

$x_N$  і  $y_N$  – координати точки  $N$ .

Для формалізації векторіальної похибки  $S^{(t)}$ , що виникає через похибки моментів часу початку повороту  $\Delta t$ , наведемо рис. 4.5.

Як випливає з рис. 4.5, похибка  $S^{(t)}$  дорівнює відрізку  $MN$ , що збігається за величиною з відрізком  $OS$ . Тому:

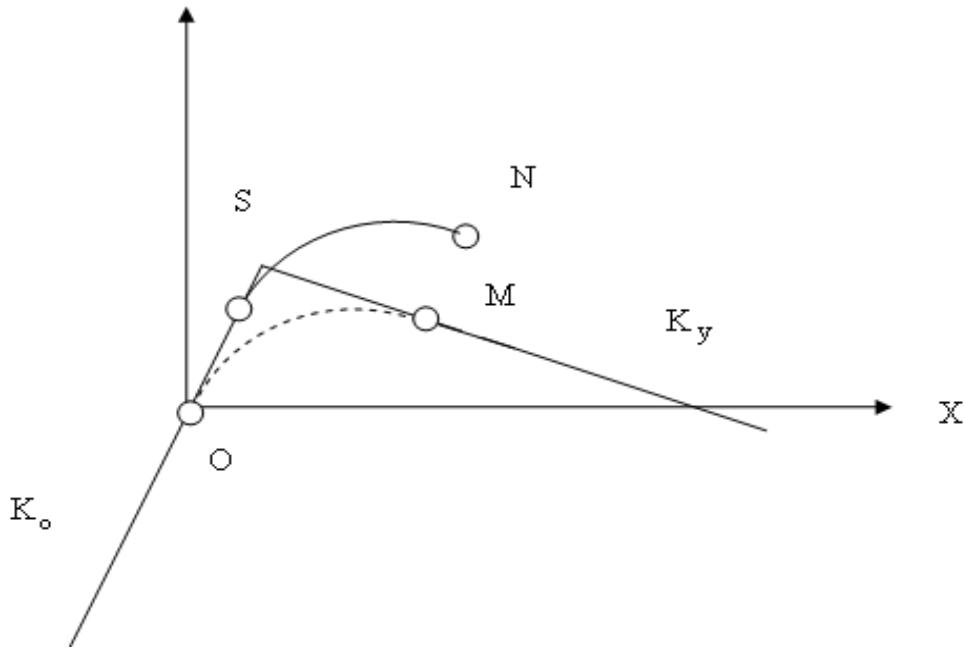


Рис. 4.5. Формування векторіальної похибки  $S^{(t)}$

$$S^{(t)} = OS = V_o \Delta t.$$

Складові  $S_x^{(t)}$  і  $S_y^{(t)}$ :

$$S_x^{(t)} = V_o \Delta t \sin K_o, \quad S_y^{(t)} = V_o \Delta t \cos K_o.$$

Величина систематичної похибки керування залежить від вибору динамічної моделі поворотності судна. Покажемо це, використовуючи її проекції  $S_x^{(d)}$  і  $S_y^{(d)}$ :

$$S_x^{(d)} = V_o \text{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \sin K_1, \quad S_y^{(d)} = V_o \text{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \cos K_1,$$

У яких:

$$t_n = \frac{D \sin K_1 - x_c}{V_1 \sin K_1}, \quad \tilde{t}_n = \frac{D \sin K_1 - \tilde{x}_c}{V_1 \sin K_1},$$

де координати  $x_c$  і  $\tilde{x}_c$ :

$$x_c = \frac{y_m - x_m \operatorname{ctg} K_2}{\operatorname{ctg} K_1 - \operatorname{ctg} K_2} \text{ i } \tilde{x}_c = \frac{\tilde{y}_m - \tilde{x}_m \operatorname{ctg} K_2}{\operatorname{ctg} K_1 - \operatorname{ctg} K_2},$$

причому вирази для розрахунку величин  $x_m$ ,  $y_m$ ,  $\tilde{x}_m$  і  $\tilde{y}_m$  визначаються формулами (4.3) та залежать від динамічної моделі поворотності судна.

З робіт [38, 86, 213] випливає, що для опису повороту судна запропоновано п'ять моделей його обертального руху. Перша спрощена модель описує поворот судна з незмінною кутовою швидкістю, а друга й третя моделі враховують зміну кутової швидкості протягом повороту, про що свідчить наявність постійних часу, що характеризують динаміку судна. Дві останні моделі враховують крім інерційності повороту судна час перекладки керма.

У Додатку Б.1 представлені динамічні моделі обертального руху судна різного ступеня адекватності його реальному повороту, за допомогою яких можливий розрахунок тривалості повороту судна й збільшення координат судна за цей час. Причому розглянуті три типи динамічних моделей обертального руху припускають миттєву перекладку пера керма.

Імітаційне моделювання траєкторій повороту судна за допомогою експериментального матеріалу дозволило зробити вибір найбільш адекватної моделі його обертального руху. Експериментальний матеріал був отриманий в реальних умовах експлуатації й послужив для розрахунку чисельних значень інерційних характеристик суден.

Як зазначено в роботі [87], для балкера «Sheila Ann» в реальних умовах експлуатації були отримані матеріали щодо його поворотності, які мають найкращу відповідність до експериментальної траєкторії повороту в разі використання п'ятого типу моделі. Моделям перших трьох типів притаманні набагато нижчі характеристики точності, тобто траекторна похибка приблизно в 2÷4 рази більше, ніж в моделі п'ятого типу (більше на 27÷125 м).

Імітаційне моделювання поворотів контейнеровозу "Oxford" було також розглянуто в роботі [214], причому характеристики поворотності контейнеровоза були наведені в роботі [45], на базі яких були розраховані величини тра-

екторної похибки на момент часу завершення маневру. Базовою моделлю, яка характеризує реальний рух судна, була прийнята модель п'ятого типу. Імітаційне моделювання повороту на  $90^\circ$  показало, що при використанні для прогнозу криволінійної ділянки математичної моделі першого типу траєкторна похибка склала  $150\div200$  м. У разі використання моделі другого типу ця величина склала  $35\div40$  м, а для моделі третього типу –  $25\div30$  м.

Отже, найбільш прийнятною для прогнозування повороту є математична модель поворотності судна третього типу, оскільки при достатній простоті вона має необхідну точність (максимальна розбіжність експериментальної і модельної траєкторій  $25\div30$  м) і за допомогою цієї моделі розраховується момент часу  $\tilde{t}_n$  дійсного початку повороту судна.

Проекції  $S_x^{(d)}$  і  $S_y^{(d)}$  систематичної векторіальної похибки з урахуванням динамічної моделі поворотності судна виражаються таким чином:

$$S_{xi}^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_{ni} - \tilde{t}_n) \sin K_1 + \Delta S_x,$$

$$S_{yi}^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_{ni} - \tilde{t}_n) \cos K_1 + \Delta S_y. \quad (i=1, 2)$$

При використанні для розрахунку моменту часу  $t_n$  моделі поворотності судна третього типу отримаємо:

$$S_{x3}^{(d)} = \Delta S_x \text{ і } S_{y3}^{(d)} = \Delta S_y.$$

Різниця між реальною траєкторією повороту й траєкторією моделі поворотності судна третього типу враховується додатковими складовими систематичної векторіальної похибки  $\Delta S_x$  і  $\Delta S_y$ . Оскільки абсолютне значення такої похибки складає близько 30 м, то

$$\Delta S_x = 30 \sin K_1, \Delta S_y = 30 \cos K_1.$$

4.2. Визначення величини похибки  $S^{(\beta)}$  з урахуванням динамічної моделі обертального руху судна

Як показано в попередніх підрозділах, похибка  $S^{(\beta)}$  характеризується проекціями  $S_x^{(\beta)}$  і  $S_y^{(\beta)}$ :

$$S_x^{(\beta)} = x_N - x_M \text{ і } S_y^{(\beta)} = y_N - y_M.$$

Координати  $x_N$  і  $y_N$ , як і інтервали часу  $\Delta t_k$  та  $\Delta t$ , в цьому дослідженні обчислюються при значенні  $a_\omega = k_\omega \beta_k$  за допомогою динамічної моделі обертального руху судна третього порядку. При розрахунку координат  $x_M$  і  $y_M$ , а також відповідних інтервалів часу, стало значення кутової швидкості  $a_\omega = k_\omega (\beta_k + \Delta \beta_k)$ .

Похибку  $S^{(\beta)}$  в першому наближенні можна оцінити за допомогою динамічної моделі обертального руху судна з постійною кутовою швидкістю, згідно з якою координати точки М визначаються виразами:

$$x_M = \frac{V_o}{k_\omega \beta_k} (\cos K_o - \cos K_y), \quad y_M = \frac{V_o}{k_\omega \beta_k} (\sin K_y - \sin K_o).$$

Таким же чином знаходяться вирази координат  $x_N$  і  $y_N$  точки N:

$$x_N = \frac{V_o}{k_\omega (\beta_k + \Delta \beta_k)} (\cos K_o - \cos K_y),$$

$$y_N = \frac{V_o}{k_{\omega}(\beta_k + \Delta\beta_k)} (\sin K_y - \sin K_o).$$

Складові  $S_x^{(\beta)}$  і  $S_y^{(\beta)}$  векторіальної похибки:

$$S_x^{(\beta)} = \frac{V_o}{k_{\omega}} (\cos K_o - \cos K_y) \left[ \frac{1}{(\beta_k + \Delta\beta_k)} - \frac{1}{\beta_k} \right],$$

$$S_y^{(\beta)} = \frac{V_o}{k_{\omega}} (\sin K_y - \sin K_o) \left[ \frac{1}{(\beta_k + \Delta\beta_k)} - \frac{1}{\beta_k} \right].$$

Враховуючи, що  $\beta_k \gg \Delta\beta_k$ , можна записати:

$$S_x^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_{\omega}\beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \Delta\beta_k, \quad S_y^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_{\omega}\beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \Delta\beta_k.$$

Векторіальна похибка керування судном складається з систематичної  $S^{(d)}$  і випадкової  $S^{(c)}$  похибок, причому випадкова складова є сумаю векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$  й векторіальної похибки  $S^{(t)}$ .

Векторіальна похибка  $S^{(\beta)}$  для динамічної моделі обертального руху судна з постійною кутовою швидкістю представлена складовими:

$$S_x^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_{\omega}\beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \Delta\beta_k,$$

$$S_y^{(\beta)} = \frac{-V_o}{k_{\omega}\beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \Delta\beta_k, \quad (4.6)$$

де  $V_o$  – швидкість судна;

$K_o$  і  $K_y$  – відповідно курси судна до й після повороту;

$\beta_k$  – кут кладки пера керма;

$k_{\omega}$  – коефіцієнт ефективності керма.

Векторіальна похибка  $S^{(t)}$  має проекції:

$$\begin{aligned} S_x^{(t)} &= V_o \sin K_o \Delta t_n, \\ S_y^{(t)} &= V_o \cos K_o \Delta t_n. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Дисперсії для центрованих випадкових величин  $\Delta\beta_k$  і  $\Delta t_n$  позначені відповідно  $D_\beta$  і  $D_t$ . Тому коваріаційна матриця векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$  за відсутності кореляції між складовими набуває вигляду:

$$K_\beta^S(x, y) = \begin{vmatrix} D_{\beta x}^S & 0 \\ 0 & D_{\beta y}^S \end{vmatrix},$$

де дисперсії складових  $D_{\beta x}^S$  і  $D_{\beta y}^S$  з урахуванням виразів (4.6):

$$\begin{aligned} D_{\beta x}^S &= \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\cos K_o - \cos K_y) \right]^2 D_\beta; \\ D_{\beta y}^S &= \left[ \frac{V_o}{k_\omega \beta_k^2} (\sin K_y - \sin K_o) \right]^2 D_\beta. \end{aligned}$$

Коваріаційна матриця векторіальної похибки  $S^{(t)}$ , також вважаючи незалежність її складових, виражається в такий спосіб:

$$K_t^S(x, y) = \begin{vmatrix} D_{tx}^S & 0 \\ 0 & D_{ty}^S \end{vmatrix}.$$

З урахуванням співвідношень (4.7) дисперсії складових  $D_{tx}^S$  і  $D_{ty}^S$  похибки  $S^{(t)}$  визначаються виразами:

$$D_{tx}^S = (V_o \sin K_o)^2 D_t;$$

$$D_{ty}^S = (V_o \cos K_o)^2 D_t.$$

Векторіальні похибки  $S^{(\beta)}$  і  $S^{(t)}$  незалежні, тому їх сума, тобто випадкова векторіальна похибка керування судном  $S^{(c)}$ , характеризується коваріаційною матрицею  $K_c^S(x, y)$ , яка, як показано в роботі [211], є сумою коваріаційних матриць доданків векторіальних похибок:

$$K_c^S(x, y) = K_\beta^S(x, y) + K_t^S(x, y),$$

або

$$K_c^S(x, y) = \begin{vmatrix} D_{cx}^S & 0 \\ 0 & D_{cy}^S \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_{\beta x}^S + D_{tx}^S & 0 \\ 0 & D_{\beta y}^S + D_{ty}^S \end{vmatrix}.$$

Вираз для двовимірної щільності нормального розподілу випадкової векторіальної похибки керування судном  $S^{(c)}$  з урахуванням наявності систематичної векторіальної похибки  $S^{(d)}$  з проекціями  $S_x^{(d)}$  і  $S_y^{(d)}$  має вигляд:

$$f_c^S(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{cx}^S\sigma_{cy}^S} \exp\left[-\left(\frac{(x - S_x^{(d)})^2}{D_{\beta x}^S + D_{tx}^S} + \frac{(y - S_y^{(d)})^2}{D_{\beta y}^S + D_{ty}^S}\right)\right], \quad (4.8)$$

$$\text{де } \sigma_{cx}^S = \sqrt{D_{\beta x}^S + D_{tx}^S}, \quad \sigma_{cy}^S = \sqrt{D_{\beta y}^S + D_{ty}^S}.$$

Після підстановки виразів проекцій  $S_x^{(d)}$  і  $S_y^{(d)}$  систематична векторіальна похибка:

$$S_x^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \sin K_o, \quad S_y^{(d)} = V_o \operatorname{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \cos K_o$$

у вираз (4.8), отримаємо:

$$f_c^S(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{cx}^S\sigma_{cy}^S} \exp\left[-\frac{(x - V_o \text{Abs}(t - \tilde{t}_n) \sin K_o)^2}{D_{\beta x}^S + D_{tx}^S} + \right. \\ \left. + \frac{(y - V_o \text{Abs}(t_n - \tilde{t}_n) \cos K_o)^2}{D_{\beta y}^S + D_{ty}^S}\right],$$

причому

$$t_n = \frac{D \sin K_1 - x_c}{V_1 \sin K_1} \quad i \quad \tilde{t}_n = \frac{D \sin K_1 - \tilde{x}_c}{V_1 \sin K_1},$$

де координати  $x_c$  і  $\tilde{x}_c$ :

$$x_c = \frac{y_m - x_m \operatorname{ctg} K_2}{\operatorname{ctg} K_1 - \operatorname{ctg} K_2} \quad i \quad \tilde{x}_c = \frac{\tilde{y}_m - \tilde{x}_m \operatorname{ctg} K_2}{\operatorname{ctg} K_1 - \operatorname{ctg} K_2}.$$

Векторіальна похибка  $S^{(\beta)}$  залежить від динамічної моделі прогнозу повороту судна. Вирази для складових векторіальної похибки керування  $S^{(\beta)}$  в загальному вигляді:

$$S_x^{(\beta)} = x_N - x_M \quad i \quad S_y^{(\beta)} = y_N - y_M,$$

де  $x_M$  і  $y_M$  – координати точки М за наявності похибки  $\Delta \beta_k$ ;

$x_N$  і  $y_N$  – координати точки N за відсутності похибок.

Розглянемо кількісну оцінку величини векторіальної похибки повороту  $S^{(\beta)}$  залежно від моделі прогнозу повороту судна. Як приклад припустимо, що швидкість судна  $V_o = 20$  узлів, курс  $K_o = 15^\circ$  і воно виконує поворот на курс  $K_y = 105^\circ$ . Кут перекладки пера керма  $\beta_k = 15^\circ$  і кутова швидкість повороту  $a_\omega = k_\omega \beta_k = 2,7$  град/с з постійною часу  $T_1 = 10,23$  с [22]. Припустимо, під час перекладання керма було допущено похибку  $\Delta \beta_k = 1^\circ$ . Розрахуємо век-

торіальну похибку  $S^{(\beta)}$  в разі прогнозу повороту за найпростішою моделлю першого порядку. З урахуванням переведення градусної міри в радіанну й швидкості судна в м/с, виконуємо розрахунок проекції  $x$  і  $y$  векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$ :

$$x = \frac{-0,514 \cdot 20}{0,262 \cdot 0,1745 \cdot 2,7} (1,225) 0,1745 = -17,80 \text{ м},$$

$$y = \frac{-0,514 \cdot 20}{0,262 \cdot 2,7} (0,7071) = -10,27 \text{ м}.$$

Тривалість повороту дорівнює  $\tau=33,3$  с, а величина модуля похибки складає  $S^{(\beta)} = 20,6$  м.

Методом простих ітерацій були розраховані тривалості першої і другої фаз повороту судна  $\Delta t_k = 38$  с і  $\Delta t = 7$  с та тривалість повороту  $\tau=45$  с за цих же вихідних даних і прогнозі повороту судна за динамічною моделлю другого порядку. Чисельним інтегруванням були визначені координати точки М:  $x_M = 348$  м і  $y_M = 235$  м, а також координати точки N:  $x_N = 333$  м,  $y_N = 222$  м.

Проекції векторіальної похибки  $x = -15$  м,  $y = -13$  м, а похибка  $S^{(\beta)} = 19,8$  м.

Реальне значення векторіальної похибки значно більше, що обумовлено відмінністю реальної кутової швидкості повороту судна від значень, розрахованих за допомогою моделей прогнозу повороту судна. У роботі [154] вказується, що були виконані натурні спостереження траєкторій повороту судна, на базі яких проводилося імітаційне моделювання повороту на  $90^\circ$ .

Було встановлено, що, використуючи для прогнозу криволінійної ділянки математичної моделі з постійною кутовою швидкістю, траєкторна похибка склала близько 150 ... 200 м, для моделі другого порядку ця величина склала 35 ... 40 м.

Підсумовуючи, можна зазначити, що значення векторіальної похибки, розраховані під час прогнозування повороту судна за моделлю першого по-

рядку й моделлю другого порядку, незначно відрізняються один від одного. Однак з урахуванням реальної криволінійної траєкторії повороту сумарна векторіальна похибка в першому випадку прогнозу може досягти до 220 м, а в разі прогнозу траєкторії повороту за моделлю другого порядку – до 60 м, – приблизно в чотири рази менше. Тому, для прогнозування повороту судна доситьно використовувати модель другого порядку.

#### 4.3. Процедура оцінки навігаційної безпеки повороту судна

При розгляді оцінки навігаційної безпеки окремого повороту судна з однієї ділянки програмної траєкторії руху на наступний, слід враховувати тільки векторіальну траєкторну похибку керування судном  $S^{(c)}$ , яка враховує наявність систематичної векторіальної похибки  $S^{(d)}$  й випадкової  $S^{(c)}$  похибок. Причому випадкова складова є сумою векторіальної похибки  $S^{(\beta)}$ , яка виникає через похибки перекладки пера керма  $\Delta\beta_k$ , а також векторіальної похибки  $S^{(t)}$ , виникає через похибки вибору моменту часу початку повороту  $\Delta t_n$ . Причому двовимірна щільність розподілу ймовірностей похибки  $S^{(c)}$  має вигляд (4.8).

Припустимо, що в районі повороту судна задана безпечна в навігаційному розумінні ділянка плавання  $S_b$ , яка є частиною безпечної ділянки D плавання судна, тобто  $S_b \subset D$ . Причому  $S_b$  є водною акваторією з глибинами, що дозволяють судну здійснювати безпечне плавання. Аналітично безпечна ділянка плавання судна  $S_b$  характеризується двома межами  $G_{st}(X, Y)$  і  $G_{pt}(X, Y)$ , в якості яких використовуються граничні ізобати, що відокремлюють безпечну ділянку від навігаційних небезпек для лівої, як показано на рис. 4.6. Кожна з меж представлена шматково-лінійною апроксимацією, представленою масивом точок зламу  $\{X_{si}, Y_{si}\}$  для правої межі й  $\{X_{pi}, Y_{pi}\}$  – для лівої,

як показано на рис. 4.6.

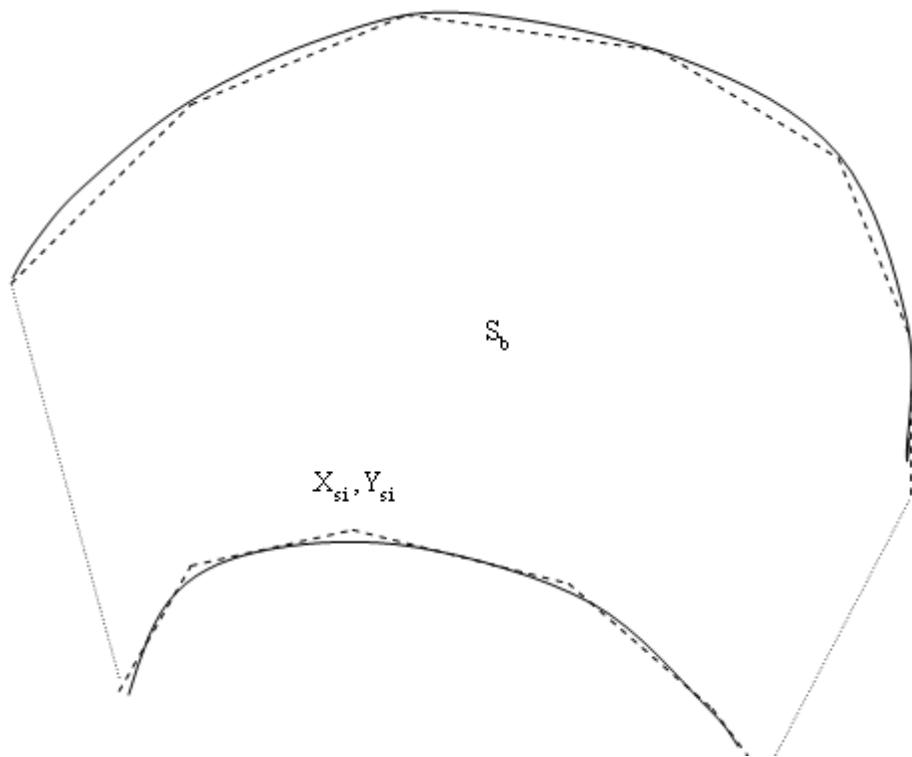


Рис. 4.6. Область безпечної плавання  $S_b$

Поворот є безпечним, якщо криволінійна траєкторія судна під час повороту належить безпечній ділянці  $S_b$ , – це означає, що початок і кінець криволінійної траєкторії належать ділянці  $S_b$ . Це означає, що ймовірність приналежності криволінійної траєкторії безпечній ділянці  $S_b$  є добутком ймовірностей приналежності її початку й кінця тієї ж ділянки. Позначаючи ймовірність безпечного повороту через  $P_b$ , а ймовірності приналежності початку й кінця криволінійної траєкторії безпечній ділянці відповідно через  $P_n$  та  $P_k$ , можна записати наступне співвідношення:

$$P_b = P_n \cdot P_k .$$

У свою чергу, ймовірності  $P_n$  і  $P_k$  можна знайти, за відомих щільностей

розподілу ймовірностей початкової  $f_o(x, y)$  і кінцевої  $f_{\Sigma}(x, y)$  точок криволінійної траєкторії руху судна під час повороту, а також аналітичним описом безпечної ділянки  $S_b$ . Очевидно, ймовірності  $P_n$  і  $P_k$  визначаються за допомогою виразів:

$$P_n = \iint_{S_b} f_o(x, y) dx dy, \quad P_k = \iint_{S_b} f_{\Sigma}(x, y) dx dy,$$

причому щільність розподілу  $f_o(x, y)$  є двовимірною щільністю  $f_{pzn}(x, y)$  розподілу позиційної векторіальної похибки  $\xi_p$ , що складається з векторіальних похибок обserвації і числення, а щільність  $f_{\Sigma}(x, y)$  є щільністю векторіальної похибки керування  $\xi_c$ , яка характеризується двовимірною щільністю розподілу ймовірностей  $f_c^S(x, y)$ , представленою виразом (4.8), тобто  $f_{\Sigma}(x, y) = f_c^S(x, y)$ .

Для пошуку значень ймовірностей  $P_n$  і  $P_k$  необхідно скористатися шматково-лінійною апроксимацією безпечної ділянки  $S_b$ , представляючи її у вигляді доданків  $\Delta S_{bi}$ , причому справедливі наступні співвідношення, що випливають із рис. 4.7 і представляють розбиття безпечної ділянки  $S_b$  на складові  $\Delta S_{bi}$ :

$$S_b = \sum_i \Delta S_{bi}; \quad P_n = \sum_i \iint_{\Delta S_{bi}} f_{pzn}(x, y) dx dy; \quad P_k = \sum_i \iint_{\Delta S_{bi}} f_c^S(x, y) dx dy,$$

причому розбиття ділянки  $S_b$  на складові  $\Delta S_{bi}$  для обох інтегралів однакове.

Розбиття безпечної ділянки  $S_b$  на доданки  $\Delta S_{bi}$  доцільно провести таким чином, як показано на рис. 4.7. Точки зламу правої  $\{X_{si}, Y_{si}\}$  і лівої  $\{X_{pi}, Y_{pi}\}$

меж служать для розділення вертикальними лініями безпечної ділянки  $S_b$  на складові площини  $\Delta S_{bi}$ , а вертикальні межі кожної з площин  $\Delta S_{bi}$  визначаються значеннями абсциси  $a_i$  і  $a_{i+1}$ .

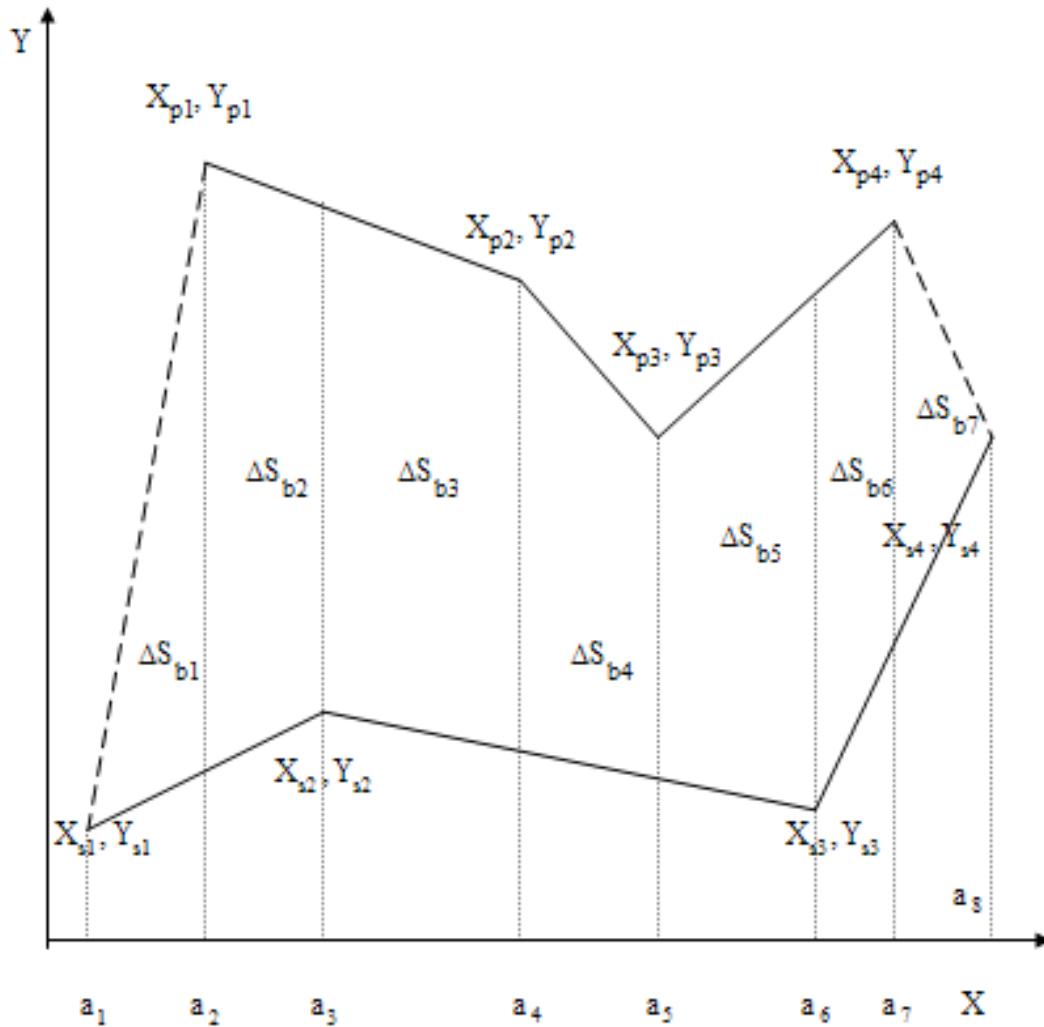


Рис. 4.7. Розбиття безпечної ділянки  $S_b$  на складові  $\Delta S_{bi}$

Горизонтальні межі виражаються лінійними рівняннями, параметри яких є функціями точок масивів  $\{X_{si}, Y_{si}\}$  і  $\{X_{pi}, Y_{pi}\}$ . Значення  $a_i$  визначаються однією з точок зламу  $X_{sj}$  або  $X_{pj}$ , і послідовність значень  $a_1, a_2, \dots, a_i, a_{i+1}$ , є упорядкована за зростанням сукупності значень  $X_{si}$  і  $X_{pi}$ .

У прикладі, представлена на рис. 4.7, вертикальні межі між площами  $\Delta S_{bi}$  визначаються значеннями  $a_1 = X_{s1}$ ,  $a_2 = X_{p1}$ ,  $a_3 = X_{s2}$ ,  $a_4 = X_{p2}$ ,  $a_5 = X_{p3}$  і т. д. Кожна зі складових площ  $\Delta S_{bi}$  містить дві суміжні точки зламу меж. На рис. 4.7 показано, що площа  $\Delta S_{b1}$  містить дві точки зламу  $(X_{s1}, Y_{s1})$  і  $(X_{p1}, Y_{p1})$  з різних меж, а площа  $\Delta S_{b4}$  містить точки  $(X_{p2}, Y_{p2})$  и  $(X_{p3}, Y_{p3})$  з однієї межі.

Лінійні вирази для горизонтальних меж кожної з площ між  $a_i$  і  $a_{i+1}$ , що визначають залежність координати кожної межі ділянки від координати, мають такий вигляд:

$$y_{pi} = b_{pi} + c_{pi}x; \quad y_{si} = b_{si} + c_{si}x.$$

Продовжуючи розглядати як приклад рис. 4.7, для площі  $\Delta S_{b1}$  горизонтальні межі можна записати в такий спосіб:

$$y_{p1} = Y_{s1} + \frac{Y_{p1} - Y_{s1}}{X_{p1} - X_{s1}}x; \quad y_{s1} = Y_{s1} + \frac{Y_{s2} - Y_{s1}}{X_{s2} - X_{s1}}x. \quad x \in [a_1, a_2]$$

Тут, очевидно,  $b_{p1} = b_{s1} = Y_{s1}$ ,  $c_{p1} = \frac{Y_{p1} - Y_{s1}}{X_{p1} - X_{s1}}$ ,  $c_{s1} = \frac{Y_{s2} - Y_{s1}}{X_{s2} - X_{s1}}$ .

Для чергової площи  $\Delta S_{b2}$ :

$$y_{p2} = Y_{p1} + \frac{Y_{p2} - Y_{p1}}{X_{p2} - X_{p1}}x; \quad y_{s2} = f_{s1}(a_2) + \frac{Y_{s2} - Y_{s1}}{X_{s2} - X_{s1}}x, \quad x \in [a_2, a_3].$$

де  $b_{p2} = Y_{p1}$ ,  $b_{s2} = f_{s1}(a_2)$ ,  $c_{p2} = \frac{Y_{p2} - Y_{p1}}{X_{p2} - X_{p1}}$ ,  $c_{s2} = \frac{Y_{s2} - Y_{s1}}{X_{s2} - X_{s1}}$ .

У загальному випадку вираження для горизонтальних меж мають вигляд:

$$y_{pi} = f_{pi}(x) = b_{pi} + c_{pi}x; \quad y_{si} = f_{si}(x) = b_{si} + c_{si}x, \quad x \in [a_i, a_{i+1}]$$

$$\text{де } b_{pi} = f_{p(i-1)}(a_i), \quad b_{si} = f_{s(i-1)}(a_i), \quad c_{pi} = \frac{Y_{pi} - Y_{p(i-1)}}{X_{pi} - X_{p(i-1)}}, \quad c_{si} = \frac{Y_{si} - Y_{s(i-1)}}{X_{si} - X_{s(i-1)}}.$$

Таким чином, межі складових площ  $\Delta S_{bi}$  однозначно виражаються через точки масивів, що описують межі ділянки безпечної плавання  $S_b$ . Тому вираз для оцінки ймовірностей  $P_n$  і  $P_k$ , а, отже, і ймовірності безпечної повороту  $P_b$ , можна представити в явному вигляді наступним чином:

$$\begin{aligned} P_n &= \sum_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_{pzn}(x, y) dy dx; \quad P_k = \sum_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_c^S(x, y) dy dx. \\ P_b &= \left[ \sum_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_{pzn}(x, y) dy dx \right] \left[ \sum_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_c^S(x, y) dy dx \right]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Отримані вирази дозволяють зробити чисельну оцінку шуканої ймовірності безпечної повороту  $P_b$  для різних законів розподілу ймовірностей  $f_{pzn}(x, y)$  і  $f_c^S(x, y)$  векторіальних похибок.

У разі, коли розглянута область безпечної плавання судна  $D$  містить програмну траєкторію з  $n$  поворотами, для кожного програмного повороту можна виділити локальну область  $S_{bi}$  ( $i=1\dots n$ ), що задовільняє умові  $S_{bi} \subset D$ .

Межі кожної з областей  $S_{bi}$  перетворюються до розглянутого вище виду, що дозволяє при використанні щільності розподілу ймовірностей  $f_{pzn}(x, y)$  і  $f_c^S(x, y)$  векторіальних похибок визначити ймовірність виконання безпечної

повороту  $P_{bi}$  за допомогою виразу (4.9). З урахуванням всіх поворотів програмної траєкторії ймовірність безпечної проходження ділянки безпечної плавання D з урахуванням тільки векторіальної похибки керування судном  $P_{bc}$  можна оцінити добутком всіх ймовірностей  $P_{bi}$ , тобто:

$$P_{bc} = \prod_{i=1}^n P_{bi}$$

або

$$P_{bc} = \prod_{j=1}^n \left\{ \left[ \sum_{i=1}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_{pzn}(x, y) dy dx \right] \left[ \sum_{i=1}^{a_{i+1}} \int_{f_{si}(x)}^{f_{pi}(x)} f_c^S(x, y) dy dx \right] \right\}_j.$$

За допомогою отриманого виразу можна оцінити інтенсивність  $\lambda_3$  аварійних подій з причини посадок судна на мілину через векторіальну похибку керування:

$$\lambda_3 = (1 - P_{bc})q.$$

#### 4.4. Вибір оптимального маршруту проведення відображенням навігаційної ситуації з інформацією про безпечність судноводіння

Питанням вибору маршруту проведення судна в стислих водах приділяється значна увага. Одним із напрямків вирішення цієї проблеми пропонується розробка алгоритму планування маршруту судна в стислих водах [224], який управлює і контролює процес переміщення судна по траєкторії, включно з криволінійними траєкторіями. Подальшим розвитком згаданого алгоритму являється спосіб вибору оптимального маршруту проведення судна стислим районом з відображенням навігаційної ситуації, яка містить інформацію про безпечність судноводіння.

Для зниження впливу траекторної похибки повороту судна на безпеку судноводіння її врахування слід проводити оперативно в процесі керування судном спільно з іншими джерелами можливої аварійності судна. З цією метою розглянемо спосіб оперативного оцінювання безпеки плавання в стисненому районі, що відображені електронною картою, на якій нанесені характеристики раніше досліджених основних чинників, що впливають на безпеку. До них належать характеристики позиційної векторної похибки, яка характеризується показником точності  $D_{md}$ , запропонованим в роботі [147] і є дисперсією модуля траекторної похибки в заданій точці. На електронній карті можна відобразити поле точностей, кожна точка якого характеризується значенням показника  $D_{md}$ , залежно від кількості орієнтирів, що використовуються для обserвації.

Відображення поля точностей на електронній карті в районі плавання судна вимагає вибору орієнтирів, за якими здійснюється контроль місця судна. Залежно від числа й геометрії розташування орієнтирів дляожної точки району проходження судна розраховується значення показника точності  $D_{md}$ .

Для випадку обсервації судна за одним орієнтиром – його пеленга й дистанції, показник точності  $D_{md1}$  розраховується за формулою:

$$D_{md1} = \frac{\frac{1}{\sigma_D^2} + \frac{1}{\sigma_P^2}}{\frac{1}{\sigma_D^2 \sigma_P^2}} = \sigma_D^2 + \sigma_P^2,$$

де  $\sigma_D^2$  і  $\sigma_P^2$  – дисперсії похибок ліній положення дистанції і пеленга.

Якщо визначення місця судна проводиться за двома орієнтирами (два пеленга і дві дистанції), то розрахунок показника точності  $D_{md2}$  дляожної точки району плавання проводиться за допомогою аналітичного виразу:

$$D_{md2} = \frac{\frac{1}{\sigma_{D1}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2} + \frac{1}{\sigma_{D2}^2} + \frac{1}{\sigma_{P2}^2}}{\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{P1}^2} + \frac{1}{\sigma_{D2}^2 \sigma_{P2}^2} + (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{D2}^2} - \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2}) \sin^2 \beta_{12} + (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{P2}^2} - \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{D2}^2}) \cos^2 \beta_{12}}.$$

У цьому випадку значення  $D_{md2}$  залежить не тільки від дисперсій ліній положення  $\sigma_{D1}^2$ ,  $\sigma_{D2}^2$ ,  $\sigma_{P1}^2$  і  $\sigma_{P2}^2$ , але й від кута  $\beta_{12}$  між орієнтирами, визначеного з точки, в якій оцінюється значення показника точності.

Коли обserвація місця судна проводиться за трьома орієнтирами, то показник точності  $D_{md3}$  для будь-якої точки в околицях розташування орієнтирів обчислюється за наступним аналітичним виразом:

$$D_{md3} = \frac{\frac{1}{\sigma_{D1}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2} + \frac{1}{\sigma_{D2}^2} + \frac{1}{\sigma_{P2}^2} + \frac{1}{\sigma_{D3}^2} + \frac{1}{\sigma_{P3}^2}}{S + C}, \quad (4.10)$$

У якому величини  $S$  і  $C$  визначаються з наступних формул:

$$\begin{aligned} S &= (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{D2}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2}) \sin^2 \beta_{12} + (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{D3}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P3}^2}) \sin^2 \beta_{13} + \rightarrow \\ &\quad (\frac{1}{\sigma_{D2}^2 \sigma_{D3}^2} + \frac{1}{\sigma_{P2}^2 \sigma_{P3}^2}) \sin^2 \beta_{23}, \\ C &= (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{D2}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P2}^2}) \cos^2 \beta_{12} + (\frac{1}{\sigma_{D1}^2 \sigma_{D3}^2} + \frac{1}{\sigma_{P1}^2 \sigma_{P3}^2}) \cos^2 \beta_{13} + \rightarrow \\ &\quad (\frac{1}{\sigma_{D2}^2 \sigma_{D3}^2} + \frac{1}{\sigma_{P2}^2 \sigma_{P3}^2}) \cos^2 \beta_{23}. \end{aligned}$$

Кути  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{13}$  і  $\beta_{23}$  є кутами між кожною парою орієнтирів з точки, де визначається значення  $D_{md3}$ . Вся інформація, яка характеризує поточну

навігаційну ситуацію, пов'язана з графічним представленням, тому основою комплексного відображення навігаційної ситуації є електронна карта району плавання судна. На ній можна побачити поточні позиції судна й найближчих цілей.

Для прикладу імітаційного моделювання використана електронна карта підходів до порту Севастополь, показана на рис. 4.8. На ній показано прогнозоване положення судна після завершення повороту вправо для входу в порт, причому напрямок руху судна показано вектором швидкості.

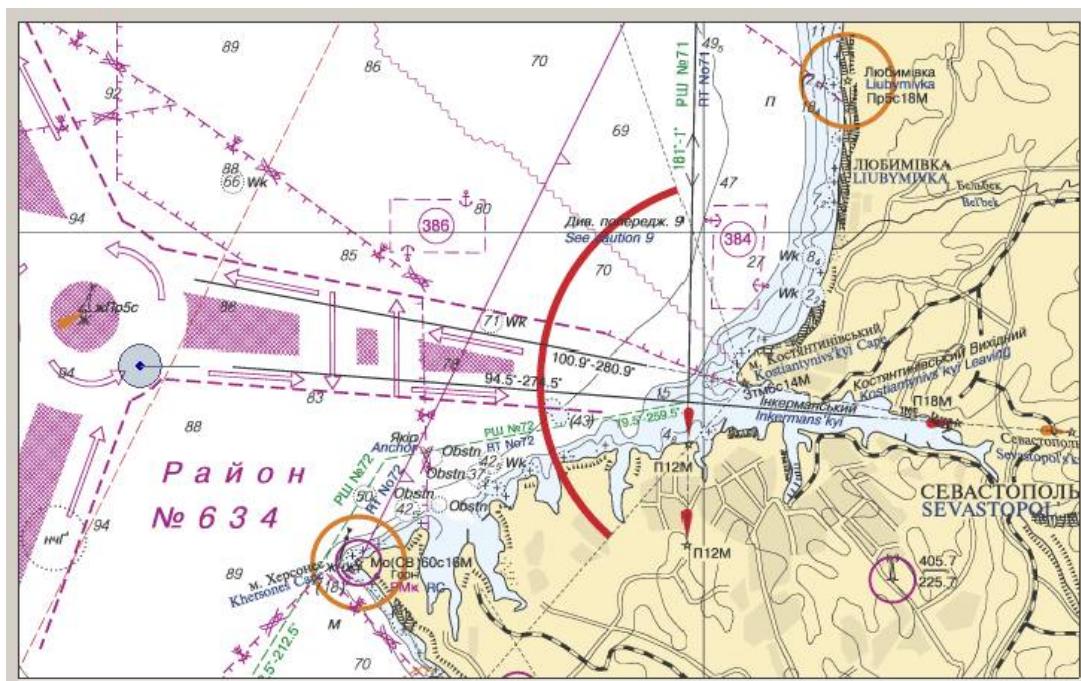


Рис. 4.8. Електронна карта підходів до порту Севастополь

Для формування поля точностей на електронній карті в районі плавання слід вибрати орієнтири, за якими контролюється місце судна шляхом вимірювання дистанцій і пеленгів кожного з них. Надалі будемо формувати поле точностей при використанні для обserвації трьох орієнтирів, і розраховувати значення  $D_{md3}$  для кожної точки за допомогою виразу (4.10).

На електронній карті кожен з обраних орієнтирів відзначається світло-зеленим колом, в центрі якого знаходиться орієнтир.

На рис. 4.9 показаний один з можливих варіантів вибору трьох орієнтирів, якими є маяк мису Херсонес, маяк Любимівка й мис Костянтинівський. На карті також нанесено ціль, яка рухається в південному напрямку й створює загрозу зіткнення для судна.

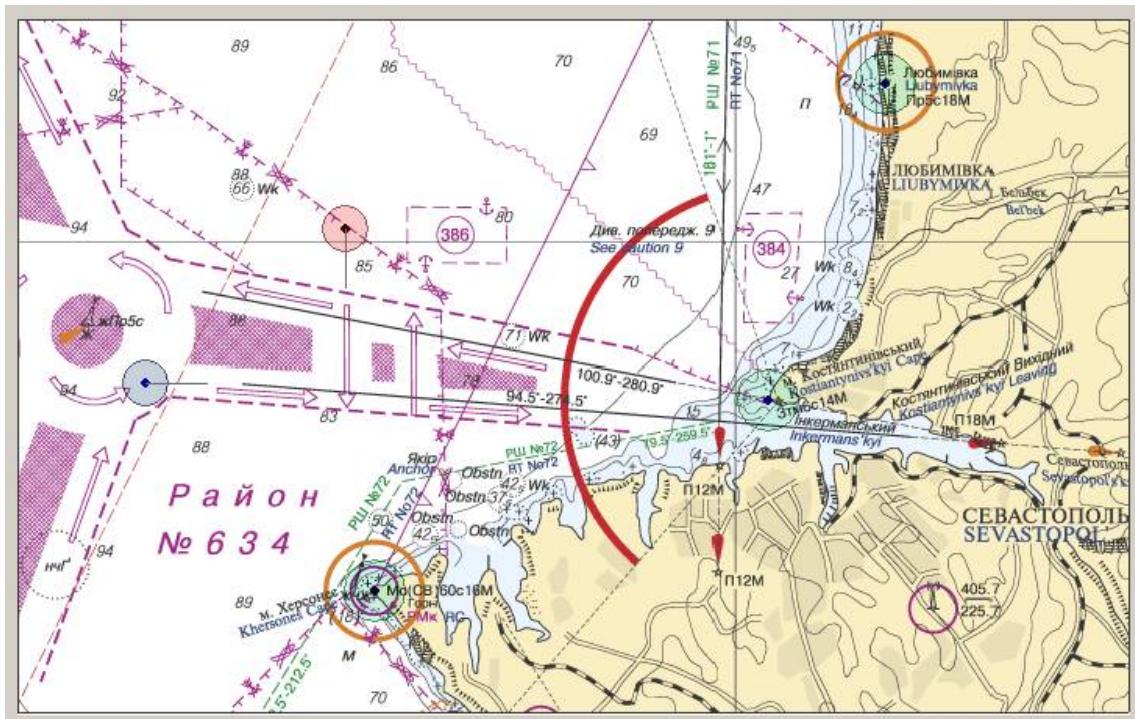


Рис. 4.9. Вибір орієнтирів для обserвації місця судна

Після завершення процедури вибору орієнтирів можливе відображення поля точностей на електронній карті району плавання одним з двох варіантів: з оцифруванням і без нього. У разі вибору параметра відображення поля точностей без оцифрування, то після розрахунку значень  $D_{md3}$  пов'язана з ним елементарна ділянка забарвлюється в сірий колір, ступінь затіненості якого залежить від величини  $D_{md3}$ , а потім в графічному режимі прозорості накладається на електронну карту, як показано на рис. 4.10. Іншими словами, чим більша величина показника  $D_{md3}$ , тим темніший колір елементарної ділянки.

Використання режиму оцифрування поля точностей передбачає відображення на електронній карті значень 95% кругової похибки в метрах. Якщо

значення похибки перевищує 100 м, то оцифровка такої ділянки не проводиться.

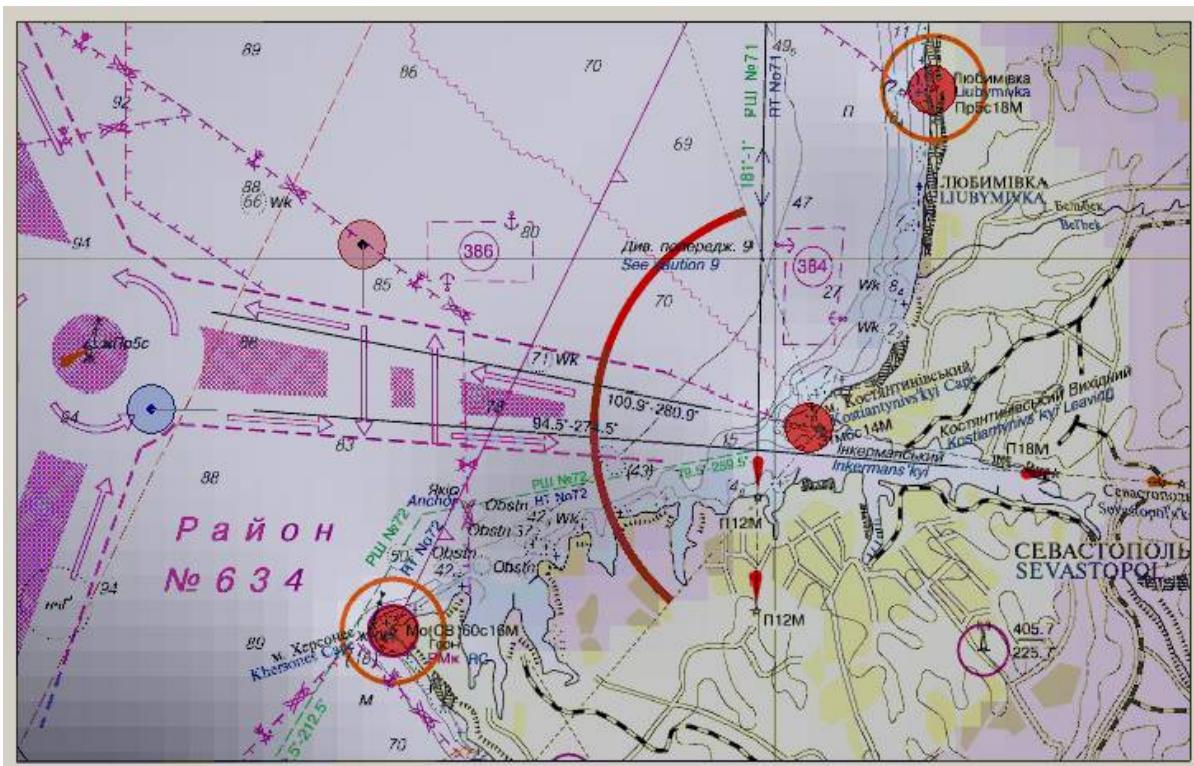


Рис. 4.10. Відображення поля точностей без оцифрування

Поле точностей з нанесеними значеннями 95% кругової похибки наведено на рис. 4.11. Оскільки значення похибки в лівому нижньому куті перевищує 100 м, то оцифрування показаного району не проведено.

Для порівняння розглянуто другий варіант обраних для обсервації місця судна орієнтирів, які показані на рис. 4.12, причому точність проходження судна програмним маршрутом, виражена середнім значенням кругової 95% похибки, як випливає з поля точностей, становить 54 метри.

Вплив траєкторної похибки повороту судна полягає в тому, що по завершенні повороту судна його дійсне положення відносно прогнозованої позиції може бути оцінено максимальними зміщеннями відносно програмної траєкторії руху.

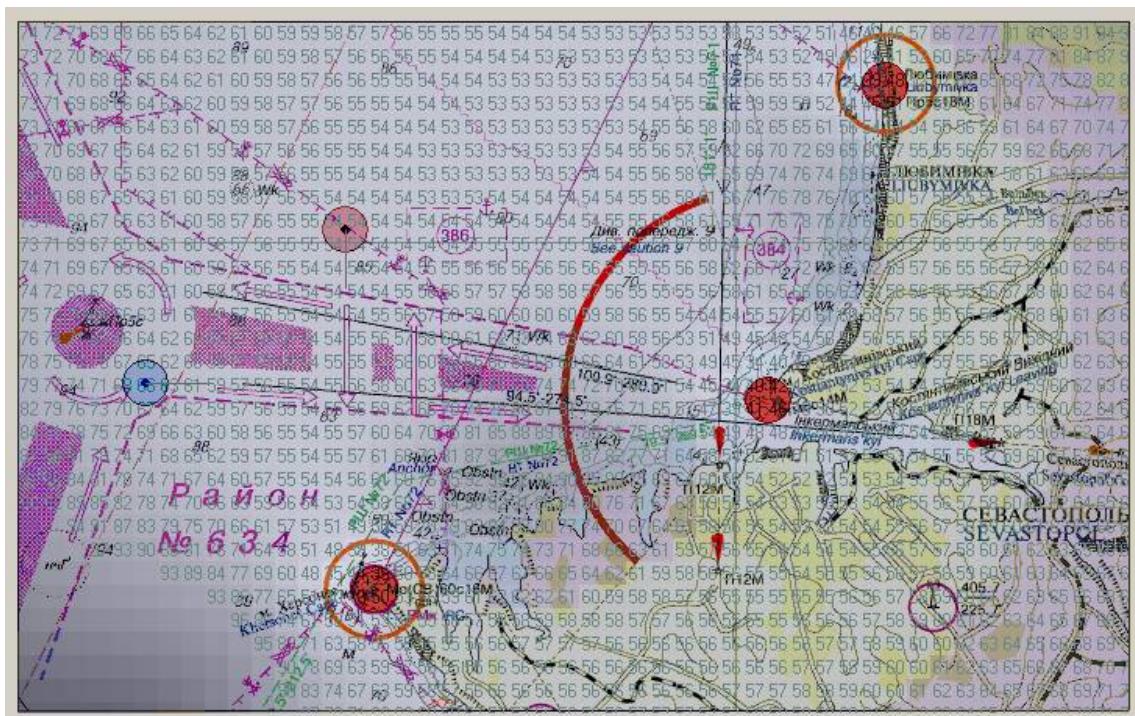


Рис. 4.11. Відображення поля точностей з оцифруванням



Рис. 4.12. Другий варіант обраних для обсервації орієнтирів

Як показано на рис. 4.13 і 4.14, максимальні зміщення обмежують смугу можливого переміщення судна після завершення повороту. На рис. 4.14 показаний збільшений фрагмент електронної карти, що містить прогнозовану позицію судна разом зі смugoю руху.

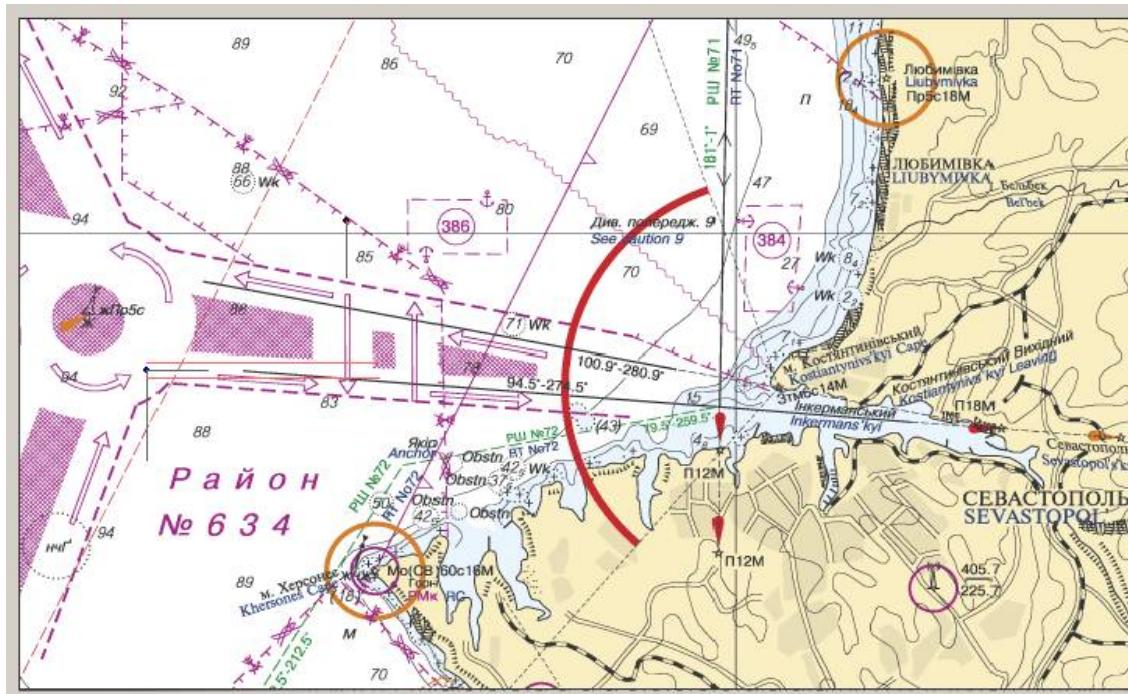


Рис. 4.13. Смуга руху судна через похибики повороту

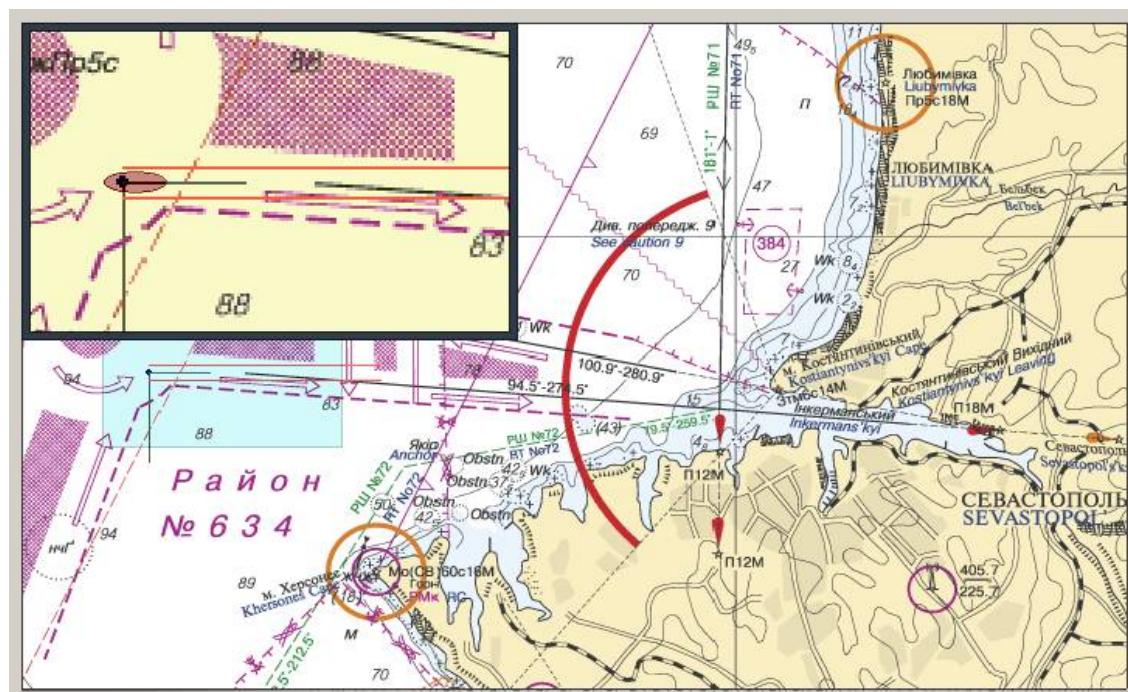


Рис. 4.14. Збільшene зображення смуги руху судна

За наявності небезпечної цілі слід розрахувати сектор небезпечних курсів судна й показати його на електронній карті в місці прогнозованої позиції судна, як показано на рис. 4.15. Тому подальший курс для безпечного руху судна повинен враховувати небезпечний сектор, тобто безпечний курс судна повинен перебувати поза даним сектором. У цьому випадку дистанція найкоротшого зближення судна з ціллю буде перевищувати гранично-допустиму дистанцію зближення. З урахуванням перелічених чинників, тобто поля точностей обраних орієнтирів, смуги можливого руху через траєкторні похибки повороту й сектора небезпечних курсів, що ведуть до можливого зіткнення з ціллю, слід вибрати безпечний курс руху судна, як відображенено на рис. 4.16. Вибір безпечного курсу досягається ухиленням судна вправо в бік рекомендованого маршруту № 72.

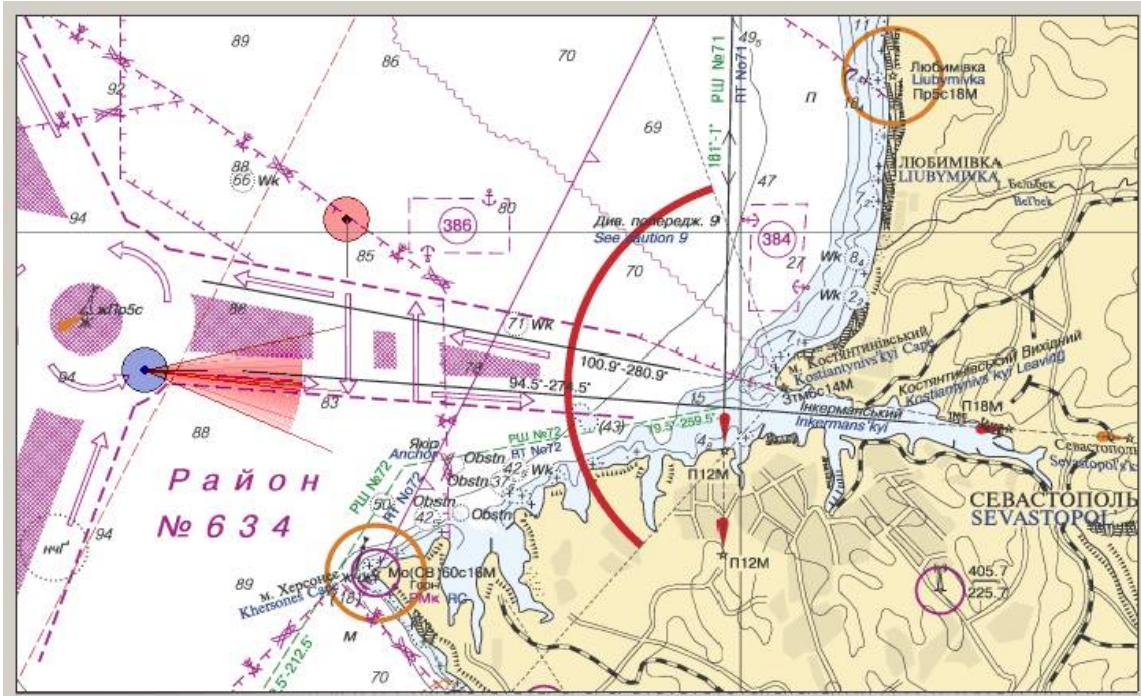


Рис. 4.15. Відображення сектора небезпечних курсів

Прогноз подальшого руху судна й цілі показує безпеку розходження судна з ціллю, що представлено на рис. 4.17.

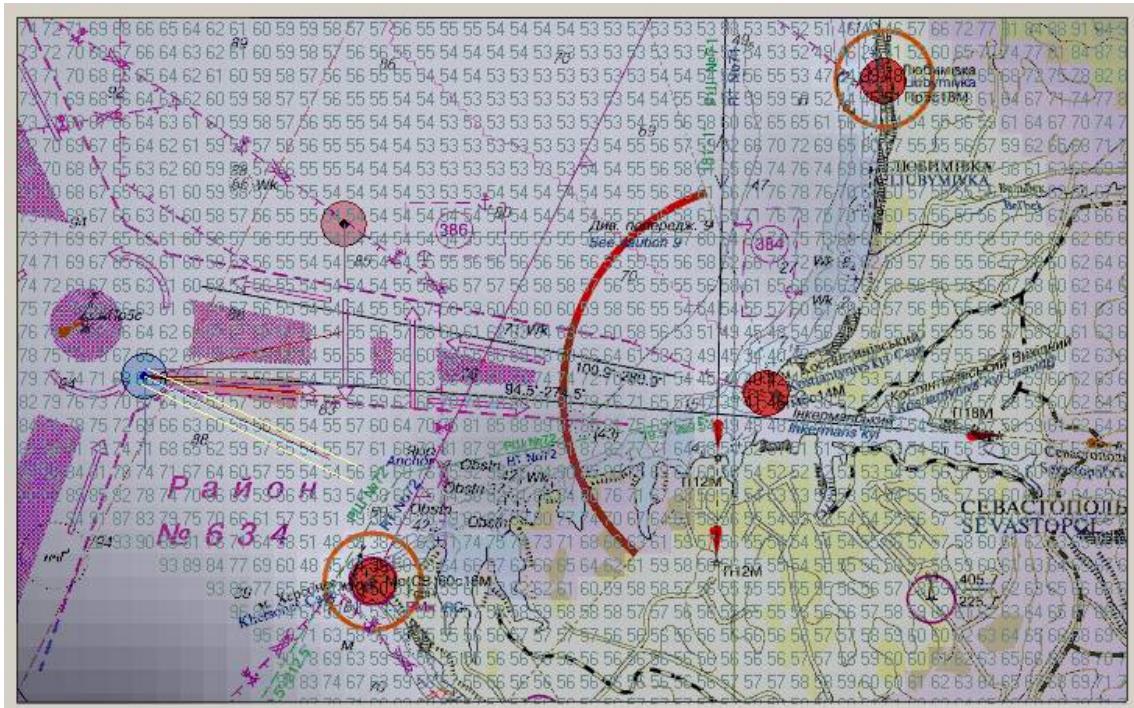


Рис. 4.16. Вибір безпечної траєкторії руху судна

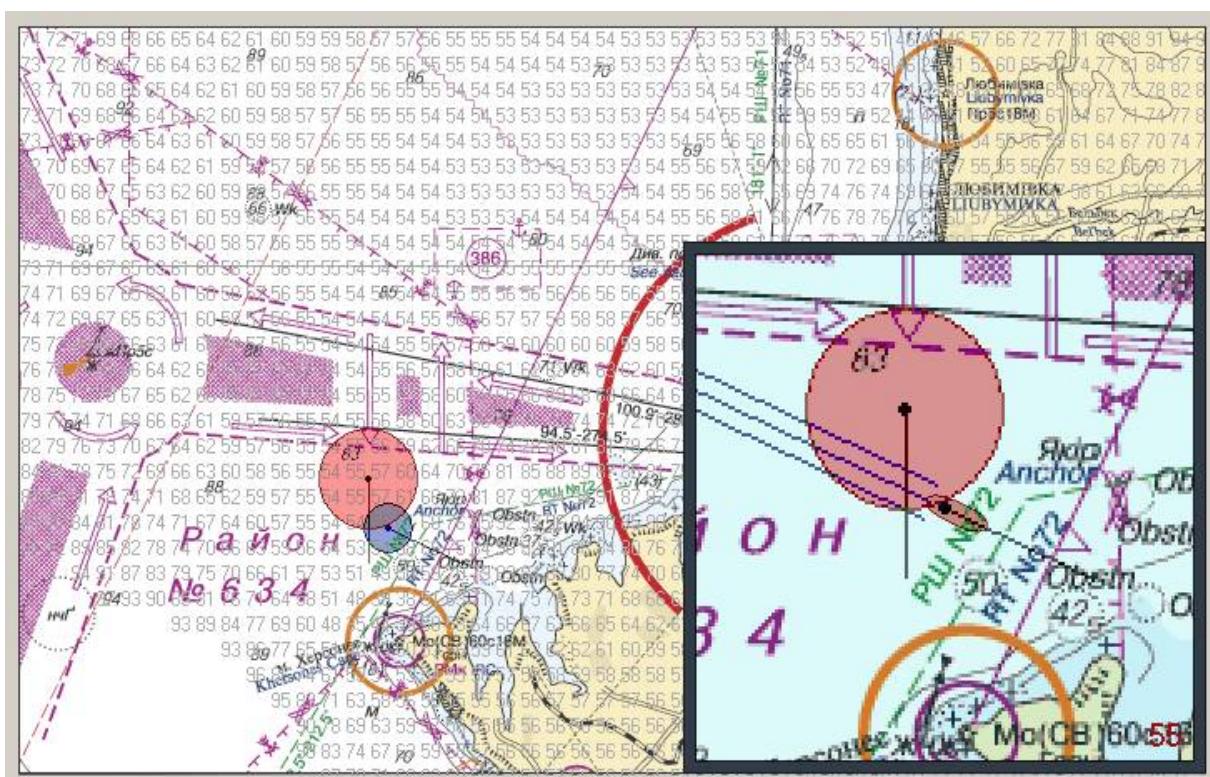


Рис. 4.17. Врахування небезпечної цілі

Звертаємо увагу на те, що на даному малюнку наведений збільшений фрагмент ситуації найкоротшого зближення судна з ціллю, що підтверджує безпеку процесу розходження. Очевидно, судно, досягнувші рекомендованого шляху № 72, поверне вліво на його реалізацію для подальшого проходження в порт.

Зазначимо, що для вибору безпечного маневру розходження враховуємо небезпечний сектор курсів судна (рис. 4.15) та полосу руху судна, ширина якої визначається виразом [225]:

$$B_{\Pi} = \sqrt{L^2 + B^2} \sin(C + \arctg \frac{B}{L}),$$

де  $C$  – кут зносу;  $L$ ,  $B$  – розміри судна.

У Додатку Б.2 наведений другий приклад імітаційного моделювання, в якому використана електронна карта підходів до порту Чорноморськ.

Актуальною також являється обернена задача, в якій слід визначити параметри безпечного суднохідного каналу в залежності від розмірів судна і швидкості ходу. Це питання розглянуто в роботі [227], в якій показано, що приріст радіусу  $B^*$  дуги водного шляху судна становить на криволінійних ділянках каналу:

$$B^* = L^2 / 2R,$$

де  $L$  - довжина судна;  $R$  - радіус дуги криволінійної траєкторії судноходного маршруту.

На завершення глави наведемо оцінку величини траєкторної похибки повороту судна за результатами натурних спостережень. Визначимо величину траєкторної похибки повороту судна шляхом зіставлення прирошення координат судна за час повороту, розрахованих за динамічною моделлю обертального руху судна  $\Delta X_{md}$  і  $\Delta Y_{md}$  з прирошеннями координат  $\Delta X_{GPS}$  і  $\Delta Y_{GPS}$ , отриманих за допомогою DGPS, для обраного маневру зміни курсу.

В якості динамічної моделі обертального руху судна обрана найбільш точна третя динамічна модель зміни курсу судна під час перекладки пера керма.

Для теплохода "Celandine" типу Ro-Ro з водотоннажністю 18031 т про-

ведено верифікацію моделі обертального руху. Параметри моделі (постійні часу  $T_1$ ,  $T_2$ , а також стало значення кутової швидкості повороту судна  $a_\omega$ ) визначені для повороту судна з кутами кладки пера керма від 5 до 30 градусів включно.

При заданому значенні прирошення курсу  $\Delta K$  повороту судна тривалість першої  $\Delta t_k$  і другої  $\Delta t$  фаз повороту визначається методом простих ітерацій, після чого обчислюються значення прирошення координат судна  $\Delta X_{md}$  і  $\Delta Y_{md}$  чисельним інтегруванням методом Сімпсона. Після цього виконується реальний поворот судна з тим же прирошенням курсу  $\Delta K$  і кладкою пера керма, а навігаційною системою DGPS проводиться високоточне вимірювання прирошення координат судна  $\Delta X_{GPS}$  і  $\Delta Y_{GPS}$  за час його маневру. Величина модуля траєкторної похибки  $R_t$  визначається відстанню між прогнозованою і обсервованою точками траєкторії після завершення маневру, тобто за допомогою виразу:

$$R_t = \sqrt{(\Delta X_{GPS} - \Delta X_{md})^2 + (\Delta Y_{GPS} - \Delta Y_{md})^2}. \quad (4.11)$$

Для серії поворотів судна з кутами кладки пера керма  $\beta$  від 5 до 30 градусів з кроком 5 градусів і прирошеннями курсу  $\Delta K$  що дорівнюють  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  і  $30^\circ$  визначалися траєкторні похибки  $R_t$ .

У першій частині дослідження були розраховані модельні прирошення координат  $\Delta X_{md}$  і  $\Delta Y_{md}$  для вказаної серії поворотів судна, причому кінцевий курс судна  $K_k = 90^\circ$ . Для розрахунку модельних характеристик повороту була розроблена комп'ютерна програма, яка крім цього відображає траєкторію повороту судна, на якій позначені точки його початку й закінчення.

Результати моделювання поворотів судна з раніше зазначеними параметрами (кутами кладки пера керма 5, 10, 15, 20, 25, 30 градусів і прирошеннями курсу  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  і  $30^\circ$ ) наведені в табл. 4.1, причому вказані моменти часу початку  $t_n$  і кінця  $t_k$  маневру в секундах.

Таблиця 4.1.

## Результати моделювання повороту судна

$$\beta = 5^\circ$$

$\Delta K^\circ$	$t_n$ с	$t_k$ с	$\Delta t_k$ с	$\Delta t$ с	$\Delta X_{md}$ м	$\Delta Y_{md}$ м
60	52	135	75	8	928,8	588,9
45	63	129	58	8	818,0	374,0
30	73	122	41	8	655,1	195,4

$$\beta = 10^\circ$$

60	64	125	53	8	681,7	435,3
45	72	121	41	8	608,4	289,2
30	79	116	30	7	497,1	150,1

$$\beta = 15^\circ$$

60	78	115	29	8	413,5	267,0
45	83	114	23	8	374,3	177,6
30	87	111	17	7	326,8	98,0

$$\beta = 20^\circ$$

60	82	113	24	7	345,0	228,5
45	85	111	19	7	325,95	154,64
30	88	109	14	7	287,06	86,5

$$\beta = 25^\circ$$

60	83	111	21	7	313,4	204,6
45	86	110	17	7	302,15	140,8
30	89	108	12	7	261,1	80,6

$$\beta = 30^\circ$$

60	86	111	18	7	279,28	187,3
45	88	110	15	7	278,2	128,7
30	91	109	11	7	248,4	71,9

Аналіз табл. 4.1 показує, що, по-перше, тривалість одержування судна під час повороті не залежить від величини  $\Delta K$  і є постійною, яка дорівнює 7–

8 с. По-друге, прирошення координат  $\Delta X_{md}$  і  $\Delta Y_{md}$  мають тенденцію зменшуватися при скороченні величини  $\Delta K$ , причому тривалість першого етапу повороту судна скорочується зі збільшенням кута кладки пера керма.

Друга частина дослідження траєкторної похибки повороту судна полягала в експериментальному високоточному визначенні прирошення координат судна  $\Delta X_{GPS}$  і  $\Delta Y_{GPS}$  в результаті повороту з тими ж модельними параметрами за супутниковою навігаційною системою DGPS. Для цього в момент часу початку кожного експериментального повороту й в момент часу його закінчення визначалися координати судна, а їх різниця становила шукані значення прирошень координат  $\Delta X_{GPS}$  і  $\Delta Y_{GPS}$ . У табл. 4.2 представлена зведені результати оцінки значень величини траєкторної похибки повороту  $R_t$ , яка розраховувалася за виразом (4.11).

Таблиця 4.2.

## Оцінки значень величини траєкторної похибки повороту

$\beta^\circ$	$K_n^\circ$	$K_k^\circ$	$\Delta X_{md}$ м	$\Delta Y_{md}$ м	$\Delta X_{GPS}$ м	$\Delta Y_{GPS}$ м	$R_t$ м
5	30	90	928,8	588,9	890,0	614,8	46,6
5	45	90	818,0	374,0	853,0	350,6	42,4
5	60	90	655,1	195,4	623,3	216,6	38,2
10	30	90	681,7	435,3	722,8	462,7	49,4
10	45	90	608,4	289,2	570,5	263,9	45,6
10	60	90	497,1	150,1	531,6	173,1	41,5
15	30	90	413,5	267,0	458,5	237,0	53,9
15	45	90	374,3	177,6	331,7	206,0	51,2
15	60	90	326,8	98,0	286,2	125,1	48,8
20	30	90	345,0	228,5	293,7	262,8	61,7

Продовження таб. 4.2.

20	45	90	325,95	154,64	375,0	187,4	59,0
20	60	90	287,06	86,5	239,5	118,3	57,2
25	30	90	313,4	204,6	368,9	167,6	66,7
25	45	90	302,15	140,8	248,8	176,4	64,2
25	60	90	261,1	80,6	312,7	46,2	62,0
30	30	90	279,28	187,3	216,8	145,6	75,2
30	45	90	278,2	128,7	337,8	168,4	71,6
30	60	90	248,4	71,9	304,8	109,5	67,8

Проведений аналіз табл. 4.2 показує, що траєкторна похибка повороту для наведених поворотів дорівнює в середньому 55,7 м, з тенденцією зростати зі збільшенням кута перекладки пера керма. За даними наведеної таблиці побудовано номограму, яку представлено на рис. 4.18.

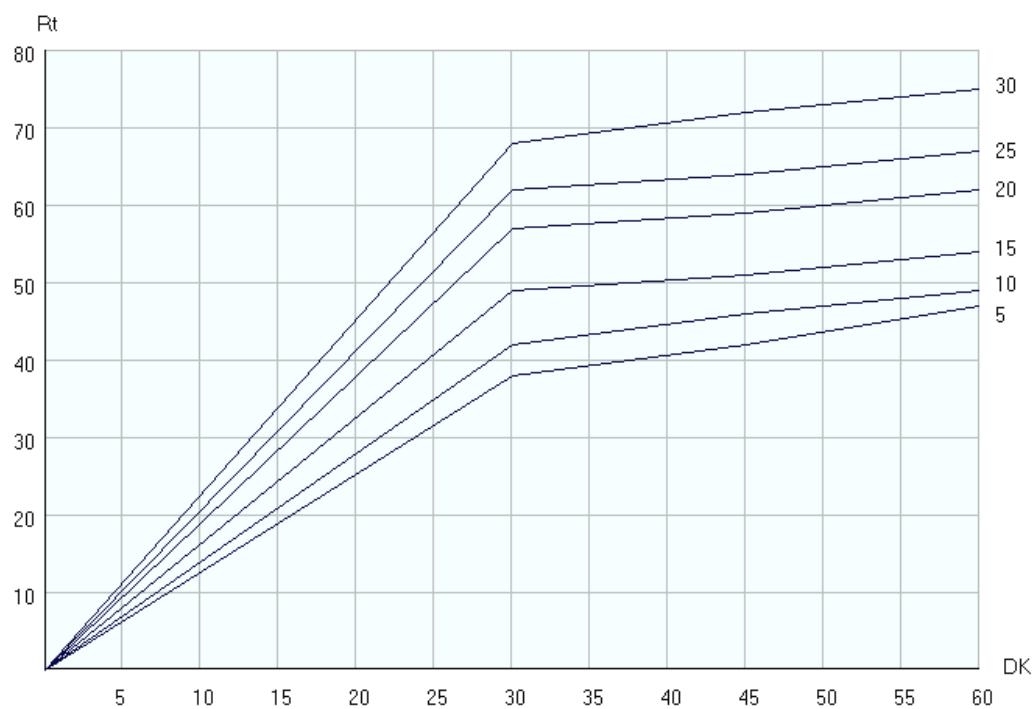


Рис. 4.18. Номограма визначення похибки повороту

За її допомогою можна оцінити величину траєкторної похибки повороту перед його початком. На номограмі нанесено шість ізоліній, які відповідають кутам кладки пера керма з кроком  $5^\circ$ .

#### 4.5. Висновки з четвертого розділу

Четвертий розділ присвячений залежності безпеки судноводіння від векторіальної похибки керування судном. Представлено модель формування векторіальної похибки керування, яка є сумою систематичної і випадкової складових. Отримано залежність величини систематичної похибки керування від вибору динамічної моделі поворотності судна. Отримано процедуру визначення величини похибки  $S^{(\beta)}$  з урахуванням динамічної моделі обертовального руху судна.

Розроблено процедуру оцінки навігаційної безпеки повороту судна й запропоновано вибір оптимального маршруту проведення відображенням навігаційної ситуації з інформацією про безпечність судноводіння. Наведено результати оцінки величини траєкторної похибки повороту судна за результатами натурних спостережень.

## РОЗДІЛ 5.

### ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ МІСЦЯ СУДНА ПРИ НАДЛИШКОВИХ ЛІНІЯХ ПОЛОЖЕННЯ

#### 5.1. Щільність розподілу векторіальної похибки визначення місця судна

Питання теорії і практики визначення місця судна методом ліній положення детально викладені в роботі [133]. Тут же розглянуто особливості визначення місця судна при числі ліній положення більше двох.

У загальному випадку лінія положення (ЛП) задається в прямокутній системі координат  $x0y$ , початок якої збігається з обчислюваною точкою судна або з іншою точкою з відомими географічними координатами. Лінія положення задається відносно початку системи координат  $x0y$  переносом  $r_i$ , тобто довжиною нормалі від початку системи координат до  $i$ -ї ЛП, і напрямком градієнта навігаційного параметра  $\alpha_i$ , тобто – кутом між переносом  $r_i$  та віссю  $y$  обраної системи координат (рис. 5.1). Справжнє місце судна знаходиться на лінії  $\text{ЛП}_i$ , коли похибка лінії положення  $\xi_i$  відсутня. Похибка вимірювання навігаційного параметра  $\eta_i$  веде до появи похибки лінії положення  $\xi_i$ , яка викликає додаткове зміщення лінії положення  $\text{ЛП}_i$  в напрямку градієнта навігаційного параметра, як показано на рис. 5.1.

Рівняння лінії положення виражає зв'язок елементів лінії положення  $\alpha_i$  і  $r_i$  з координатами  $x$  і  $y$   $\text{ЛП}_i$ , враховуючи похибку лінії положення  $\xi_i$ . Як випливає з рис. 5.1, рівняння  $\text{ЛП}_i$  має такий вигляд:

$$r_i + \xi_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i. \quad (5.1)$$

Використовуючи кілька ліній положення для визначення обсервованого місця судна, виникає векторіальна похибка  $\bar{R}$ , яка характеризується двовимірною щільністю розподілу  $f(x, y)$  та її коваріаційною матрицею.

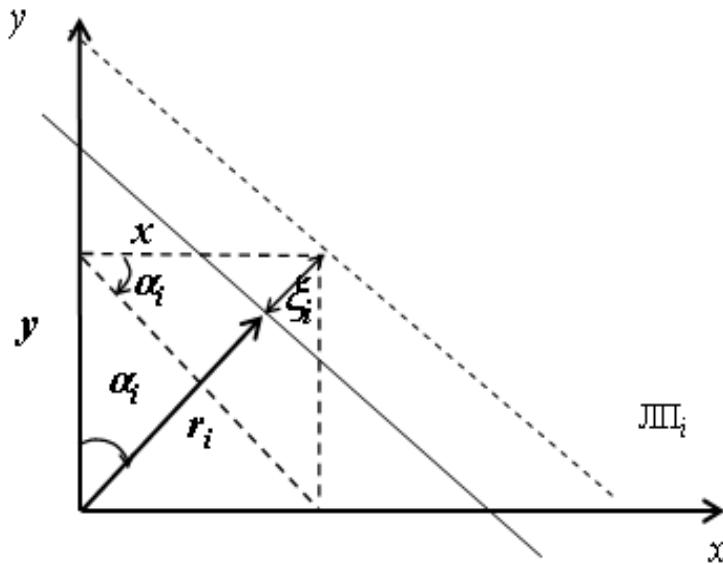


Рис. 5.1. Зв'язок елементів лінії положення з її координатами

Відомо [215], що випадкових величин  $\xi_i$  (похибок ЛП) можна розглядати як координати  $n$ -вимірного простору  $\mathcal{R}_n$ , в якому розподілена одинична щільність, причому спільна щільність розподілу  $g(\xi_1, \dots, \xi_n)$  визначається частковими (маргінальними) щільностями  $f_i(\xi_i)$  величин  $\xi_i$ . Площа  $\mathcal{R}_2$ , на якій шукається розподіл вектора  $\bar{R}$  є лінійною множиною простору  $\mathcal{R}_n$ , тобто кожній точці площини  $\mathcal{R}_2$  відповідає точка в  $\mathcal{R}_n$ . Точці з координатами  $x, y$  на площині  $\mathcal{R}_2$  відповідає точка з координатами  $\xi_i = a_i x + b_i y - r_i$  простору  $\mathcal{R}_n$  [215]. Для розглянутого випадку  $a_i = \sin \alpha_i$  і  $b_i = \cos \alpha_i$ . Отже, зв'язок координат  $R_2$  і  $R_n$ :

$$\xi_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i.$$

З урахуванням отриманого виразу щільність  $f(x, y)$  знаходимо, підставляючи його у вираз для спільної щільності  $g(\xi_1, \dots, \xi_n)$ , тобто:

$$f(x, y) = A_n g \left[ (x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1 - r_1), \dots, (x \sin \alpha_n + y \cos \alpha_n - r_n) \right],$$

де  $A_n$  – нормуючий множник, величина якого визначається виразом:

$$A_n = \left[ \int_{R_2} g \left[ (x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1 - r_1), \dots, (x \sin \alpha_n + y \cos \alpha_n - r_n) \right] dx dy \right]^{-1}.$$

Для незалежних випадкових величин  $\xi_i$  їх спільна щільність розподілу  $g(\xi_1, \dots, \xi_n)$  дорівнює добутку приватних щільності  $f_i(\xi_i)$ .

Тому отримаємо:

$$f(x, y) = A_n \prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i),$$

де  $A_n = \left[ \int_{R_2} \prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i) dx dy \right]^{-1}$ .

Остаточно вираз для  $f(x, y)$  набуває вид:

$$f(x, y) = \frac{\prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i)}{\int_{R_2} \prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i) dx dy}.$$

При надлишкових вимірюваннях навігаційних параметрів для визначення місця судна з мінімальною коваріаційною матрицею необхідно, щоб похибки вимірювань були незалежними. Якщо ж похибки вимірювань залежні, то для стійких і безмежно-поділованих розподілів систему залежних випадкових величин  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n)$  можна представити системою незалежних ви-

падкових величин  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$ , мають таку ж спільну щільність розподілу. При цьому всі випадкові величини  $\xi_i$  повинні мати одинаковий закон розподілу й системи лінійних випадкових величин  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n)$  і  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$  повинні бути пов'язані лінійним ортогональним перетворенням [212].

У цьому випадку наявні другі змішані моменти між випадковими величинами  $\xi_i$  і  $\xi_j$  системи залежних величин перетворюються на значення дисперсії системи незалежних випадкових величин  $\eta_i$ . Матрицю других моментів вектора  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n)$  позначимо  $\Lambda$ . Розглянемо новий  $n$ -вимірний випадковий вектор  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n)$ , який пов'язаний з вектором  $\xi$  лінійним перетворенням [215]:

$$\eta = A\xi, \text{ тобто } \eta_j = \sum_{k=1}^n A_{jk} \xi_k \quad (j = 1, \dots, n),$$

де  $A$  – квадратна матриця з елементами  $A_{jk}$ .

Матриця других моментів введеної випадкової величини  $\eta$ , що позначена  $M$ , пов'язана з матрицею  $\Lambda$  співвідношенням:

$$M = A \Lambda A^T, \quad (5.2)$$

де  $A^T$  – транспонована матриця  $A$ . Будемо розглядати центровані випадкові величини  $\xi_i$ , математичне сподівання яких дорівнює нулю, тобто  $E(\xi_i) = 0$ . Отже, і випадкові величини  $\eta_j$  також центровані ( $E(\eta_j) = 0$ ). Другі моменти випадкових величин  $\xi$  і  $\eta$  позначені відповідно через  $\lambda_{ik}$  і  $\mu_{ik}$ , причому:

$$\lambda_{ik} = E(\xi_i \xi_k), \mu_{ik} = E(\eta_i \eta_k).$$

Оскільки ранги розподілів векторних випадкових величин  $\xi$  і  $\eta$  однакові, то з урахуванням співвідношення (3.8) можна записати [215]:

$$\mu_{ik} = \sum_{r,s=1}^n A_{jr} \lambda_{rs} A_{ks}. (i \neq k) \quad (5.3)$$

Як показано в [215], якщо як матрицю перетворення  $A$  вибрati ортогональну матрицю, то її елементи можна підібрати таким чином, що матриця других моментів  $M$  буде дiагональною. Це означає, що другi змiшанi моменти  $\mu_{ik} = 0$  при  $i \neq k$  (5.3) i матриця других моментів  $M$  мiстить n дiагональних елементiв, якi є дисперсiями тепер вже некорельованих випадкових величин  $\eta_j$ .

При гаданої простотi операцiї перетворення системи залежних випадкових величин  $\xi_i$  в систему незалежних  $\eta_k$  залишається вiдкритим питання пошуку ортогональної матрицi  $A$ , яка дозволяє перетворити матрицю других моментів  $\Lambda$  випадкового вектора  $\xi$  в дiагональну матрицю других моментів  $M$  вектора  $\eta$  з незалежними компонентами  $\eta_i$ .

Можна запропонувати кiлька способiв формування ортогональної матрицi  $A$ . Однак розглянемо спосiб пошуку матрицi  $A$ , який заснований на методi обертань [212]. Довiльна ортогональна матриця  $A$  може бути отримана в результатi послiдовних обертань в n-вимiрному просторi, причому її елементи  $A_{ij}$  залежать тiльки вiд функцiй кутiв обертання, тобто  $A_{ij}$  є функцiєю  $\sin i$   $\cos n(n - 1)/2$  кутiв обертання.

Пропонований спосiб пошуку елементiв ортогональної матрицi  $A$  полягає в одночасному формуваннi матриць  $A$  i  $M$ , маючи матрицю других моментів  $\Lambda$  вихiдної системи залежних випадкових величин  $\xi$ . Причому в цьому

способі використаний метод обертань. Виконується  $n(n-1)/2$  послідовних обертань, в результаті кожного з яких визначається проміжна матриця  $A_i$ , вилучає один з недіагональних елементів матриці  $\Lambda$ . Так, для вилучення першого недіагонального елемента  $\lambda_{IK}$  з матриці  $\Lambda$  виконується обертання на кут  $\alpha_1$ , який знаходиться з наступного аналітичного виразу [212]:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{2\lambda_{IK}}{\lambda_{II} - \lambda_{KK}}.$$

За отриманим значенням  $\alpha_1$  обчислюється проміжна матриця  $A_1$ , елементи якої в загальному випадку знаходять за формулою [212]:

$$A_{ik} = \delta_k^i [1 + (\cos \alpha_1 - 1)(\delta_I^i - \delta_K^i)] + \sin \alpha_1 (\delta_K^i \delta_k^I - \delta_I^i \delta_k^K),$$

де  $\delta_k^i$ ,  $\delta_I^i$ ,  $\delta_K^i$ ,  $\delta_k^I$ ,  $\delta_k^K$  – символи Кронекера рангу 2, що визначаються такими умовами:

$$\delta_k^i = 0, \text{ при } (i \neq k),$$

$$\delta_k^i = 1, \text{ при } (i = k).$$

При цьому отримуємо матрицю  $\Lambda^{(1)}$ , яка замість елемента  $\lambda_{IK}$  містить нуль, причому  $\Lambda^{(1)} = A_1^{-1} \Lambda A_1$ .

Потім аналогічним чином за допомогою матриці  $A_2$  матриця других моментів  $\Lambda^{(1)}$  перетворюється до матриці  $\Lambda^{(2)}$ , в якій вилучається наступний недіагональний елемент. Повторюючи зазначену операцію  $n(n-1)/2$  раз, вилучаються всі недіагональні елементи, і формується шукана матриця  $M$ , причо-

му  $M = \Lambda^{(n(n-1)/2)}$ , ортогональна ж матриця  $A$  знаходиться шляхом множення проміжних матриць  $A_i$ :

$$A = A_1 A_2 \dots A_i \dots A_{n(n-1)/2}.$$

Особливості індексації  $\delta$ -символов Кронекера полягає в наступному. Індекси маленькими буквами належать до обчислюваного елементу матриці  $A_{ij}$ , індексація великими літерами належить до вилучуваного недіагонального елементу  $\lambda_{IK}$ . З матриці  $\Lambda$  першим вилучається елемент індексація великими літерами відноситься до вилучуваного недіагонального елементу  $\lambda_{IK}$ , який має максимальне значення. Цього принципу дотримуються відносно наступних матриць  $\Lambda^{(1)}$ ,  $\Lambda^{(2)}$  і т. д., тобто в них першим вилучається максимальний недіагональний елемент.

Розглянемо коваріаційну матрицю векторіальної похибки, для чого вибираємо прямокутну систему координат з осями різниці широт  $\Delta\varphi$  і припущення відшестя  $\Delta w$ , як показано на рис. 5.2, то коваріаційна матриця  $K(\Delta\varphi, \Delta w)$  векторіальної похибки  $\bar{R}$  визначається наступним чином:

$$K(\Delta w, \Delta\varphi) = \begin{vmatrix} \mu_w^{(2)} & \mu_{\varphi w}^{(2)} \\ \mu_{\varphi w}^{(2)} & \mu_\varphi^{(2)} \end{vmatrix}$$

де  $\mu_\varphi^{(2)}$  і  $\mu_w^{(2)}$  – другі центральні моменти (дисперсії) складових  $\Delta\varphi$  і  $\Delta w$  векторіальної похибки  $\bar{R}$ , а  $\mu_{\varphi w}^{(2)}$  – другий центральний змішаний момент цих же складових. У цьому випадку рівняння лінії положення (5.1) набуває вид:

$$r_i + \xi_i = \Delta w \sin \alpha_i + \Delta \varphi \cos \alpha_i. \quad (5.4)$$

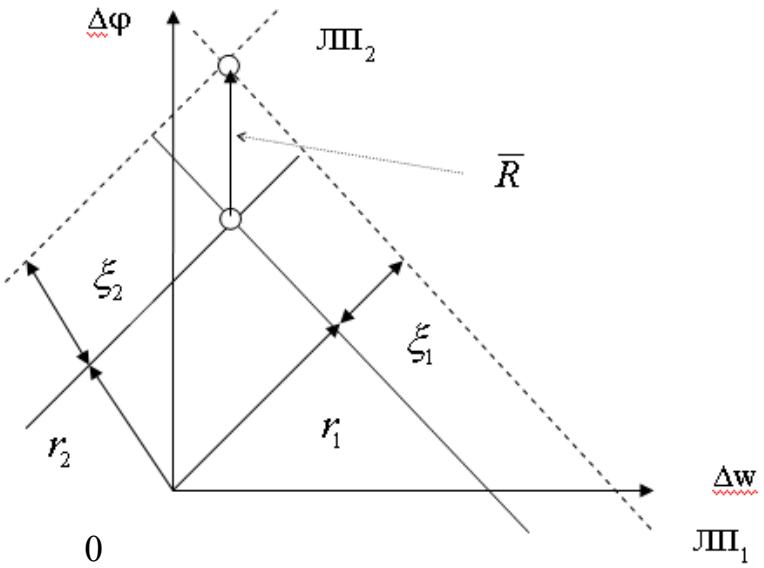


Рис. 5.2. Прямоугутна система координат  $\Delta w \Delta \varphi$

Як показано в роботі [140], елементи коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$  залежать від закону розподілу похибок ліній положення  $\xi_i$  і методу розрахунку обсервованих координат судна за п лініями положення. Коваріаційна матриця  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$  досягає мінімального значення  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}$  при розрахунку обсервованої точки методом максимальної правдоподібності, який враховує закон розподілу похибки  $\xi_i$ . У разі розподілу похибки  $\xi_i$  за законом Гаусу методом максимальної правдоподібності є метод найменших квадратів або метод найменшої квадратичної форми (для залежних похибок  $\xi_i$ ).

У судноводінні для розрахунку обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення застосовується метод найменших квадратів, припускаючи нормальний розподіл похибок вимірювання навігаційних параметрів  $\eta_i$  і, отже, похибок ліній положення  $\xi_i$ . Як відомо з навігації, похибка  $\xi_i$  підпорядковується тому ж закону розподілу, що й похибка  $\eta_i$  з урахуванням значення градієнта відповідного навігаційного параметра [133]. Тому зацікавлює випадок оцінки коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$ , коли розрахунок обсервованих координат при наявності надлишкових ліній положення проводить-

ся методом найменших квадратів, а закон розподілу похибок  $\xi_i$  відрізняється від нормального.

У загальному випадку для пошуку виразу коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$  векторіальної похибки будемо слідувати підходу, викладеному в роботі [152]. Для оцінювання реального місця судна проводиться вимірювання  $n$  навігаційних параметрів, а обсервована точка – це оцінка реального місця судна за  $n$  ЛП. Через обмежену кількість ЛП обсервовані координати є випадковими величинами.

Приложення координат  $\Delta w$  і  $\Delta \varphi$  для оцінки обсервованої точки за допомогою  $n$  ліній положення можна розглядати як невідомі параметри, які містяться в рівняннях кожної лінії положення. Тому завдання оцінки коваріаційної матриці векторіальної похибки за  $n$  лініями положення, що містять випадкові похибки, можна розглядати, як завдань оцінки точності параметрів, отриманих за сукупністю здійснених вимірювань, що містять шукані параметри поряд з випадковими похибками.

У роботі [140] отримано вираз коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$  векторіальної похибки під час визначення місця судна за  $n$  лініями положення, дійсна щільність розподілу похибок яких  $f(\xi)$  не збігається з передбачуваною щільністю розподілу  $\phi(\xi)$ , прийнятою в алгоритмі розрахунку обсервованих координат методом максимальної правдоподібності:

$$K(\Delta w, \Delta \varphi) = \frac{p}{q^2 \Delta} \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i & - \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ - \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \end{vmatrix}, \quad (5.5)$$

$$\text{де } \Delta = \left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right];$$

$\alpha_i$  – напрямок градієнта навігаційного параметру.

Невласні інтеграли  $p$  і  $q$  залежать від обох щільностей  $f(\xi)$ ,  $\phi(\xi)$  і визначаються виразами:

$$p = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \phi(\xi) \right]^2 \right\} d\xi, \quad (5.6)$$

$$q = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi(\xi) \right] \phi(\xi) - \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \phi(\xi) \right]^2}{\phi^2(\xi)} \right\} d\xi. \quad (5.7)$$

Для випадку, коли щільності  $f(\xi)$  і  $\phi(\xi)$  збігаються (передбачуваний закон розподілу є дійсним) коваріаційна матриця векторіальної похибки досягає мінімального значення  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{min}$ , яка, як показано в роботі [140], виражається таким чином:

$$K(\Delta w, \Delta \varphi)_{min} = \frac{1}{s\Delta} \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i & - \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ - \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \end{vmatrix}, \quad (5.8)$$

де невласний інтеграл  $s$ :

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) \right]^2}{f(\xi)} d\xi. \quad (5.9)$$

Розглянемо залежність точності обсервованого місця судна від числа ліній положення  $n$ , співвідношення кутів напрямку градієнтів навігаційних параметрів  $\alpha_i$  і дисперсій похибок ліній положення. Як характеристики точності обсервованого місця судна виберемо скалярну величину – дисперсію  $D_R$  модуля випадкового вектора  $\bar{R}$ , яку можна отримати з виразу (5.8) коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{min}$ .

При цьому враховуємо, що дисперсії  $D_w$  і  $D_\varphi$  складових  $\Delta w$  і  $\Delta \varphi$  випадкового вектора  $\bar{R}$  знаходяться на головній діагоналі матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}$ . Тому  $D_R = D_w + D_\varphi$ , або:

$$D_R = \frac{\sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i}{s \left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right]}.$$

Припустимо, похибки ліній положення  $\xi_i$  мають нормальній розподіл з однаковою дисперсією  $\sigma^2$ . Знайдемо вираз для невласного інтеграла  $s$  (5.9), враховуючи, що щільність розподілу:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \text{ і } \frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \left(-\frac{2\xi}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right),$$

або

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \left(-\frac{\xi}{\sigma^2}\right) f(\xi).$$

Отже, вираз для інтеграла  $s$  набуває наступного вигляду:

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) \right]^2}{f(\xi)} d\xi = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} f(\xi) d\xi = \frac{1}{\sigma^2}. \quad (5.10)$$

Остаточний вираз для дисперсії  $D_R$ :

$$D_R = \frac{\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right)}{\left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right]}.$$

Аналіз отриманого виразу показує, що дисперсія модуля векторіальної похибки  $D_R$  залежить від дисперсії похибки лінії положення  $\sigma^2$ , орієнтації лінії положення  $\alpha_i$  і їх числа  $n$ . За інших однакових умов дисперсія  $D_R$  лінійно залежить від дисперсії похибки лінії положення  $\sigma^2$ .

Для характеристики залежності  $D_R$  від  $\alpha_i$  і  $n$  проводився розрахунок дисперсії  $D_R$  при заданих значеннях величин  $\alpha_i$  і  $n$ , причому значення числа ліній положення  $n$  для обserвації місця судна вибиралися від 2 до 10. Результати розрахунку  $D_R$  наведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1.

Залежність дисперсії  $D_R$  від числа ліній положення

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_R$	50	33,3	25	20,8	16,6	14,6	12,9	11,3	10

Як випливає з табл. 5.1, дисперсія векторіальної похибки зменшується зростом числа ліній положення  $n$ , використаних для обсервації, причому в розглянутих прикладах дисперсія зменшується в 5 разів. При використанні для обсервації чотирьох ліній положення дисперсія векторіальної похибки дорівнює дисперсії похибок ліній положення, а при десяти лініях положення дисперсії  $D_R$  у 2,5 рази менше, ніж  $\sigma^2$ .

## 5.2. Ефективність обсервованих координат

Відношення значень мінімально можливої коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}$ , отриманої за умови, що передбачувана й дійсна щільності розподілу збігаються, до коваріаційної матриці  $K(\Delta w, \Delta \varphi)$ , в якій згадані щільності можуть не збігатися, характеризує ефективність е обсервованих координат судна:

$$e = \frac{K(\Delta w, \Delta \varphi)_{\min}}{K(\Delta w, \Delta \varphi)}.$$

З урахуванням виразів (5.5) і (5.8) отримаємо:

$$e = \frac{1}{s\Delta} \left\| \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i & -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \end{pmatrix} \right\| / \frac{p}{q^2 \Delta} \left\| \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i & -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \end{pmatrix} \right\|,$$

або  $e = \frac{1}{s\Delta} / \frac{p}{q^2 \Delta}$ , тобто остаточно отримаємо:

$$e = \frac{q^2}{ps}. \quad (5.11)$$

Надалі розглянемо оцінку ефективності обсервованих координат судна, розрахованих способом найменших квадратів, тобто передбачуваної є щільність нормального закону розподілу, а дійсна щільність може відрізнятися від передбачуваної.

Під час визначення місця судна вимірювання навігаційних параметрів проводиться в конкретних умовах, які впливають на точність спостережень, і часто дисперсія похибок вимірювань навігаційних параметрів у процесі обсервації відрізняється від апріорної дисперсії, отриманої раніше в результаті

обробки статистичних матеріалів. У такій ситуації дійсна й передбачувана щільності розподілу ймовірностей похибок ліній положення є нормальними, але мають різні дисперсії. Позначимо дисперсію передбачуваного апріорного розподілу  $\sigma_m^2$ , а дисперсію дійсного розподілу  $\sigma_r^2$ .

Як показано в Додатку В, невласні інтеграли (5.6), (5.7) і (5.9) для розглянутого випадку мають таке значення:

$$q = -\frac{1}{\sigma_m^2}, \quad p = \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4}, \quad s = \frac{1}{\sigma_r^2},$$

а ефективність (5.11) оцінюється наступним виразом:

$$e = \frac{q^2}{ps} = \frac{1}{\sigma_m^4} / \left( \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4} \frac{1}{\sigma_r^2} \right) = 1.$$

Таким чином, якщо дійсна й передбачувана щільності розподілу ймовірностей похибок ліній положення є нормальними, то незалежно від співвідношення їх дисперсій ефективність обсервованих координат судна дорівнює 1.

Розглянемо ефективність обсервованих координат судна, якщо дійсна щільність розподілу ймовірностей похибок ліній положення є щільністю змішаного розподілу першого типу.

У цьому випадку передбачувана щільність розподілу похибок  $\phi(\xi)$  є нормальною, а дійсна щільність відноситься до змішаного розподілу першого типу, яка має наступний аналітичний вигляд [140]:

$$f_1(\xi) = \frac{2^m \lambda^{\frac{m+1}{2}} m!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdots (2m-1)} \frac{1}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}}, \quad (m \leq 6)$$

Для зручності запишемо:

$$f(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}}, \quad (m \leq 6)$$

де  $A_m = \frac{2^m \lambda^{m+\frac{1}{2}} m!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdots (2m-1)} = \frac{2^{2m} (m!)^2}{\sqrt{2\pi} (2m)!} \lambda^{m+1/2}$  – нормуючий множник;

$\lambda$  – істотний параметр, який набуває ціличисельні значення;

$\lambda$  – масштабний параметр.

Передбачувана щільність нормальногорозподілу:

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

У Додатку В отримані вирази для невласних інтегралів  $q$ ,  $p$ , і  $s$ , які мають такий вигляд:

$$q = -\frac{1}{\sigma^2}, \quad p = \frac{1}{\sigma^4} \frac{2\lambda}{2m-1},$$

$$s = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}.$$

У цьому випадку ефективність:

$$e = 1 - \frac{3}{2m^2 + 3m + 1}.$$

Таким чином, ефективність оцінювання обсервованих координат, розрахованих методом найменших квадратів в разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за першим змішаним законом менше одиниці, а її значення залежно від істотного параметра наведені в табл. 5.2.

Таблиця 5.2.

Ефективність змішаного розподілу першого типу

m	1	2	3	4	5	6
e	0,5	0,8	0,893	0,934	0,955	0,968

З наведеної таблиці випливає, що зростом  $m$  змішаний розподіл прагне до нормальнога а ефективність – до одиниці.

Розглянемо випадок, коли похибки ліній положення розподілені за другим змішаним законом, щільність якого має наступний аналітичний вигляд [140]:

$$f_2(\xi) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2m+1)\lambda^{m+1}}{\sqrt{2}2^{m+1}m!} \frac{1}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} \quad (m \leq 5)$$

або

$$f(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}}, \quad (m \leq 5)$$

$$\text{де } A_m = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2m+1)\lambda^{m+1}}{\sqrt{2}2^{m+1}m!} = \frac{(2m+1)!\lambda^{m+1}}{\sqrt{2}2^{2m+1}(m!)^2}.$$

Передбачуваний розподіл є нормальним з щільністю  $\phi(\xi)$ :

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

У Додатку В отримані вирази невласних інтегралів  $q$ ,  $p$ ,  $i_s$  для розглянутого випадку:

$$q = -\frac{1}{\sigma^2}, \quad p = \frac{\lambda}{m\sigma^4},$$

$$s = \frac{(2m+3)}{\lambda} \frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Вираз для ефективності має наступний вигляд:

$$e = 1 - \frac{3}{2m^2 + 5m + 3}.$$

У таблиці 5.3 наведені значення ефективності для різних значень для змішаного розподілу другого типу.

Таблиця 5.3.

Значення ефективності  $e$  другого змішаного розподілу

$m$	1	2	3	4	5
$e$	0,7	0,857	0,917	0,945	0,962

Розглянуті випадки показують, що застосування методу найменших квадратів і найменшої квадратичної форми в разі, якщо дійсні розподіли не збігаються з нормальними, збільшує коваріаційну матрицю похибок вимірювання в  $e^{-1}$  разів порівняно з мінімально можливою. У обох випадках ефективність зростає з ростом  $m$ , оскільки зі зростанням  $m$  щільність  $f(\xi)$  асимптотично наближається до щільності нормального закону розподілу.

Розглянемо ефективність  $e$  обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона. Оскільки узагальнений розподіл Пуассона визначається істотним параметром  $c$  і масштабним параметром  $\sigma$ , то знайдемо залежність ефективності  $e$  від істотного параметра  $c$ , для чого скористаємося нормованими щільностями нормального  $\phi(x)$  і узагальненого пуассоновського  $f(x)$  [140] розподілів:

$$f(x) = \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right), \quad \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right).$$

Похідні, необхідні для визначення невласних інтегралів  $p$  і  $q$ , мають вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right\} = -x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right),$$

тому

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right\} = (-1 + x^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right).$$

Отже:

$$\left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 = \left[ -x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right]^2 / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right]^2 = x^2,$$

$$\frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} = \left[ (-1 + x^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right] / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right] = x^2 - 1.$$

Тому інтеграл  $q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x) - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx$  з урахуванням

отриманих виразів набуває вигляд:

$$q = \int_{R1} f(x) (x^2 - 1) dx - \int_{R1} f(x) x^2 dx = -1.$$

Отже,

$$q = -1.$$

невласний інтеграл  $p$  з урахуванням виразу  $p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 \right\} dx$  має такий вигляд:

$$p = \int_{R1} f(x) x^2 dx = \mu_2.$$

Однак, для нормованого узагальненого розподілу Пуассона  $\mu_2 = c$ , тому  $p = c$ .

Для пошуку інтеграла  $s$  знаходимо  $\frac{\partial}{\partial x} f(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\} &= \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{cx}{k}\right) \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) = \\ &= cx \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right). \\ \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]^2}{f(x)} &= \frac{c^2 x^2 \left\{ \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\}^2}{\frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right)} = \\ &= \frac{c^2 x^2 \frac{\sqrt{c} \exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right)}. \end{aligned}$$

Тому

$$s = c^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \int_{R1} x^2 \frac{\left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right)} dx,$$

якщо позначити інтеграл в останньому виразі:

$$\mathfrak{I}(c) = \int_{R1} x^2 \frac{\left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right) \right\}^2}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{cx^2}{2k}\right)} dx,$$

то  $s = c^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \mathfrak{I}(c)$ . Отже,

$$e = \frac{1}{cc^{\frac{5}{2}} \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}} \Im(c)} = \frac{\sqrt{2\pi} \exp(c)}{c^{\frac{7}{2}} \Im(c)}.$$

Для значень істотного параметра  $c$  від 3 до 20 були розраховані значення ефективності  $e$ , а результати розрахунку представлені в табл. 5.4.

Таблиця 5.4.

Залежність ефективності  $e$  від істотного параметра  $c$ 

$c$	2,3	3	5	10	15	20
$e$	1,0	0,7	0,4	0,2	0,133	0,1

З табл. 5.4 випливає, що з ростом істотного параметра  $c$  ефективність зменшується. Тому для розрахунку обсервованих координат судна при надлишкових лініях положення, похибки яких розподілені за законом, який відрізняється від нормальногого, слід замість методу найменших квадратів застосовувати метод максимальної правдоподібності.

### 5.3. Застосування методу максимальної правдоподібності для оцінки ефективних координат судна

Якщо слідувати [152], розглядаючи незалежні ЛП як вимірювання, за якими слід оцінити невідомі координати істинного місця судна, а оцінками є обсервовані координати, то для реалізації методу максимальної правдоподібності необхідно спочатку скласти функцію правдоподібності, яка для даного випадку буде мати вигляд:

$$L(X, Y, \alpha_i, r_i) = \prod_{i=1}^n f_i(\xi_i),$$

або

$$L(X, Y, \alpha_i, r_i) = \prod_{i=1}^n f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i).$$

Причому несуттєвою є однотипність або різnotипність розподілу похібок ЛП, важлива лише їх незалежність.

Для пошуку ефективних оцінок використовують не саму функцію правдоподібності  $L(X, Y, \alpha_i, r_i)$ , а її логарифм, тобто:

$$\ln[L(X, Y, \alpha_i, r_i)] = \ln\left[\prod_{i=1}^n f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)\right],$$

або

$$\ln[L(X, Y, \alpha_i, r_i)] = \sum_{i=1}^n \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)].$$

Тепер необхідно знайти такі значення  $X = \Delta X_c$  і  $Y = \Delta Y_c$ , при яких  $\ln L(X, Y, \alpha_i, r_i)$  досягає максимуму. Припустимо, що перша похідна функції правдоподібності існує і є неперервною. Тому для пошуку  $\Delta X_c$  і  $\Delta Y_c$  необхідно розв'язати систему рівнянь правдоподібності, яка має такий вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial X} \ln[L(X, Y, \alpha_i, r_i)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = 0, \\ \frac{\partial}{\partial Y} \ln[L(X, Y, \alpha_i, r_i)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = 0. \end{cases} \quad (5.12)$$

Розв'язком даної системи рівнянь  $X = \Delta X_c$  і  $Y = \Delta Y_c$  є ефективні значення шуканих прирощень координат до обчислюваних координат.

Для зручності пошуку значень  $\Delta X_c$  і  $\Delta Y_c$  враховуємо, що:

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

Тому за правилами диференціювання складної функції [216] можна записати наступний вираз, що входить у рівняння правдоподібності:

$$\frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] \frac{\partial}{\partial X} \xi_i.$$

Оскільки  $\frac{\partial}{\partial X} \xi_i = \sin \alpha_i$ , то справедливою є наступна рівність:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial X} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)]. \quad (5.13)$$

Аналогічно:

$$\frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)] \frac{\partial}{\partial Y} \xi_i,$$

однак  $\frac{\partial}{\partial Y} \xi_i = \cos \alpha_i$ , тому:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Y} \ln[f_i(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)] = \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln[f_i(\xi_i)]. \quad (5.14)$$

Система рівнянь правдоподібності (5.10) з урахуванням (5.13) і (5.14) набирає вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln [f_i(\xi_i)] = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln [f_i(\xi_i)] = 0, \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

Враховуємо, що в загальному випадку справедливе співвідношення:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln [f_i(\xi_i)] = \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)},$$

тому, з урахуванням наведеної рівності, система рівнянь правдоподібності (5.15) набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \end{cases} \quad (5.16)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

У разі нормального розподілу похибок ЛП  $\xi_i$  вираження для пошуку ефективних оцінок прирошення координат знаходимо, з огляду на аналітичний вигляд щільності:

$$f_i(\xi_i) = f(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}\right).$$

Для складання рівнянь правдоподібності слід знайти вираз:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)}.$$

Знаходимо  $\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\partial}{\partial \xi_i} [\exp(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2})] = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}).$

Очевидно,  $\frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}) / \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2\sigma_i^2}) = -\frac{\xi_i}{\sigma_i^2}.$

Тому (5.16) набуває вигляд:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \end{cases}$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

З урахуванням останньої рівності:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} (X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i) = 0, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} X \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} + Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i = 0, \\ X \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2} + Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i = 0. \end{cases}$$

Введемо позначення:  $A = \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2}$ ,  $B = \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_i}{\sigma_i^2}$ ,  $C = \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i$ ,

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2}, E = \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} r_i.$$

З урахуванням прийнятих позначень отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} AX + BY = C, \\ BX + DY = E, \end{cases}$$

розв'язуючи яку отримаємо значення  $X$  і  $Y$ , що є ефективними оцінками при-  
рощень координат, тобто  $\Delta X_c = X$ ,  $\Delta Y_c = Y$ , причому:

$$\Delta X_c = \frac{CD - BE}{AD - B^2}, \quad \Delta Y_c = \frac{AE - BC}{AD - B^2}. \quad (5.17)$$

Для змішаних розподілів першого й другого типу щільність розподілу в загальному вигляді можна записати в такий спосіб:

$$f_s(\xi_i) = \frac{A_s}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)^{n+b}}.$$

Знайдемо вирази для:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_s(\xi_i)}{f_s(\xi_i)}.$$

Очевидно,

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_s(\xi_i) = A_s \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[ \frac{1}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)^{n+b}} \right] = -A_s(n+b)\xi_i \frac{1}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)^{n+b+1}}.$$

Тому

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\partial}{\partial \xi_i} f_s(\xi_i)}{f_s(\xi_i)} &= -A_s(n+b)\xi_i \left[ \frac{1}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)^{n+b+1}} \right] / A_s \left[ \frac{1}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)^{n+b}} \right] = \\ &= -(n+b) \frac{\xi_i}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)}. \end{aligned}$$

Система рівнянь правдоподібності для розглянутого випадку набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i (n+b) \frac{\xi_i}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i (n+b) \frac{\xi_i}{(\xi_i^2/2 + \lambda_i)} = 0, \end{cases} \quad (5.18)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

Розглянемо розв'язання отриманої нелінійної системи рівнянь методом простої ітерації. Для цього в чисельники перших двох рівнянь (5.18) підставляємо вираз для  $\xi_i$ , скорочуючи їх на  $(n+b)$ :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{(X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i)}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} = 0. \end{cases}$$

Перше рівняння можна записати в наступному вигляді:

$$X \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} + \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (Y \cos \alpha_i - r_i) = 0,$$

звідки

$$X = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (r_i - Y \cos \alpha_i) \right]}{\sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)}}.$$

Отримали рівняння, в лівій частині якого знаходиться змінна X.

Аналогічно, з другого рівняння системи (5.18) знаходимо вираз для другої невідомої змінної Y:

$$Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} + \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (X \sin \alpha_i - r_i) = 0,$$

або

$$Y = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (r_i - X \sin \alpha_i) \right]}{\sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)}}.$$

Отримані рівняння складають систему нелінійних рівнянь, яка розв'язується методом простих ітерацій [217], причому як початкове набли-

ження приймаються  $X = X_o$  і  $Y = Y_o$ .

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (r_i - Y \cos \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)}},$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)} (r_i - X \sin \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{(\xi_i^2 / 2 + \lambda_i)}}. \quad (5.19)$$

Розглянемо застосування методу максимальної правдоподібності для розрахунку обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за узагальненим законом Пуассона. Для реалізації методу максимальної правдоподібності необхідно скласти функцію правдоподібності, використовуючи вираз для щільності:

$$f(\xi) = \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})],$$

$$\text{де } B = \frac{\exp(-c)}{\sqrt{2\pi}}, \quad a_k = \frac{c^k}{k!} k^{-\frac{1}{2}}.$$

Для узагальненого пуассонівського розподілу вираз для  $\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)/f(\xi)$  має

такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2})] \right\} = -\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{\xi}{k\sigma^2} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = \\ &= -\frac{B}{\sigma} \frac{\xi}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\} = -\frac{\xi}{\sigma^2} \frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Отже:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)}{f(\xi)} = \frac{-\frac{\xi B}{\sigma^3} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \left[ \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right] \right\}}{\frac{B}{\sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]} = -\frac{\xi}{\sigma^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right) \right]}.$$

Система рівнянь правдоподібності для розглянутого випадку набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]} = 0, \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]} = 0, \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - r_i.$$

Розглянемо розв'язання отриманої нелінійної системи рівнянь методом простої ітерації. Перше рівняння можна записати в наступному вигляді:

$$X \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]} + \sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \frac{1}{k} \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]}{\sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \exp\left(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2}\right) \right]} (Y \cos \alpha_i - r_i) = 0,$$

звідки

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})] (\mathbf{r}_i - Y \cos \alpha_i)}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}{\sum_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i^2}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}.$$

Отримали рівняння, в лівій частині якого знаходиться шукана змінна X.

Аналогічно, з другого рівняння системи (5.20) знаходимо вираз для другої невідомої змінної Y:

$$Y \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} + \sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} (X \sin \alpha_i - \mathbf{r}_i) = 0,$$

з якого випливає шуканий вираз для змінної Y :

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})] (\mathbf{r}_i - X \sin \alpha_i)}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}{\sum_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i^2}{\sigma_i^2} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}{\sum_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]}}.$$

Отримані рівняння складають систему нелінійних рівнянь, яка

розв'язується методом простих ітерацій, причому як початкове наближення приймаються  $X = X_0$  і  $Y = Y_0$ :

Початкові значення змінних  $X$  і  $Y$  підставляються в третє рівняння, потім ті ж змінні й значення  $\xi_i$  підставляються в праві частини першого та другого рівнянь системи (5.19), в результаті чого розраховують чергові наближення шуканих змінних, які є вихідними для чергової ітерації. Розрахунок обсервованих координат за надлишковими лініями положення, похибки яких підкоряються узагальненому закону Пуассону, за допомогою (5.19) забезпечує мінімальну коваріаційну матрицю векторіальної похибки.

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{\sum\limits_{i=1}^n \frac{\sin \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum\limits_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})] (\mathbf{r}_i - Y \cos \alpha_i)}{\sum\limits_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} ; \\ \\ Y = \frac{\sum\limits_{i=1}^n \frac{\cos \alpha_i}{\sigma_i^2} \frac{\sum\limits_{k=1}^{\infty} [a_k \frac{1}{k} \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})] (\mathbf{r}_i - X \sin \alpha_i)}{\sum\limits_{k=1}^{\infty} [a_k \exp(-\frac{\xi_i^2}{2k\sigma_i^2})]} ; \\ \\ \xi_i = X \sin \alpha_i + Y \cos \alpha_i - \mathbf{r}_i. \end{array} \right. \quad (5.21)$$

#### 5.4. Висновки з п'ятого розділу

П'ятий розділ присвячено питанням точності визначення місця судна при надлишкових лініях положення. Отримано аналітичний вираз для щільності розподілу векторіальної похибки визначення місця судна, показано, що воно залежить від числа ліній положення, закону розподілу їхньої похибки й кутів між напрямками їхніх градієнтів.

Для різних законів розподілу похибок ліній положення при їх надмірній кількості отримано аналітичні вирази розрахунку ефективності обсервованих координат судна в разі їх обчислення методом найменших квадратів.

Отримано аналітичні вирази для розрахунку ефективних координат судна методом максимальної правдоподібності, що забезпечує їх мінімальну коваріаційну матрицю.

## РОЗДІЛ 6.

### РОЗРОБКА УНІВЕРСАЛЬНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ЕФЕКТИВНИХ КООРДИНАТ СУДНА ПРИ НАДЛИШКОВИХ ВИМІРЮВАННЯХ

#### 6.1. Ортогональне розкладання щільності розподілу похибок вимірювань в ряд Грама-Шарльє типу А

Згідно з роботою [140] одновимірна щільність розподілу похибок навігаційних вимірювань у багатьох випадках не виражається в елементарних функціях, що ускладнює аналітичний опис двовимірної щільності розподілу похибок і обчислення за нею кількісних оцінок.

Часто статистичні матеріали похибок навігаційних вимірювань погано узгоджуються з відомими законами розподілу, однак дають можливість розрахувати центральні моменти розподілу, що дозволяє використовувати ортогональне розкладання для опису щільності розподілу випадкових величин.

Оцінювання надійності судноводіння можлива завдяки відомуму закону розподілу траекторної похибки, причому аналітичний вид її щільності однозначно визначається виразом законів розподілу похибок навігаційних вимірювань.

Розподіл похибок навігаційних вимірювань близький до нормального закону, тому можна скористатися результатами роботи [215], в якій показано, що щільність розподілу  $f(x)$  центрованої і нормованої випадкової величини  $x$  можна подати у вигляді розкладання в ряд Грама-Шарльє типу А:

$$f(x) = c_0 \varphi(x) + c_1 \varphi^{(1)}(x) + c_2 \varphi^{(2)}(x)/2! \dots + c_i \varphi^{(i)}(x)/i! \dots,$$

де  $\varphi(x) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-x^2/2)$  – нормальна щільність нормованої випадкової величини;

$\varphi^{(i)}(x)$  – похідні вищих порядків щільності  $\varphi(x)$ .

Як показано в роботі [215], похідні вищих порядків  $\varphi^{(i)}(x)$  виражаються через ортогональні поліноми Ерміта:

$$H_i(x) = (-1)^i \left\{ \frac{d^i}{dx^i} [\exp(-x^2/2)] \right\} \exp(-x^2/2),$$

причому коефіцієнти  $c_i$  обчислюються за формулами:

$$c_i = (2\pi)^{-1/2} (-1)^i \int_{-\infty}^{\infty} H_i(x) \exp(-x^2/2) dx.$$

У разі, коли випадкова величина є ненормованою, розкладання має такий вигляд:

$$f(x) = c_0 \varphi(x) + c_1 \varphi^{(1)}(x) + c_2 \varphi^{(2)}(x)/2! \dots + c_i \varphi^{(i)}(x)/i!, \quad (6.1)$$

де  $\varphi(x) = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} \exp(-x^2/2\sigma^2)$  і  $\varphi^{(i)}(x) = (-1)^i H_i(x/\sigma^2) \varphi(x)$ , причому  $\sigma$  – дисперсія вихідної щільності  $f(x)$ .

Якщо для нормованої нормальній щільності ортогональність поліномів Ерміта доведена в роботі [215], тобто їм притаманна властивість, що виражається в такий спосіб:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) \exp(-x^2/2) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ n! & \text{при } m = n \end{cases}, \quad (6.2)$$

то для ненормованої нормальній щільності властивість ортогональності поліномів Ерміта необхідно довести. У Додатку Д1 наведено доказ, що поліноми Ерміта ненормованої випадкової величини є ортогональними.

Для пошуку виразу коефіцієнтів  $c_v$  множимо ліву й праву частини виразу (6.1) на  $H_v(x/\sigma^2)$ , почленно інтегруючи й використовуючи властивість ортогональності поліномів Ерміту:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_v(x/\sigma^2) dx = \frac{c_0}{(2\pi)^{1/2} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} H_0(x/\sigma^2) H_v(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx + \\ + \dots + \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2} \sigma(v!)} \int_{-\infty}^{\infty} H_v(x/\sigma^2) H_v(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx + \dots + .$$

Звертаємо увагу на те, що всі члени ряду (6.1), крім члена з коефіцієнтом  $c_v$ , містять добуток поліномів Ерміту з різними індексами, що через властивості ортогональності поліномів звертає їх добутки в нуль.

Отже:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_v(x/\sigma^2) dx = \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2} \sigma(v!)} \int_{-\infty}^{\infty} H_v(x/\sigma^2) H_v(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx. \quad (6.3)$$

Використовуючи властивість ортогональності для добутку поліномів Ерміта з одинаковими індексами, отримаємо:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_v(x/\sigma^2) dx = \frac{c_v}{(2\pi)^{1/2} \sigma(v!)} \sigma^{-2v} v! (2\pi 2^{1/2} \sigma) = c_v \sigma^{-2v},$$

звідки:

$$c_v = \sigma^{2v} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_v(x/\sigma^2) dx.$$

Невласний інтеграл в правій частині рівності є багаточленом від моментів щільності розподілу  $f(x)$ . У підінтегральному виразі слід враховувати

тільки парні поліноми Ерміту, оскільки непарні містять змінну  $x$  тільки в непарних степенях, що визначає їх нульові значення. Коефіцієнти з парними індексами  $c_{2s}$  ( $s=1,2,\dots$ ) мають такий вигляд:

$$c_{2s} = \sigma^{4v} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i \sigma^{-2(2s-i)} a_{iv} x^{2(v-i)} f(x) dx =$$

$$\sum_{i=0}^v (-1)^i \sigma^{-2i} a_{iv} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)} f(x) dx = \sum_{i=0}^v (-1)^i \sigma^{-2i} a_{iv} \mu_{2(v-i)},$$

де  $a_{iv}$  – мають коефіцієнти при змінній  $x$  в поліноми Ерміту.

Коефіцієнти  $c_{2s}$  виражаються в такий спосіб:

$$c_4 = \mu_4 / \sigma^4 - 3; \quad (\text{експрес})$$

$$c_6 = \mu_6 / \sigma^6 - 15\mu_4 / \sigma^4 + 30;$$

$$c_8 = \mu_8 / \sigma^8 - 28\mu_6 / \sigma^6 + 210\mu_4 / \sigma^4 - 315;$$

$$c_{10} = \mu_{10} / \sigma^{10} - 45\mu_8 / \sigma^8 + 630\mu_6 / \sigma^6 - 3150\mu_4 / \sigma^4 + 3780;$$

$$c_{12} = \mu_{12} / \sigma^{12} - 66\mu_{10} / \sigma^{10} + 1485\mu_8 / \sigma^8 - 13860\mu_6 / \sigma^6 + 51975.$$

Вираз (6.1) для ортогонального розкладання щільності  $f(x)$  з урахуванням отриманих результатів набуває вигляду:

$$f(x) = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} \exp(-x^2/2\sigma^2) \left[ 1 + \sum_{s=2}^{\infty} \frac{c_{2s}}{(2s)!} H_{2s}(x/\sigma^2) \right],$$

У котрому  $\sigma^2$  і  $\mu_{2s}$  обчислюються за вихідною щільністю  $f(x)$ , а вирази для парних поліномів Ерміту наведені нижче:

$$H_4(y) = y^4 - 6y^2 + 3;$$

$$\begin{aligned} H_6(y) &= y^6 - 15y^4 + 45y^2 - 15; \\ H_8(y) &= y^8 - 28y^6 + 210y^4 - 420y^2 + 105; \\ H_{10}(y) &= y^{10} - 45y^8 + 630y^6 - 3150y^4 + 4725y^2 - 945; \\ H_{12}(y) &= y^{12} - 66y^{10} + 1485y^8 - 13860y^6 + 51975y^4 - 62370y^2 + 10395. \end{aligned}$$

У даних виразах  $y = x/\sigma^2$ .

Таким чином, ортогональне розкладання щільності ймовірностей похибки навігаційних вимірювань в ряд Грама-Шарльє типу А можна використовувати як щільність їх розподілу.

## 6.2. Аналіз збіжності щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з її ортогональним розкладанням

Проаналізуємо збіжності щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з її ортогональним розкладанням залежно від числа його доданків. З цією метою для кількох відомих законів розподілу виконаємо ортогональне розкладання їхньої щільності й порівняємо значення вихідної щільності розподілу з її ортогональним розкладанням.

Оскільки крива щільності закону розподілу є симетричною відносно математичного сподівання, то для аналізу розглянемо тільки додатні значення похибки  $\xi$  в межах від 0 до  $6\sigma$ , – практично весь інтервал можливих значень похибки. Розіб'ємо вказаний інтервал на 24 відрізка однакової довжини (по  $0,25\sigma$ ). Для кожного  $i$ -го відрізка обчислюємо значення вихідної щільності  $f(\xi_i)$  і щільності  $f(\xi_i)$ , що є ортогональним розкладанням вихідної щільності, причому значення  $\xi_i$  відповідає середині  $i$ -го відрізка. Як критерій збігу, що характеризує відповідність ортогонального розкладання  $f(\xi_i)$  вихідної щільності  $f(\xi_i)$ , обрана наступна сума:

$$\Theta = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} \left\{ \frac{[f(\xi_i) - f(\bar{\xi}_i)]^2}{f(\bar{\xi}_i)} \right\}^{1/2},$$

що виражає відносне ухилення щільності  $f(\xi_i)$  від її розкладання. Як вихідні щільності вибираємо щільності змішаного розподілу першого й другого типу, а також щільність узагальненого розподілу Пуассона.

Наведемо вираз для ортогонального розкладання за допомогою поліномів Ерміта з урахуванням перших п'яти членів розкладання:

$$f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) \left[ 1 + \sum_{j=2}^6 \Phi_j \right],$$

$$\text{де } \Phi_j = \frac{c_{2j}}{2j!} H_{2j}(y).$$

Докладні вирази для  $\Phi_j$  мають такий вигляд:

$$\Phi_2 = (\mu_4 - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/4!;$$

$$\Phi_3 = (\mu_6 - 15\mu_4 + 30)(y^6 - 15y^4 + 45y^2 - 15)/6!;$$

$$\Phi_4 = (\mu_8 - 28\mu_6 + 210\mu_4 - 315)(y^8 - 15y^6 + 45y^4 - 15)/8!;$$

$$\Phi_5 = (\mu_{10} - 45\mu_8 + 630\mu_6 - 3150\mu_4 + 3780) \times$$

$$(y^{10} - 45y^8 + 630y^6 - 3150y^4 + 4725y^2 - 945)/10!;$$

$$\Phi_6 = (\mu_{12} - 66\mu_{10} + 1485\mu_8 - 13860\mu_6 + 51975\mu_4 - 51975) \times$$

$$(y^{12} - 66y^{10} + 1485y^8 - 13860y^6 + 51975y^4 - 62370y^2 + 10395)/12!.$$

Маючи вираз для ортогонального розкладання, можна його використовувати замість вихідної щільності, тільки потрібно в формули для  $\Phi_j$  підставити центральні моменти  $\mu_m$  вихідної щільності, попередньо перетворивши її до нормованої.

Розглянемо як вихідну щільність розподілу центрованої похибки  $\xi$  змішаного закону першого типу, яка має наступний аналітичний вид [140]:

$$f_1(\xi) = \frac{A_n}{(\xi^2/2 + \lambda)^{n+1}},$$

де  $A_n$  – нормуючий множник;

$\lambda$  – масштабний параметр;

$n$  – істотний параметр.

Перетворимо отриману щільність до нормованого вигляду, для чого дослатнью використати формулу [215]:

$$g(\eta) = \mu_2^{1/2} f(\mu_2^{1/2} \eta),$$

де  $\eta = \xi / \mu_2^{1/2}$  – нормована похибка з одиничною дисперсією;

$\mu_2$  – дисперсія випадкової величини  $\xi$ ;

$g(\eta)$  – нормована щільність розподілу.

Для даної щільності  $f_1(\xi)$  дисперсія дорівнює  $\mu_2 = \frac{2\lambda}{2n-1}$  і відповідна нормована щільність  $g_1(\eta)$  має наступний вигляд:

$$g_1(\eta) = \frac{B_1}{(\eta^2/(2n-1)+1)^{n+1}}.$$

Тут  $B_1 = \frac{2^{2n} [(n!)^2]}{(2n-1)^{1/2} \pi (2n)!}$  – нормуючий множник.

Центральні парні моменти  $\mu_{2m}$  нормованої випадкової величини  $\eta$  визначаються виразом:

$$\mu_{2m}^{(1)} = \frac{(2n-1)^m n! [2(n-m)]! (2m)!}{(2n)!(n-m)! m!}.$$

Для розрахунку значень нормованої щільності  $g_1(\eta)$  необхідно обчислити значення множника  $B_1$ . У даному дослідженні розглянемо нормовану щільність з істотним параметром  $n$ , що набуває значення 2, 4, 6, 8, 10. Тому в табл. 6.1 наведені чисельні значення нормуючого множника  $B_1$  для зазначених значень істотного параметра  $n$ .

Таблиця 6.1.

Значення нормуючого множника  $B_1$ 

$n$	2	4	6	8	10
$B_1$	0,49031	0,440213	0,4256591	0,4187223	0,4146626

У табл. 6.2 наведені результати розрахунку центральних парних моментів змішаного закону розподілу першого типу від  $\mu_4$  до  $\mu_{12}$  для істотних параметрів  $n= 2, 4, 6, 8, 10$ .

Таблиця 6.2.

Значення центральних парних моментів

$n \ m$	2	4	6	8	10
4	9	4.2	3.667	3.462	3.353
6	-	49	28.81	23.60	21.23
8	-	2401	443.67	275.35	217.25
10	-	-	I464I.0	5310.3	3377.3
12	-	-	I77I56I.0	175240.4	78428.5

Очевидно, що залежно від  $n$  ортогональне розкладання  $f_1(\xi)$  містить різну кількість складових  $\Phi_j$ , оскільки порядок парного центрального моменту

в даному типі щільності не може перевищувати істотного параметра  $n$ , тобто  $m < n$ . З урахуванням отриманих значень моментів  $\mu_{2m}$  наведемо вирази для ортогонального розкладання  $f_1(y)$  залежно від значення істотного параметра  $n$  ( $n = 2, 4, 6, 8, 10$ ):

$$\begin{aligned} f_1^{(2)}(y) &= (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(2)}]; \\ f_1^{(4)}(y) &= (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(4)} + \Phi_2^{(4)} + \Phi_3^{(4)}]; \\ f_1^{(6)}(y) &= (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(6)} + \Phi_2^{(6)} + \Phi_3^{(6)} + \Phi_4^{(6)} + \Phi_5^{(6)}]; \\ f_1^{(8)}(y) &= (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(8)} + \Phi_2^{(8)} + \Phi_3^{(8)} + \Phi_4^{(8)} + \Phi_5^{(8)}]; \\ f_1^{(10)}(y) &= (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(10)} + \Phi_2^{(10)} + \Phi_3^{(10)} + \Phi_4^{(10)} + \Phi_5^{(10)}]. \end{aligned}$$

З метою вивчення властивостей ортогонального розкладання для кожної щільності, крім  $n = 2$ , розраховували критерій ефективності при різній кількості складових  $\Phi_j$ , тобто спочатку в ортогональному розкладанні  $f_1^{(n)}(y)$  враховували тільки перший доданок  $\Phi_1^{(n)}$  і розраховували ефективність  $\mathcal{E}_1^{(n)}$ . Потім обчислювали значення  $\mathcal{E}_2^{(n)}$  зберігаючи в розкладанні  $f_1^{(n)}(y)$  два доданки  $\Phi_1^{(n)}$  і  $\Phi_2^{(n)}$ . Аналогічно знаходили ефективність для розкладання з трьома, чотирма й п'ятьма складовими. Результати розрахунку ефективності  $\mathcal{E}_i^{(n)}$  застосування розкладання  $f_1^{(n)}(y)$  замість вихідної щільності  $g_1(y)$  при різній кількості доданків  $\Phi_i^{(n)}$  наведені в табл. 6.3.

Як випливає з наведеної таблиці, найкраща ефективність ортогонального розкладання досягається в разі, коли вона містить тільки один доданок  $\Phi_1^{(n)}$ , причому  $\mathcal{E}_i^{(n)}$  поліпшується зі зростанням  $n$ , тобто оптимальне ортогональне розкладання виражається у формі:

$$f_1^{(n)}(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + \Phi_1^{(n)}],$$

де  $\Phi_1^{(n)}(y) = (\mu_4^{(n)} - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/24$ .

Як показали проведені дослідження, приєднання додаткових членів розкладання погіршує його точність.

Таблиця 6.3

Результати розрахунку ефективності  $\Theta_i^{(n)}$

n	$\Theta_1^{(n)}$	$\Theta_2^{(n)}$	$\Theta_3^{(n)}$	$\Theta_4^{(n)}$	$\Theta_5^{(n)}$
2	0,175	-	-	-	-
4	0,0216	0,085	1,11	-	-
6	0,0094	0,0193	0,0547	0,334	7,09
8	0,0055	0,0085	0,0141	0,0406	0,188
10	0,0037	0,0048	0,0057	0,0115	0,0313

Наступним розглянемо змішаний закон розподілу центрованої похибки  $\xi$  другого типу, щільність якого має наступний аналітичний вигляд [140]:

$$f_2(\xi) = \frac{D_n}{(\xi^2/2 + \lambda)^{n+3/2}},$$

де  $D_n$  – нормуючий множник розподілу;

$\lambda$  – масштабний параметр розподілу;

$n$  – істотний параметр розподілу, який набуває тільки ціличисельні значення.

Перетворимо зазначену щільність до нормованого виду аналогічно попередньому випадку, з огляду на те, що дисперсія розподілу дорівнює  $\mu_2 = \lambda/n$ .

Нормована щільність  $g_2(\eta)$  має такий вигляд:

$$g_2(\eta) = \frac{B_2}{(\eta^2/2n+1)^{n+3/2}}.$$

У цьому виразі  $B_2 = \frac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2} 2^{2n+1} (n!)^2}$  – нормуючий множник. Центральні парні моменти  $\mu_{2m}$  нормованої випадкової величини  $\eta$  визначаються виразом:

$$\mu_{2m}^{(2)} = \frac{n^m (2m)! (n-m)!}{2^m m! n!}.$$

Для розрахунку значень нормованої щільності як і в попередньому випадку необхідно обчислити значення множника  $B_2$  для значень істотного параметра  $n$ , що дорівнює 2, 4, 6, 8, 10. У табл. 6.4 наведені чисельні значення нормуючого множника  $B_2$  для зазначених значень істотного параметра  $n$ .

Очевидно, що залежно від  $n$  ортогональне розкладання  $f_2^{(n)}(y)$  може містити різну кількість складових  $\Phi_j^{(n)}$ , оскільки порядок парного центрального моменту в даному типі щільності як і в попередньому випадку не може перевищувати істотного параметра  $n$ , тобто  $m < n$ .

Таблиця 6.4.

Значення нормуючого множника  $B_2$ 

$n$	2	4	6	8	10
$B_2$	0,46875	0,435036	0,423290	0,417309	0,413690

У табл. 6.5 наведені результати розрахунку центральних парних моментів від  $\mu_4$  до  $\mu_{12}$  для істотних параметрів  $n = 2, 4, 6, 8, 10$ . Як і в попередньому випадку, з метою вивчення властивостей ортогонального розкладання для кожної щільності, крім  $n = 2$ , критерій ефективності розраховували для різного числа складових  $\Phi_j^{(n)}$ .

Таблиця 6.5.

## Значення центральних парних моментів

n	2	4	6	8	10
$\mu_4$	6	4	3,6	3,429	3,333
$\mu_6$	-	40	27,0	22,86	20,833
$\mu_8$	-	1120	378,0	256,0	208,33
$\mu_{10}$	-	-	10206,0	4608,0	3125,0
$\mu_{12}$	-	-	673596,0	135168	68750

Результати розрахунку ефективності  $\mathcal{E}_i^{(n)}$  використання розкладання  $f_2^{(n)}(y)$  замість вихідної щільності  $g_2(y)$  при різній кількості доданків  $\Phi_j^{(n)}$  наведені в табл. 6.6. З наведеної таблиці випливає, що, як і для попереднього типу щільності розподілу, найкраща ефективність розкладання досягається, коли ряд містить тільки один доданок  $\Phi_1^{(n)}$ , причому ефективність покращується зростом n.

Таблиця 6.6.

Результати розрахунку ефективності  $\mathcal{E}_i^{(n)}$ 

n	$\mathcal{E}_1^{(n)}$	$\mathcal{E}_2^{(n)}$	$\mathcal{E}_3^{(n)}$	$\mathcal{E}_4^{(n)}$	$\mathcal{E}_5^{(n)}$
2	0,0742	-	-	-	-
4	0,0168	0,0524	0,349	-	-
6	0,0081	0,0152	0,0363	0,171	1,857
8	0,0050	0,0072	0,0109	0,0283	0,110
10	0,0033	0,0042	0,0047	0,0090	0,022

Як третій і останній закон розподілу розглянемо узагальнений розподіл Пуассона, що породжується розподілом Гаусса. Вибір зазначеного розподілу обумовлений тим, що його щільності притаманні "обтяжені хвости" [140].

Щільність розподілу цього типу описується наступним виразом [183]:

$$f_3(\xi) = \frac{\exp(-c)}{(2\pi)^{1/2} \sigma} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{1/2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2k\sigma^2}\right),$$

де  $\sigma$  і  $c$  – відповідно масштабний та істотний параметри розподілу.

Оскільки дисперсія розглянутого розподілу дорівнює  $\mu_2 = c^2$ , то нормована щільність узагальненого пуассонівського розподілу має наступний аналітичний вигляд:

$$g_3(\eta) = \frac{\exp(-c)}{(2\pi)^{1/2}} c^{1/2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c^k}{k!} k^{1/2} \exp\left(-\frac{c\eta^2}{2k}\right).$$

Для ортогонального розкладання щільності в ряд Грама-Шарльє типу А потрібні центральні моменти розподілу, які можуть бути отримані за допомогою його характеристичної функції, яка має вигляд:

$$\psi(t) = \exp\{c[\exp(-t^2\sigma^2/2) - 1]\}.$$

Центральні моменти даного типу щільності виражаються через похідні характеристичної функції відповідного порядку при  $t = 0$ , тобто для парних центральних моментів розподілу справедливою є рівність [138]:

$$\mu_{2m} = (-1)^m \psi^{(2m)}(0).$$

Диференціюючи  $2m$  раз характеристичну функцію  $\psi(t)$ , знаходимо вирази для парних центральних моментів нормованої випадкової величини, які наведені в табл. 6.7.

Таблиця 6.7.

## Вирази для парних центральних моментів

Момент	Вираз для моментів
$\mu_4$	$3(c+c^2)/c^2$
$\mu_6$	$15(c+c^2+c^3)/c^3$
$\mu_8$	$105(c+c^2+c^3+c^4)/c^4$
$\mu_{10}$	$945(c+c^2+c^3+c^4+c^5)/c^5$

З аналізу таблиці видно, що значення парних центральних моментів залежать від істотного параметра розподілу  $c$ . Тому слід розглянути кілька випадків з різними значеннями параметра  $c$ . Для перевірки ортогонального розкладання розглянемо значення параметра  $c$ , які дорівнюють 1 – 5.

Значення центральних моментів  $\mu_4 - \mu_{10}$  для значень істотного параметра  $c = 1, 2, 3, 4, 5$  наведені в табл. 6.8.

Таблиця 6.8.

## Значення парних центральних моментів

Момент	$c = 1$	$c = 2$	$c = 3$	$c = 4$	$c = 5$
$\mu_4$	6	4,5	4	3,75	3,12
$\mu_6$	45	26,5	21,7	19,7	15,62
$\mu_8$	420	196,9	155,6	139,5	109,4
$\mu_{10}$	4725	1830,9	1411,7	1258,8	984,4

Результати розрахунку ефективності  $\mathcal{E}_i^{(n)}$  використання розкладання  $f_3^{(n)}(y)$  замість вихідної щільності  $g_3(\eta)$  при різній кількості доданків  $\Phi_1^{(n)}$  (від одного до чотирьох) наведені в табл. 6.9.

Таблиця 6.9.

Результати розрахунку ефективності  $\mathcal{E}_i^{(n)}$ 

$c$	$\mathcal{E}_1^{(n)}$	$\mathcal{E}_2^{(n)}$	$\mathcal{E}_3^{(n)}$	$\mathcal{E}_4^{(n)}$
1	0,127	0,161	0,198	0,223
2	0,068	0,095	0,128	0,142
3	0,047	0,067	0,098	0,124
4	0,034	0,052	0,079	0,106
5	0,025	0,043	0,067	0,087

Як і для двох попередніх типів розподілу, ортогональне розкладання щільності узагальненого пуассонівського розподілу має найкращу ефективністю при використанні тільки першого члена розкладання, причому розкладання  $f_3^{(n)}(y)$  з високою точністю збігається з самим розподілом, а точність підвищується зростом параметра  $c$ .

Розглянуті три закони розподілів з "обтяженими хвостами" можна уявити ортогональним розкладанням щільності в ряд Грама-Шарльє типу А, як містить перший член розкладу, що дозволяє застосовувати ортогональне розкладання для опису щільності похибок навігаційних вимірювань.

Точність відповідності вихідної щільності її ортогональному розкладанню для розглянутих трьох законів розподілу підвищується з ростом значення істотного параметра. Для зіставлення кривих щільності та її ортогонального розкладання були проведені розрахунки їх значень. На рис. 6.1 показані криві нормованої щільності  $g_1(\eta)$  змішаного закону першого типу для значень істотного параметра  $n = 4, 6$ , які мають червоний колір. Оскільки криві щільності симетричні, то показана тільки половина кривої для додатних значень похибки, які набувають значення в діапазоні шести середньоквадратичних відхилень. На цьому ж рисунку синім кольором показані відповідні криві ортогонального розкладання.

Криві нормованої щільності  $g_1(\eta)$  для значень істотного параметра  $n = 8, 10$  і криві ортогонального розкладання представлені на рис. 6.2. Аналіз рис. 6.1 і рис. 6.2 показує, що нормована щільність  $g_1(\eta)$  та її ортогональне розкладання при істотному параметрі  $n \geq 4$  практично збігаються.

Криві нормованої щільності  $g_2(\eta)$  для  $n = 4, 6$  показані на рис. 6.3, на цьому ж рисунку синім кольором надано відповідні криві ортогонального розкладання. На рис. 6.4 представлена криві нормованої щільності  $g_2(\eta)$  для  $n = 8, 10$  і криві ортогонального розкладання. Як і в попередньому випадку, з рис. 6.3 і рис. 6.4 випливає, що нормована щільність  $g_2(\eta)$  та її ортогональне розкладання при істотному параметрі  $n \geq 4$  практично збігаються.

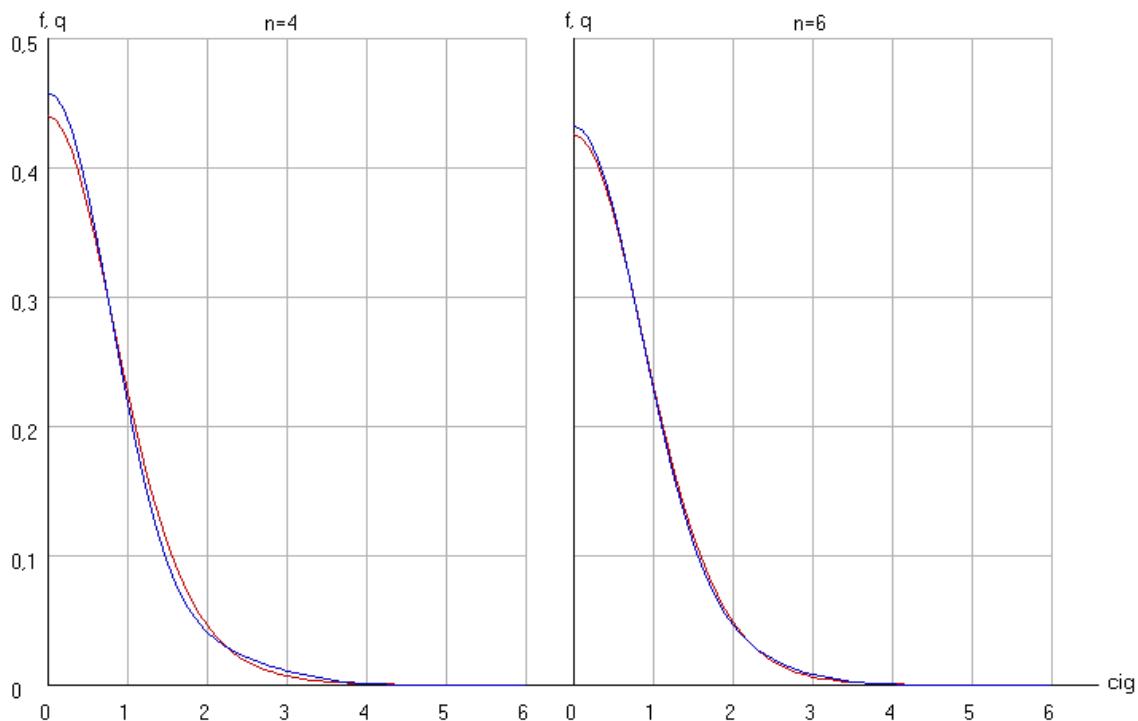


Рис. 6.1. Нормовані щільності  $g_1(\eta)$  та їх розкладання  $f(\eta)$  ( $n = 4, 6$ )

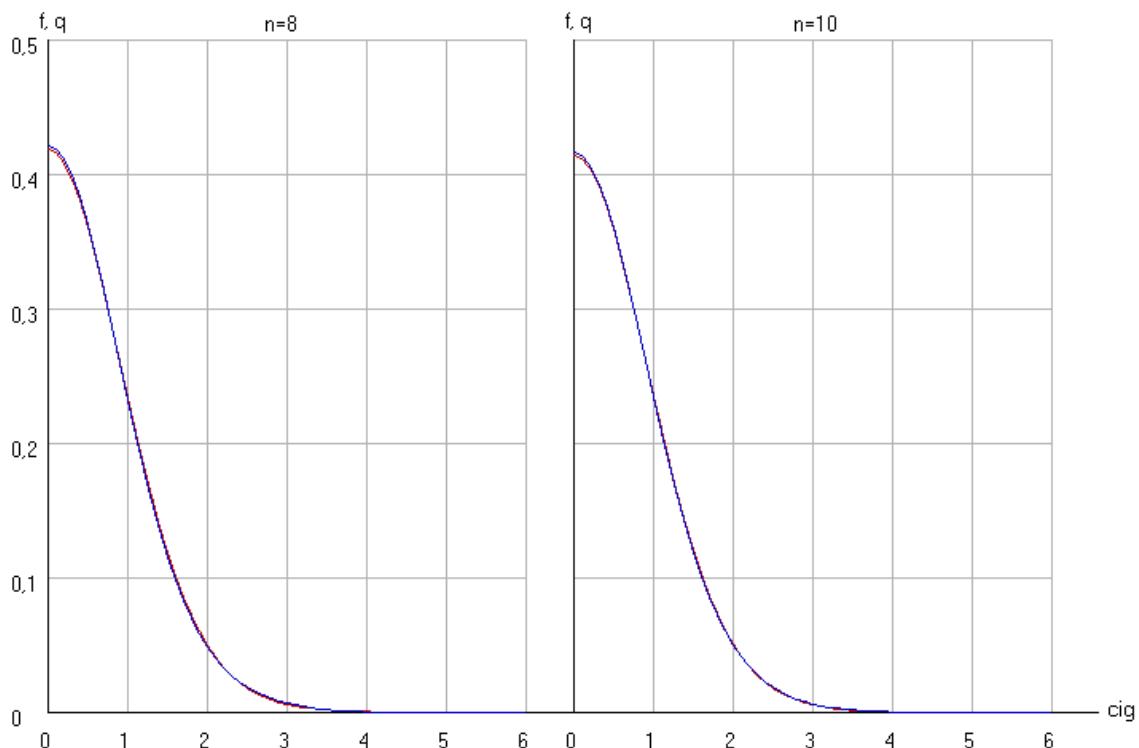


Рис. 6.2. Нормовані щільності  $g_1(\eta)$  та їх розкладання  $f(\eta)$  ( $n = 8, 10$ )

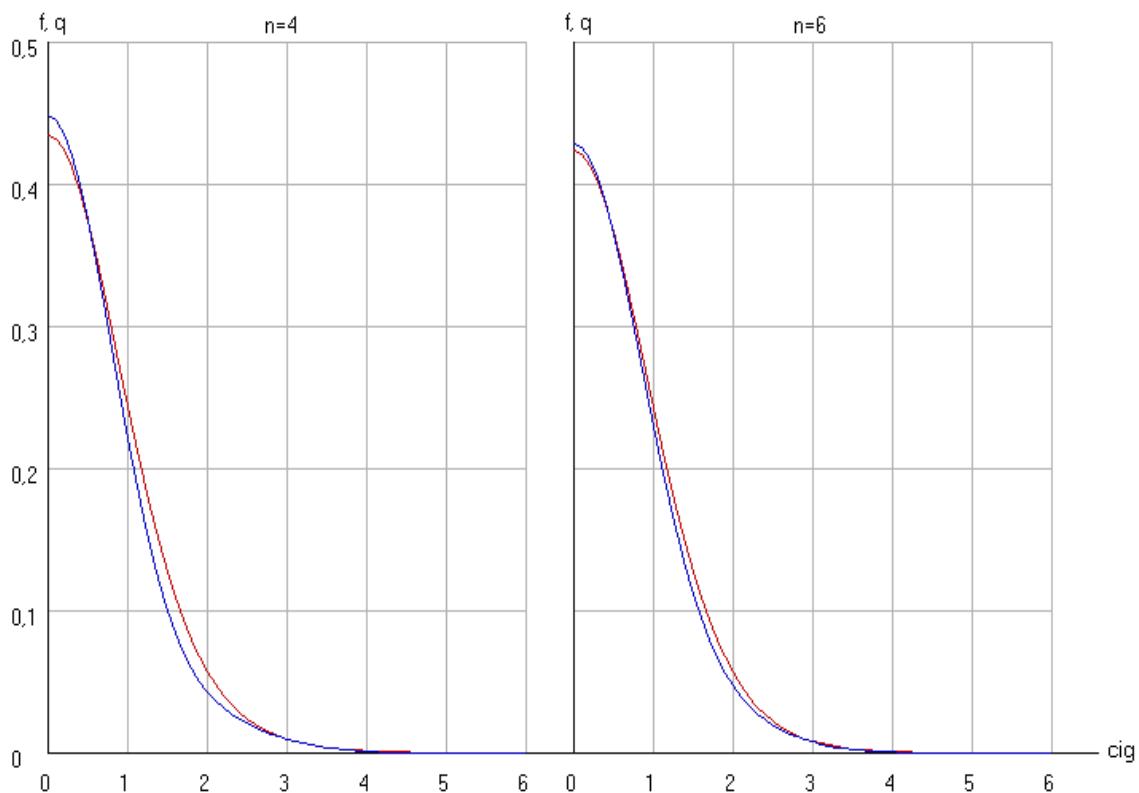


Рис. 6.3. Нормовані щільності  $g_2(\eta)$  та їх розкладання  $f(\eta)$  ( $n = 4, 6$ )

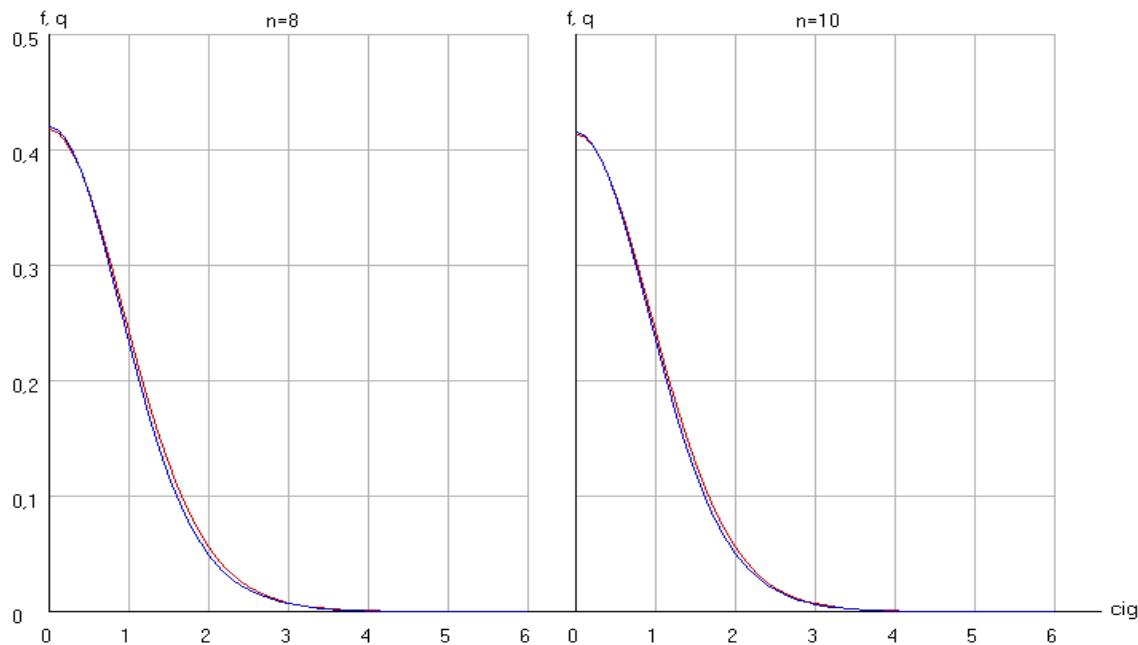


Рис. 6.4. Нормовані щільності  $g_2(\eta)$  та їх розкладання  $f(\eta)$  ( $n = 8, 10$ )

У табл. 6.10 як приклад наведено результати розрахунку значень нормованої щільності узагальненого пуассонівського розподілу та її ортогонального розкладання, що містить тільки один перший доданок. У прикладі вибрано значення істотного параметра  $c=3$ .

Таблиця 6.10

Значення щільності  $g_3(\eta)$  та її ортогонального розкладання  $f(\eta)$

y	0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,25
$f(\eta)$	0,429	0,412	0,366	0,301	0,230	0,165
$g_3(\eta)$	0,423	0,407	0,363	0,300	0,232	0,169
y	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75
$f(\eta)$	0,112	0,073	0,047	0,030	0,020	0,012
$g_3(\eta)$	0,117	0,077	0,049	0,030	0,018	0,011
y	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25
$f(\eta)$	0,0077	0,0046	0,0026	0,0014	0,0007	0,0003
$g_3(\eta)$	0,0064	0,0037	0,0022	0,0013	0,0007	0,0004

Продовження табл. 6.10

y	4,50	4,75	5,00	5,25	5,50	5,75
f(η)	0,0001	0,00005	0,00002	0,000007	0,000002	0,00
g <sub>3</sub> (η)	0,0002	0,00015	0,00009	0,00006	0,00003	0,00002

З отриманої таблиці випливає, що ортогональне розкладання щільності узагальненого пуассонівського розподілу похибок навігаційних вимірювань, що містить тільки перший член, має добру збіжність з самою щільністю розподілу.

### 6.3. Використання ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для визначення обсервованих координат судна

У попередньому розділі показано, що двовимірна щільність розподілу  $f(x, y)$  векторіальної похибки обсервованої точки залежно від незалежних одновимірних щільностей похибок ліній положення  $f(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i)$  виражається в такий спосіб:

$$f(x, y) = \frac{\prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i)}{\int_{R_2} \prod_{i=1}^n f_i(x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i) dx dy}.$$

або

$$f(x, y) = \frac{\prod_{i=1}^n f(\xi_i)}{A_m},$$

де  $r_i$  – довжина нормалі від початку системи координат до  $i$ -ї лінії положення;

$\alpha_i$  – напрямок градієнта навігаційного параметра, тобто кут між переносом  $r_i$  і віссю обраної системи координат;

$f_i(\xi_i)$  – щільність розподілу похибки  $\xi_i$   $i$ -ї ЛП;

$A_m$  – нормуючий множник.

У попередньому розділі також показано, що розрахунок обсервованих координат проводиться за допомогою системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i) = 0 \\ \xi_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i \end{array} \right.$$

При розв'язуванні даної системи рівнянь необхідно спочатку виконати диференціювання перших двох рівнянь за змінною  $\xi_i$ , а потім в отримані рівняння підставити значення  $\xi_i$  з третього рівняння й систему двох рівнянь розв'язувати відносно невідомих  $x$  і  $y$ .

У загальному випадку, як раніше це було показано, для щільності ненормованої похибки лінії положення ортогональне розкладання має такий вигляд:

$$f(\xi_i) = (2\pi)^{-1/2} \sigma_i^{-1} \exp(-\xi_i^2/2\sigma_i^2) [1 + \sum_{s=2}^{\infty} \frac{c_{2s}}{(2s)!} H_{2s}(\xi_i/\sigma_i^2)] .$$

Однак найкращу згоду з гістограмами похибок вимірювання має ортогональне розкладання тільки з першим членом, яке має наступний аналітичний вираз:

$$f(\xi_i) = (2\pi)^{-1/2} \sigma_i^{-1} \exp(-\xi_i^2/2\sigma_i^2) \left\{ 1 + \frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{24!} [(\xi_i/\sigma_i^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^2)^2 + 3] \right\},$$

де  $\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3$  (ексцес розподілу);

$\mu_{4i}$  – четвертий центральний момент похибки;

$\sigma_i^2$  – дисперсія похибки.

Знайдемо вираз першої похідної  $\frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i)$  для наведеного ортогонального розкладання:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i) &= \frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln \{(2\pi)^{-1/2} \sigma_i^{-1} \exp(-\xi_i^2/2\sigma_i^2) \times \rightarrow \\ &\times [1 + \frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{24!} [(\xi_i/\sigma_i^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^2)^2 + 3]]\}, \end{aligned}$$

або

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} \ln f_i(\xi_i) = -\xi_i/\sigma_i^2 + \left\{ \frac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!} [4\xi_i^3/\sigma_i^8 - 12\xi_i/\sigma_i^4] \right\} / Q,$$

$$\text{де } Q = [1 + \frac{(\mu_4/\sigma^4 - 3)}{(4)!} [(\xi_i/\sigma_i^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^2)^2 + 3]].$$

Підставляючи цей вираз у вихідну систему рівнянь, отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1} \sin \alpha_i \left\{ -\frac{\xi_i}{\sigma_i^2} + \frac{\frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{(4)!} [4\xi_i^3/\sigma_i^8 - 12\xi_i/\sigma_i^4]}{[1 + \frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{(4)!} [(\xi_i/\sigma_i^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^2)^2 + 3]]} \right\} = 0; \\ \sum_{i=1} \cos \alpha_i \left\{ -\frac{\xi_i}{\sigma_i^2} + \frac{\frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{(4)!} [4\xi_i^3/\sigma_i^8 - 12\xi_i/\sigma_i^4]}{[1 + \frac{(\mu_{4i}/\sigma_i^4 - 3)}{(4)!} [(\xi_i/\sigma_i^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma_i^2)^2 + 3]]} \right\} = 0; \\ \xi_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i. \end{array} \right.$$

У разі рівно точних ліній положення  $\sigma_i^2 = \sigma^2$  і  $\mu_{4i} = \mu_4$  попередня система рівнянь набуває наступного вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \left\{ -\frac{\xi_i}{\sigma^2} + \frac{\frac{(\mu_4/\sigma^4-3)}{(4)!} [4\xi_i^3/\sigma^8 - 12\xi_i/\sigma^4]}{[1 + \frac{(\mu_4/\sigma^4-3)}{(4)!} ((\xi_i/\sigma^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma^2)^2 + 3)]} \right\} = 0; \\ \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \left\{ -\frac{\xi_i}{\sigma^2} + \frac{\frac{(\mu_4/\sigma^4-3)}{(4)!} [4\xi_i^3/\sigma^8 - 12\xi_i/\sigma^4]}{[1 + \frac{(\mu_4/\sigma^4-3)}{(4)!} ((\xi_i/\sigma^2)^4 - 6(\xi_i/\sigma^2)^2 + 3)]} \right\} = 0; \\ \xi_i = x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i - r_i. \end{array} \right. \quad (6.4)$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, маючи значення дисперсії  $\sigma^2$  і четвертого центрального моменту  $\mu_4$  вихідного розподілу похибок, знаходимо обсервовані координати судна, не використовуючи вираз для щільності розподілу ймовірностей похибок ліній положення.

#### 6.4. Оцінка ефективності обсервованих координат судна

Ефективність в контексті проблеми, що розглядається має статистичну інтерпретацію, тобто згідно з виразом [152] дорівнює відношенню мінімально можливої коваріаційної матриці  $K_{min}(x, y)$  обсервованих координат до їх коваріаційної матриці  $K_{pos}(x, y)$ , яка забезпечується застосуваним методом розрахунку координат.

Ефективність е оцінки обсервованих координат судна визначається виразом [152]:

$$e = \frac{q^2}{ps},$$

де  $p$ ,  $s$  і  $q$  – невласні інтеграли, що залежать від щільності дійсного й гаданого розподілу.

Припустимо, що дійсний розподіл похибок вимірювання навігаційного параметра описується щільністю  $f(x)$ , а щільністю гаданого закону розподілу, за яким здійснюється розрахунок обсервованих координат, є  $\phi(x)$ .

Для отримання оцінки ефективності необхідно знайти невласні інтеграли  $q$ ,  $p$ , і  $s$ , використовуючи вирази [152]:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x) - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx,$$

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2 \right\} dx$$

i

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]^2}{f(x)} dx.$$

Звертаємо увагу на те, що невласний інтеграл  $q$  представляє різницю двох інтегралів:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x) - \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx =$$

$$= \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x)}{\phi^2(x)} \right\} dx - \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx,$$

причому другий інтеграл в отриманому виразі дорівнює інтегралу р.

Тому можна записати:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi(x)}{\varphi(x)} \right\} dx - p.$$

Припустимо, є п ліній положення, похибки яких розподілені за законом, що відрізняється від закону Гаусса, наприклад, за змішаним законом першого типу [140], з щільністю  $f_1(x)$ . Оцінимо ефективність координат судна при їх розрахунку методом (6.4) із застосуванням ортогонального розкладання щільності.

З метою позбавлення від масштабних параметрів в щільності  $f_1(x)$  та її розкладанні  $\varphi(x)$ , що необхідно для їхньої сумісності, розглянемо їх відповідні нормовані щільності  $g_1(x)$  і  $\psi(x)$ , де  $x$  – нормована й центрована випадкова похибка вимірювання. Причому:

$$g_1(x) = \frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}}. \quad (6.5)$$

Тут  $B_1 = \frac{2^{2n} [(n!)^2]}{(2n-1)^{1/2} \pi (2n)!}$  – нормуючий множник, а  $n$  – істотний цілочисельний параметр. Дисперсія  $x$  дорівнює 1, а четвертий центральний момент  $\mu_4 = \frac{(2n-1)^2 n! [2(n-2)]! 24}{2(2n)!(n-2)!}$ .

Ортогональне розкладання щільності  $\psi(x)$  нормованої випадкової величини з одиничною дисперсією має такий вигляд:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2) \left[ 1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3) \right].$$

Для зручності позначимо  $f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)$ , тому:

$$\psi(x) = f_N(x) \left[ 1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3) \right]. \quad (6.6)$$

Ефективність  $e_R$  координат судна в даному випадку визначається виразом:

$$e_R = \frac{q^2}{ps}, \quad (6.7)$$

де  $p$ ,  $q$  і  $s$  – невласні інтеграли, що залежать від щільності  $g_1(x)$  і  $\psi(x)$ .

Запишемо вирази невласних інтегралів  $p$ ,  $q$  і  $s$  залежно від щільності  $g_1(x)$  и  $\psi(x)$ :

$$p = \int_{R1} g_1(x) \left\{ \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \psi(x)}{\psi(x)} \right]^2 \right\} dx, \quad q = \int_{R1} g_1(x) \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x)}{\psi(x)} \right\} dx - p,$$

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} g_1(x) \right]^2}{g_1(x)} dx.$$

Розрахунок значення інтеграла  $p$  вимагає вираження для похідної  $\frac{\partial}{\partial x} \psi(x)$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \psi(x) = f_N(x) \left\{ -x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} [-x^5 + 10x^3 - 15x] \right\}.$$

Тому невласний інтеграл  $p$  обчислюється за допомогою виразу:

$$p = \int_{R_1} \frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}} \left\{ \frac{-x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}[-x^5 + 10x^3 - 15x]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx. \quad (6.8)$$

Для розрахунку значення інтеграла  $q$  слід знайти вираз для другої похідної

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) :$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) = f_N(x) [Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}(-2x^4 + 9x^2 - 3)],$$

$$\text{де } Q(x) = (x^2 - 1) \left[ 1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3) \right].$$

Тому:

$$q = \int_{R_1} \frac{B_1}{(x^2/(2n-1)+1)^{n+1}} \left\{ \frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6}(-2x^4 + 9x^2 - 3)}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24}(x^4 - 6x^2 + 3)} \right\} dx - p. \quad (6.9)$$

Знайдемо вираз для невласного інтеграла  $s$ , для чого скористаємося виразом стандартної щільності ненормованої похибки, що має вигляд:

$$f_1(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2 / 2 + \lambda)^{m+1}},$$

де

$$A_m = \frac{2^{2m} (m!)^2}{\sqrt{2\pi} (2m)!} \lambda^{m+1/2}. \quad (6.10)$$

Для даної щільності інтеграл  $S$  має вигляд:

$$S = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi)]^2}{f_1(\xi)} d\xi.$$

Вираз для першої похідної щільності  $f_1(\xi)$ :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} \right] = -\frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+2}} \xi,$$

тоді вираження для підінтегральної функції інтеграла  $S$  має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f_1(\xi)]^2}{f_1(\xi)} &= \left[ \frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+2}} \xi \right]^2 / \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} \right] = \\ &= \frac{A_m^2(m+1)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2(m+2)}} \xi^2 \frac{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}}{A_m} = \frac{A_m(m+1)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} \xi^2. \end{aligned}$$

З урахуванням отриманого виразу для підінтегральної функції невласний інтеграл  $S$  набуває вигляду:

$$S = A_m(m+1)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} d\xi.$$

Знайдемо розв'язок інтеграла:

$$J = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} d\xi.$$

Для цього скористаємося спiввiдношенням:

$$\int_{\mathbb{R}^1} \frac{d\xi}{(\xi^2/2 + \lambda)^{\nu+1}} = A_{\nu}^{-1},$$

де  $A_{\nu}$  – нормуючий множник, що дозволяє використовувати вихідну підінтегральної функції як щільність розподілу.

Для визначення множника  $A_{\nu}$ , можна записати:

$$A_{\nu}^{-1} = \frac{\sqrt{2\pi}(2\nu 2^{\nu})}{2^{2\nu}(\nu!)^2} \lambda^{-\nu-1/2} = B_{\nu} \lambda^{-\nu-1/2},$$

де

$$B_{\nu} = \frac{\sqrt{2\pi}(2\nu)!}{2^{2\nu}(\nu!)^2}. \quad (6.11)$$

Тому справедливою є рівність:

$$\int_{\mathbb{R}^1} \frac{1}{(\xi^2/2 + \lambda)^{\nu+1}} d\xi = B_{\nu} \lambda^{-\nu-1/2},$$

яке доцільно переписати в такому вигляді:

$$\int_{\mathbb{R}^1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda + 1)^{\nu+1} \lambda^{\nu+1}} d\xi = B_{\nu} \lambda^{-\nu-1/2}$$

або

$$\int_{\mathbb{R}^1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda + 1)^{\nu+1}} d\xi = B_{\nu} \lambda^{-1/2}.$$

Введемо позначення  $\lambda = h^{-1}$  і отримаємо:

$$\int_{R^1} \left(\frac{\xi^2}{2} h + 1\right)^{-v-1} d\xi = B_v h^{-1/2}.$$

Диференціюємо обидві частини рівності за параметром  $h$ :

$$-\frac{v+1}{2} \int_{R^1} \left(\frac{\xi^2}{2} h + 1\right)^{-v-2} \xi^2 d\xi = -\frac{1}{2} B_v h^{-3/2},$$

або

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} h + 1\right)^{v+2}} d\xi = \frac{B_v}{v+1} h^{-3/2}.$$

Замінюємо параметр  $h$  параметром  $\lambda$ :

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2\lambda} + 1\right)^{v+2}} d\xi = \frac{B_v}{v+1} \lambda^{3/2}.$$

Помножимо обидві частини отриманої рівності на величину  $\lambda^{-v-2}$  і отримаємо:

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} + \lambda\right)^{v+2}} d\xi = \frac{B_v}{v+1} \lambda^{-v-1/2}.$$

Виконаємо підстановку  $v = m + 1$ :

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} + \lambda\right)^{m+3}} d\xi = \frac{B_{m+1}}{m+2} \lambda^{-m-3/2}.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл у лівій частині рівняння дорівнює шуканому інтеграла  $J$ :

Тому записуємо вираз для інтеграла  $J$ :

$$J = \frac{B_{m+1}}{m+2} \lambda^{-m-3/2}.$$

З урахуванням виразу (6.11) можна записати:

$$B_{m+1} = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{2^{2m+2}[(m+1)!]^2}$$

і інтеграл  $J$  набуває наступного вигляду:

$$J = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2} \lambda^{-m-3/2}.$$

У свою чергу нормуючий множник  $A_m$  визначається виразом (6.10):

$$A_m = \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!} \lambda^{m+1/2},$$

тому інтеграл  $S$  має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} S &= (m+1)^2 \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!} \lambda^{m+1/2} \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2} \lambda^{-m-3/2} = \\ &= \frac{(m+1)^2(2m+1)(2m+2)}{\lambda 2^2(m+2)(m+1)^2} = \frac{(m+1)^2(2m+1)2(m+1)}{4\lambda(m+2)(m+1)^2}, \end{aligned}$$

або

$$S = \frac{(m+1)^2(2m+1)}{2\lambda(m+2)(m+1)} = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}.$$

Таким чином, остаточно отримаємо:

$$S = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}.$$

Для невласного інтеграла  $s$  щільності нормованої похибки навігаційних вимірювань  $g_1(x)$  враховуємо співвідношення між дисперсією і масштабним параметром  $\lambda$ :

$$\mu_2 = \frac{2\lambda}{2n-1},$$

звідки

$$2\lambda = \mu_2 (2n-1).$$

Оскільки для нормованої похибки дисперсія  $\mu_2 = 1$ , то  $2\lambda = (2n-1)$  і невласний інтеграл  $s$  набуває такого вигляду:

$$s = \frac{(n+1)(2n+1)}{(2n-1)(n+2)}. \quad (6.12)$$

Проводилася оцінка ефективності  $e_R$  для щільності  $g_1(x)$  зі значеннями істотного параметра, який дорівнює 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10. У табл. 6.11 наведені значення нормуючого множника  $B_1$  і четвертого центрального моменту  $\mu_4$  для перелічених значень параметра  $n$ .

Таблиця 6.11.

Значення нормуючого множника  $B_1$  і моменту  $\mu_4$

n	2	3	4	5	6	8	10
$B_1$	0,4903	0,4558	0,4402	0,4314	0,4257	0,4187	0,4147
$\mu_4$	9	5	4.2	3,857	3.667	3.462	3.353

Розрахунок невласних інтегралів р і q проводився за виразами (6.8) і (6.9) методом Сімпсона з межами інтегрування від -6 до 6, в які потрапляють всі нормовані й центровані випадкові величини. Інтеграл s розраховувався за формулою (6.12). Оцінка ефективності  $e_R$  проводилася за допомогою виразу (6.7) та її значення наведені у другому рядку табл. 6.12.

У попередньому розділі наведені результати розрахунку ефективності  $e_G$  координат судна в разі розподілу похибок ліній положення за змішаним законом першого типу зі щільністю  $g_1(x)$ , а розрахунок координат виконувався методом найменших квадратів. Значення ефективності  $e_G$  наведені також в табл. 6.12.

Таблиця 6.12.

Ефективності  $e_G$  і  $e_R$  щільності розподілу  $g_1(x)$

n	3	4	5	6	8	10
$e_G$	0,893	0,934	0,955	0,968	0,980	0,987
$e_R$	0,994	1	1	1	1	1

Аналіз табл. 6.12 показує високу ефективність  $e_R$  координат судна, отриманих запропонованим методом застосування ортогонального розкладання, яка перевищує ефективність  $e_G$  координат, розрахованих методом найменших квадратів.

Розглянемо ситуацію, коли похибки ліній положення розподілені за змішаним законом другого типу [140] зі щільністю  $f_2(\xi)$ . Знайдемо вираз для оцінки ефективності координат судна при їх розрахунку за допомогою рівнянь (6.4) із застосуванням ортогонального розкладання щільності.

Як і в попередньому випадку скористаємося нормованими щільностями  $g_2(x)$  і  $\psi(x)$ , де  $x$  – нормована та центрована випадкова похибка вимірювання. Причому:

$$g_2(x) = \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}}.$$

У цьому виразі  $B_2 = \frac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2} 2^{2n+1} (n!)^2}$  – нормуючий множник, а центральний четвертий момент  $\mu_4 = \frac{n^2 24(n-2)!}{8 n!}$ .

Вирази невласних інтегралів  $p$ ,  $q$  і  $s$  залежно від щільності  $g_2(x)$  і  $\psi(x)$  мають вигляд:

$$p = \int_{R1} g_2(x) \left\{ \left[ \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right]^2 \right\} dx, \quad q = \int_{R1} g_2(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) \right]}{\psi(x)} \right\} dx - p,$$

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} g_2(x) \right]^2}{g_2(x)} dx.$$

З урахуванням раніше отриманих виразів для похідних  $\frac{\partial}{\partial x} \psi(x)$  і  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x)$  невласні інтеграли  $p$  і  $q$  обчислюються за допомогою виразів:

$$p = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{-x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} [-x^5 + 10x^3 - 15x]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx, \quad (6.13)$$

$$q = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6} [-2x^4 + 9x^2 - 3]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx - p. \quad (6.14)$$

Аналогічно попередньому випадку в Додатку Г.2 отримано розв'язок невласного інтеграла  $s$ , згідно з яким невласний інтеграл  $s$  набуває наступного вигляду:

$$s = \frac{(2n+3)(n+1)}{2n(n+5)}. \quad (6.15)$$

Для щільності  $g_2(x)$  проводився розрахунок ефективності  $e_R$ , причому значення істотного параметра рівного 2, 4, 6, 8, 10. У табл. 6.13 наведені значення нормуючого множника  $B_2$  і четвертого центрального моменту  $\mu_4$  для перерахованих значень параметра  $n$ .

Таблиця 6.13

Значення нормуючого множника  $B_2$  і моменту  $\mu_4$ 

$n$	2	4	6	8	10
$B_2$	0,4688	0,4350	0,4233	0,4173	0,4137
$\mu_4$	6	4	3.6	3.43	3.33

За виразами (6.13) і (6.14) проводився розрахунок невласних інтегралів  $p$  та  $q$  методом Сімпсона в межах інтегрування від -6 до 6. Інтеграл  $s$  розрахувався за формулою (6.15). За допомогою виразу (6.7) проводився розраху-

нок оцінки ефективності  $e_R$ , а її отримані значення наведені у другому рядку табл. 6.14.

Результати розрахунку ефективності  $e_G$  координат судна в разі розподілу похибок ліній положення за змішаним законом другого типу зі щільністю  $g_2(x)$  наведені в попередньому розділі, а розрахунок координат виконувався методом найменших квадратів. Значення ефективності наведені також в табл. 6.14.

Таблиця 6.14.

Ефективності  $e_G$  і  $e_R$  щільності розподілу  $g_2(x)$ 

$n$	3	4	5	6	8	10
$e_G$	0,917	0,945	0,962	0,971	0,982	0,988
$e_R$	0,996	1	1	1	1	1

Аналізуючи табл. 6.14, відзначаємо високу ефективність  $e_R$  координат судна, розрахованих пропонованим методом застосування ортогонального розкладання, яка перевищує ефективність  $e_G$  координат, отриманих методом найменших квадратів.

## 6.5. Висновки з шостого розділу

У розділі здійснено розробку універсального методу розрахунку ефективних координат судна за надлишкових вимірах. Для цього було застосовано ортогональне розкладання щільності розподілу похибок вимірювань в ряд Грама-Шарльє типу А. Була показана можливість ортогонального розкладання ненормованої щільності розподілу.

Був проведений аналіз збіжності щільності розподілу похибок навігаційних параметрів з її ортогональним розкладанням для змішаних законів пер-

шого й другого типів, а також узагальненого закону Пуассона. Розроблено метод використання ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для визначення обсервованих координат судна. Зроблено оцінку ефективності обсервованих координат судна розрахованих запропонованим методом.

## РОЗДІЛ 7.

### ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ Й РЕЗУЛЬТАТИ НАТУРНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

#### 7.1. Перевірка статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів

З метою перевірки можливості застосування змішаних законів обох типів для опису розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів в реальних умовах експлуатації були проведені натурні спостереження. Для формування вихідних вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів проводилися серії вимірювання навігаційних параметрів кількістю понад 100 вимірювань. Вимірювання навігаційних параметрів проводилися на стоянці судна, причому за допомогою РЛС вимірювалися дистанція й пеленг на нерухомий орієнтири, а за допомогою приймача супутникової навігаційної системи GPS фіксувалися широта та довгота судна.

Виміри проводилися в трьох портах: Мормугао (Індія), Річардс Бей (ПАР) і Дакар (Сенегал). Послідовність вимірювань була наступною. Спочатку вимірювалися пеленг і дистанція до орієнтиру, записувалися їх значення, а потім відліки РЛС збивалися. Після цього фіксувалися координати судна. Операція повторювалася через деякий інтервал часу. Інтервал часу виконання всіх вимірювань планувався таким чином, щоб в порту Мормугао він був найменшим (блізько 7 годин, 150 вимірювань), в порту Річардс Бей вимірювання проводилися протягом доби (210 вимірів), а в порту Дакар – протягом двох діб (250 вимірювань). Різна тривалість і число вимірювань планувалося для виявлення впливу чинника часу на похибки вимірювань.

Таким чином, в кожному порту були отримані 4 серії вимірювань навігаційних параметрів, а протягом рейсу – 12 серій вимірювань. Для кожної серії вимірювань визначали середнє значення навігаційного параметра й розраховували значення похибок вимірювань, які в сукупності представляли вибірку

похибок. Стандартною процедурою [211] була розрахована дисперсія й середньоквадратичне відхилення похибки кожної вибірки. Характеристики кожної з вибірок наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1.

## Характеристики вибірок

Порт	Навігаційний параметр	Число вимірювань	Середнє значення	Дисперсія D	С. к. в. $\sigma$
Мормугао	пеленг	150	350,63°	0,173	$0,415^\circ = 24,9'$
Мормугао	дистанція	150	0.1526 мм	5,85	2,42 м
Мормугао	широта	150	15°24'. 1865 N	33,84	5,82 м
Мормугао	довгота	150	73°48'. 4980 E	40,46	6,36 м
Річардс Бей	пеленг	210	217,41°	0,222	$0,47^\circ = 28,3'$
Річардс Бей	дистанція	210	0.3378 мм	19,7	4,44 м
Річардс Бей	широта	210	28°49'. 1005 S	47,13	6,87 м
Річардс Бей	довгота	210	32°02'. 8950 E	44,4	6,67 м
Дакар	пеленг	250	122,21°	0,246	$0,496^\circ = 29,76'$
Дакар	дистанція	250	0.1206 мм	5,68	2,38 м
Дакар	широта	250	14°41'. 0030 N	38,11	6,17 м
Дакар	довгота	250	17°25'. 4313 W	39,84	6,31 м

Надалі за кожною вибіркою будується гістограма й проводиться перевірка статистичних гіпотез [211], у процесі якої визначається ступінь згоди статистичного матеріалу вибірки з вибраними законами розподілу ймовірностей похибок.

Як альтернативні закони були обрані нормальні закон і змішані закони першого та другого типу, аналітичний вигляд яких наведено в табл. 7.2.

Таблиця 7.2.  
Альтернативні закони розподілу ймовірностей похибок

Закон розподілу	Аналітичні вирази щільності
Гаусса	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$
Змішаний 1-го типу n=1	$\frac{2\alpha^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^2}$
Змішаний 1-го типу n=2	$\frac{8\alpha^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{2\pi}3} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^3}$
Змішаний 1-го типу n=3	$\frac{48\alpha^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{2\pi}15} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^4}$
Змішаний 1-го типу n=4	$\frac{384\alpha^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{2\pi}105} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^5}$
Змішаний 1-го типу n=5	$\frac{3840\alpha^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{2\pi}945} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^6}$
Змішаний 1-го типу n=6	$\frac{46080\alpha^{\frac{13}{2}}}{\sqrt{2\pi}10395} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^7}$

Продовження табл. 7.2.

Змішаний 2-го типу n=1	$\frac{3\alpha^2}{\sqrt{24}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{5/2}}$
Змішаний 2-го типу n=2	$\frac{15\alpha^3}{\sqrt{216}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{7/2}}$
Змішаний 2-го типу n=3	$\frac{105\alpha^4}{\sqrt{296}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{9/2}}$
Змішаний 2-го типу n=4	$\frac{945\alpha^5}{\sqrt{2768}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{11/2}}$
Змішаний 2-го типу n=5	$\frac{10395\alpha^6}{\sqrt{27680}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{13/2}}$

Дляожної вибірки розрахувалися значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона з розглянутими законами розподілу ймовірностей похибок, і як закон розподілу вибиралася той, критерій згоди  $\chi^2$  – Пірсона якого має мінімальне значення.

У Додатку Д.1 наведено вибірки похибок вимірювань навігаційних параметрів для всіх 12 серій вимірювань і побудовані гістограми вибірок. Там же наведені значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона кожної гістограми з кожної з обраних щільностей розподілу. Дляожної вибірки наведені рисунки кривої щільності розподілу з мінімальним значенням критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона і відповідної гістограми.

Як приклад наведемо тут характеристику першої вибірки похибок вимірювання пеленга. Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок наведені в табл. 7.3.

У другому рядку таблиці наводиться число похибок, що потрапляють у відповідний розряд. Число розрядів дорівнює 12, причому довжина кожного

розряду дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=24,9'$ ).

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона для розглянутих законів розподілу представлені в табл. 7.4.

Таблиця 7.3.

Перша вибірка похибки вимірювання пеленга

Раз- ряд	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m_i$	1	2	7	13	23	27	31	21	15	7	2	1
$-68,0, -57,75, -50,45, -37,6, -40,7, -49,5, -39,5, -45,8, -43,3, -37,8, -30,15,$												
$-28,75, -29,45, -32,05, -31,15, -25,95, -30,95, -35,85, -31,65, -31,65, -32,25,$												
$-25,75, -31,95, -27,55, -24,6, -20,6, -13,2, -14,2, -21,6, -24,9, -24,1, -13,2, -$												
$19,0, -13,2, -16,4, -16,3, -22,1, -22,0, -14,0, -22,0, -19,3, -24,0, -14,90, -$												
$19,00, -15,00, -15,10, -5,65, -11,35, -10,75, -1,21, -5,95, -2,45, -2,95, -$												
$-10,25, -4,25, -0,15, -1,75, -1,05, -7,85, -5,45, -0,45, -9,25, -0,55, -2,15, -$												
$3,45, -4,95, -11,85, -2,25, -10,35, -4,65, -10,05, -12,45, -10,05, -12,45, -$												
$3,45, 8,30, 0,20, 3,80, 5,80, 4,30, 10,60, 7,80, 12,00, 10,30, 0,20, 8,70,$												
$3,00, 11,70, 2,30, 6,50, 3,40, 0,20, 7,50, 11,60, 10,00, 7,90, 4,80, 5,80,$												
$0,50, 2,80, 3,30, 5,80, 4,50, 5,70, 16,45, 18,05, 15,25, 21,15, 21,55, 24,55,$												
$21,15, 22,05, 17,85, 19,65, 18,75, 23,05, 15,15, 20,55, 16,75, 16,55, 22,35,$												
$14,55, 24,75, 23,25, 21,45, 21,35, 29,30, 25,40, 27,80, 27,70, 31,60, 27,60,$												
$30,30, 28,70, 32,80, 33,00, 30,10, 27,50, 32,60, 36,40, 38,95, 45,35, 47,65,$												
$39,25, 39,15, 38,95, 46,05, 58,10, 58,40, 68,65.$												

Аналіз таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімальне значення для закону розподілу Гаусса, тому приймається гіпотеза про те, що похибки розподілені за нормальним законом.

Гістограма першої вибірки й крива щільності розподілу закону Гаусса представлена на рис. 7.1.

Таблиця 7.4.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона першої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	0,0065
2	Змішаний 1-го типу n=1	15,46
3	Змішаний 1-го типу n=2	12,03
4	Змішаний 1-го типу n=3	12,28
5	Змішаний 1-го типу n=4	13,01
6	Змішаний 1-го типу n=5	13,84
7	Змішаний 1-го типу n=6	14,68
8	Змішаний 2-го типу n=1	12,59
9	Змішаний 2-го типу n=2	12,05
10	Змішаний 2-го типу n=3	12,62
11	Змішаний 2-го типу n=4	13,42
12	Змішаний 2-го типу n=5	14,26

У Додатку Д.1 представлені результати обробки експериментальних даних натурних спостережень щодо погрішностей вимірювань навігаційних параметрів, проведених в чотирьох портах. Результати експериментальних натурних спостережень за визначенням законів розподілу похибок вимірювань наведені в табл. 7.5.

Аналіз підсумкової таблиці показує, що похибки вимірювання навігаційних параметрів (пеленга й дистанції), отримані на обмеженому інтервалі часу (7 годин), підкоряються нормальному закону розподілу ймовірностей.

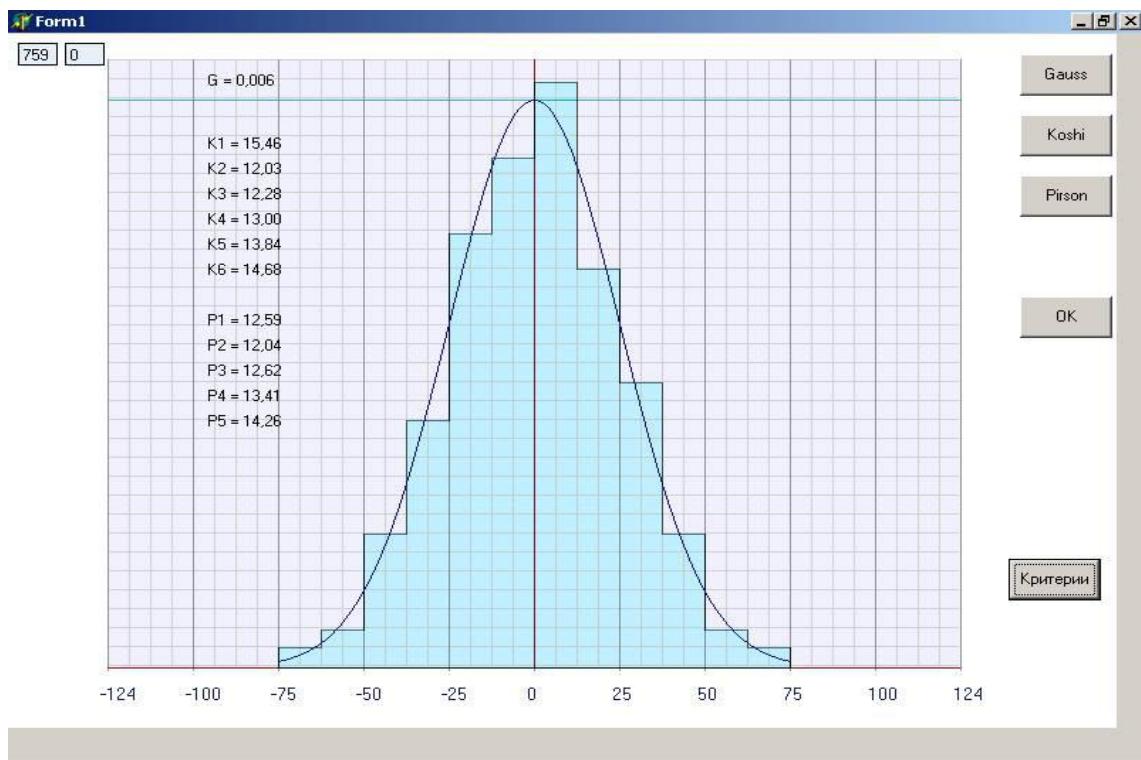


Рис. 7.1. Гістограма першої вибірки

Таблиця 7.5.

## Підсумкові результати натурних спостережень

N вибірки	Навигаційний параметр	Кількість членів	Закон розподілу	$\chi^2$	Тривалість спостереження.
1	пеленг	150	Гаусса	0,0065	7 годин
2	дистанція	150	Гаусса	0,006	7 годин
3	широта	150	1-го типу n=3	0,0131	7 годин
4	довгота	150	2-го типу n=1	0,015	7 годин
5	пеленг	210	1-го типу n=2	0,011	1 доба
6	дистанція	210	2-го типу n=2	0,010	1 доба
7	широта	210	1-го типу n=6	0,0094	1 доба
8	довгота	210	1-го типу n=1	0,013	1 доба
9	пеленг	250	2-го типу n=3	0,0088	2 доби
10	дистанція	250	1-го типу n=4	0,0088	2 доби
11	широта	250	1-го типу n=1	0,010	2 доби
12	довгота	250	2-го типу n=1	0,009	2 доби

Похибки визначення широти й довготи на тому ж інтервалі часу розподілені за змішаними законами обох типів. Це пояснюється тим, що координати судна розраховуються за навігаційними параметрами (псевдовідстаням) і похибкою результатів розрахунку, тобто координат, можуть мати розподіл, який відрізняється від нормальногого, що показав і аналіз третьої і четвертої вибірок.

Похибки вимірювання пеленга і дистанції, не кажучи про похибки широти й довготи, на більшому інтервалі часу (дoba і більше) підпорядковані змішаним законам розподілу, ступінь відмінності яких від нормальногого закону пропорційна інтервалу часу вимірювання серії значень навігаційного параметра.

Для восьми вибірок з 5-ї по 12-ту була проведена перевірка гіпотез про розподіл їх похибок за узагальненим законом Пуассона, для чого розраховувалося значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона для всіх значень істотного параметра  $c$ . Потім зробили порівняння для кожної із зазначених вибірок змішаний закон першого або другого типу з мінімальним значенням критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона й узагальнений закон Пуассона з істотним параметром  $c$ , який забезпечує мінімальне значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона, як показано в табл. 7.6.

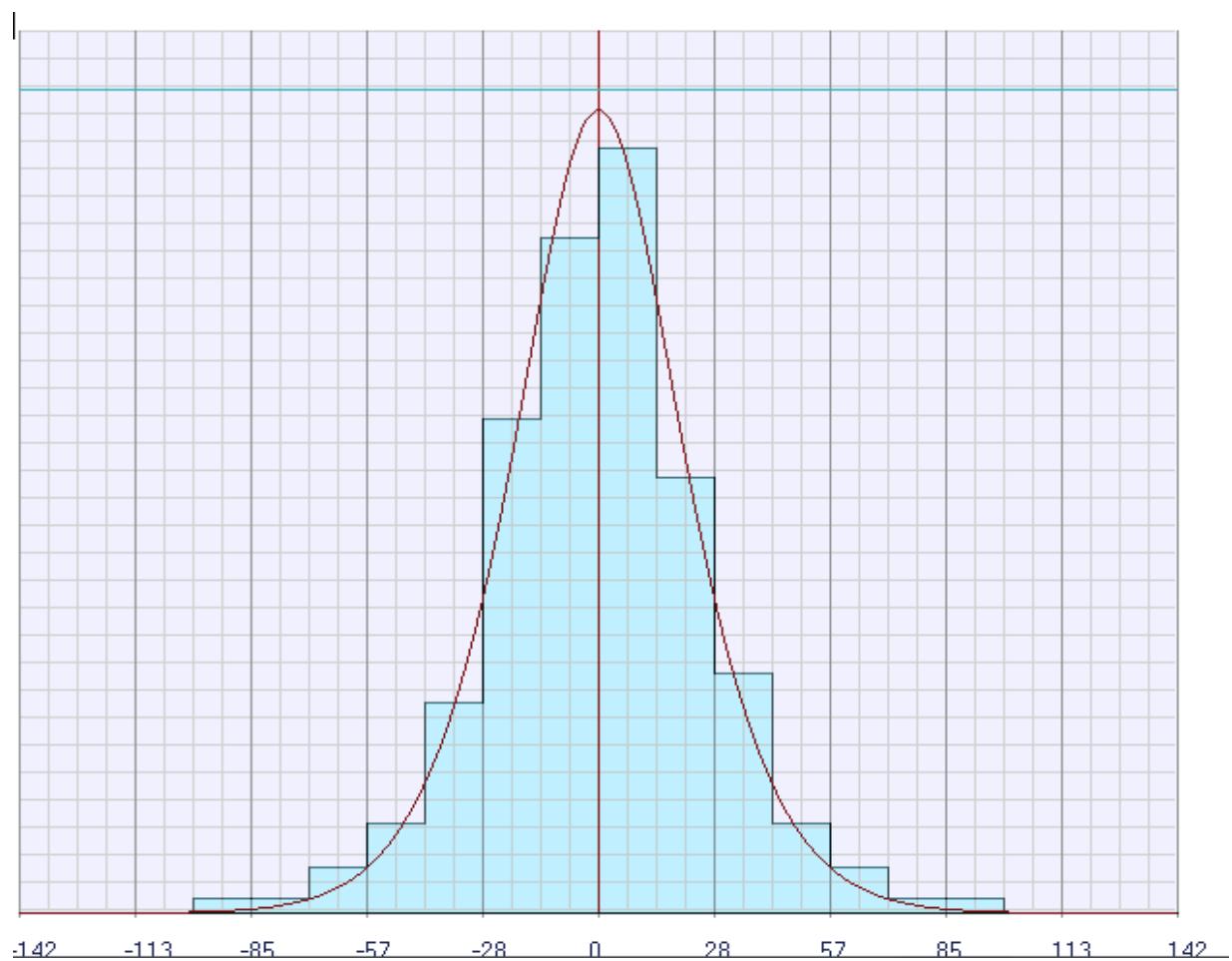
Аналіз заключної табл. 7.6 показує, що розглядувані вибірки з високим ступенем ймовірностей можуть бути описані як змішаними законами розподілу, так і узагальненим законом Пуассона. За інших однакових умов використання узагальненого закону Пуассона є кращим, тому що в разі залежних похибок ліній положення при узагальненому законі Пуассона систему залежних похибок можна перетворити у відповідну систему незалежних похибок.

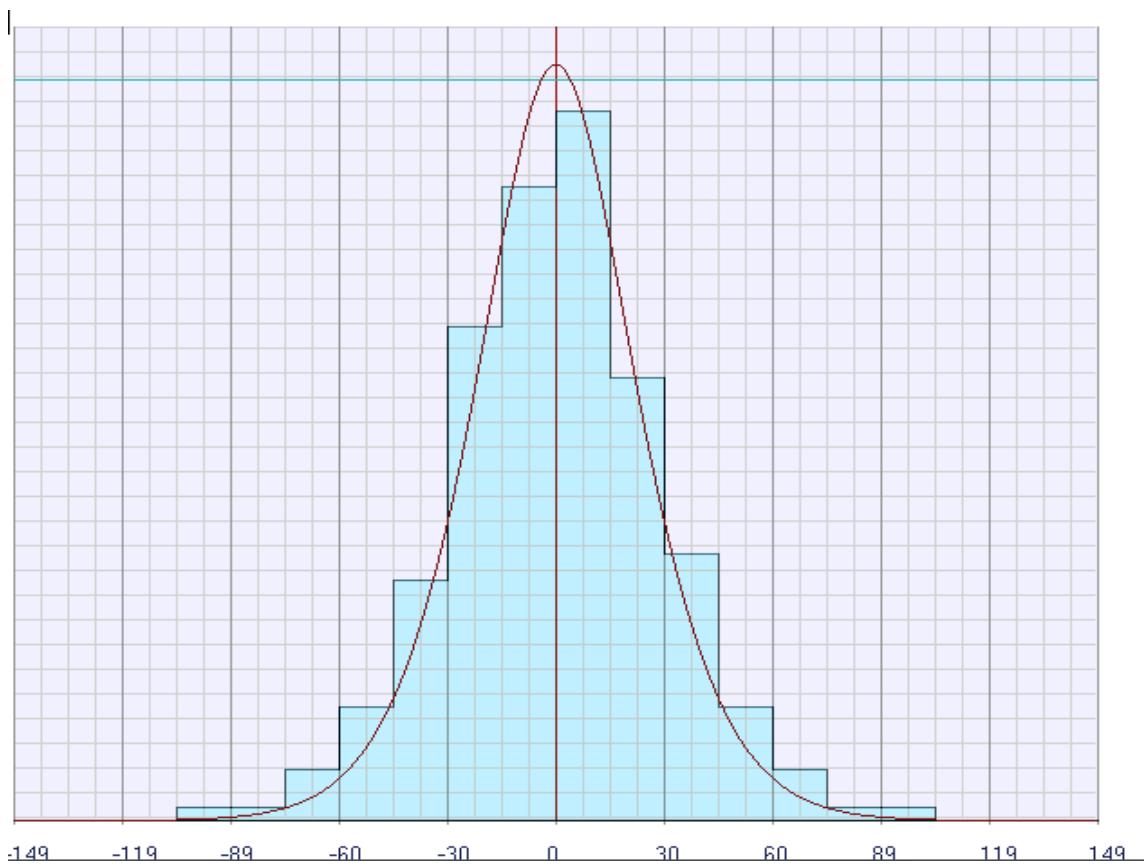
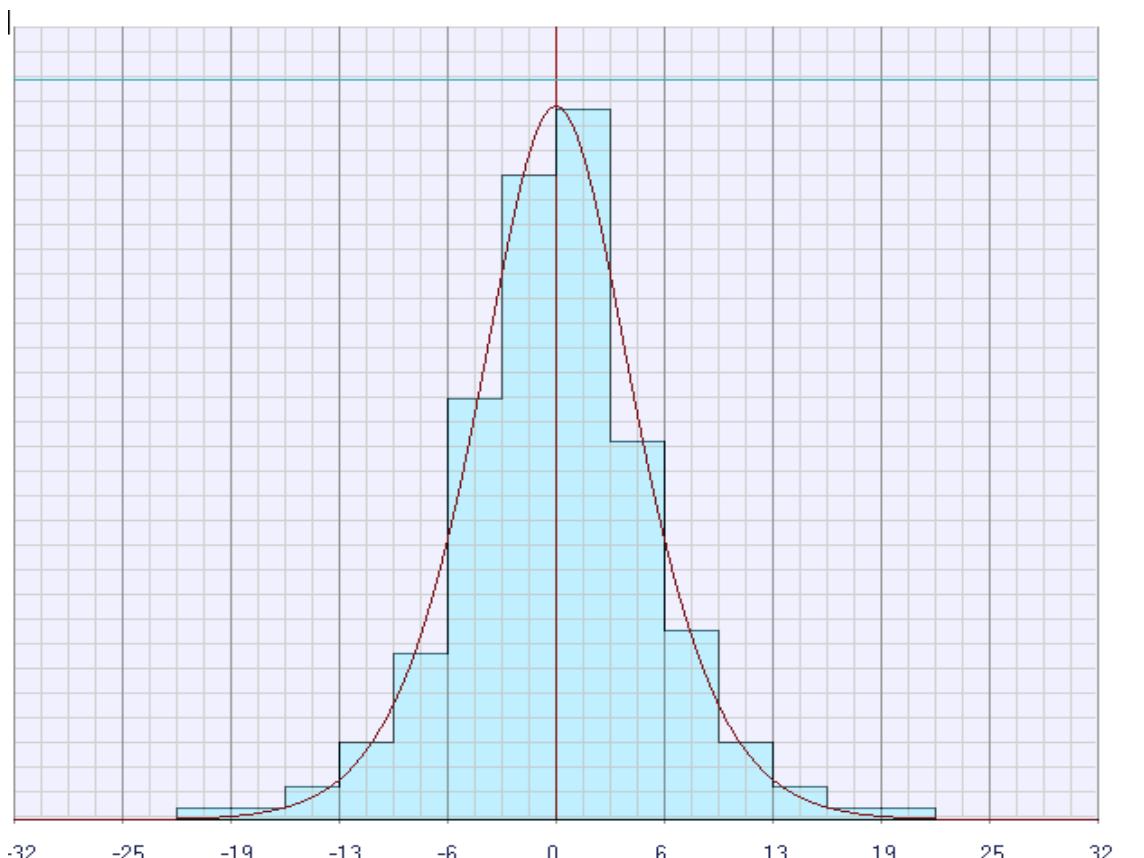
На закінчення підрозділу наведемо зображення кривих щільності розподілу узагальненого закону Пуассона й гістограми для 5-ї, 9-ї та 12-ї вибірок, показаних на рис. 7.2 – 7.4.

Таблиця 7.6

Порівняння змішаних законів з узагальненим Пуассонівським законом

N вибірки	Кількість членів	Закон розподілу	$\chi^2$	Пуассона $\chi^2$	Тривалість спостереження.
5	210	1-го типу $n=2$	0,0126	0,0255 $c=3,75$	1 доба
6	210	2-го типу $n=2$	0,0120	0,0167 $c=3,75$	1 доба
7	210	1-го типу $n=6$	0,0106	0,0100 $c=8,0$	1 доба
8	210	1-го типу $n=1$	0,014	0,1090 $c=3,75$	1 доба
9	250	2-го типу $n=3$	0,0095	0,0103 $c=4,00$	2 доби
10	250	2-го типу $n=3$	0,0095	0,0103 $c=4,25$	2 доби
11	250	1-го типу $n=1$	0,011	0,1067 $c=4,00$	2 доби
12	250	2-го типу $n=1$	0,0103	0,0393 $c=4,00$	2 доби

Рис. 7.2. Вибірка 5, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

Рис. 7.3. Вибірка 9, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$ Рис. 7.4. Вибірка 12, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$

У Додатку Д.2 показані зображення кривих щільності розподілу узагальненого закону Пуассона й гістограми для всіх восьми вибірок.

## 7.2. Імітаційне моделювання для оцінки ефективності обсервованих координат судна при змішаних розподілах похибок ліній положення

Для оцінки ефективності обсервованих координат, отриманих при надлишкових ЛП і розрахованих методом найменших квадратів проводилося імітаційне комп'ютерне моделювання. Причому розглядалися випадки, коли похибки ліній положення підпорядковувалися нормальному закону, а також змішаним законам першого й другого типу.

Імітаційне моделювання проводилося за наступним алгоритмом. Спочатку за обраним законом розподілу генерувалася вибірка похибок ЛП, що складається з 1000 членів. Розрахунок координат кожної обсервованої точки проводився за 8 лініями положення, причому елементи ЛП (переноси  $\tau_i$  і напрямки градієнтів  $\alpha_i$ ) задавалися відносно істинного місця судна. Тому переноси  $\tau_i$  ліній положення дорівнюють їх похибкам  $\xi_i$ . При імітаційному моделюванні напрямки градієнтів  $\alpha_i$  вибиралися рівними  $30^\circ, 75^\circ, 120^\circ, 165^\circ, 210^\circ, 255^\circ, 300^\circ$  і  $345^\circ$ . Використовуючи згенеровану вибірку, можна отримати 125 обсервованих точок, прирошення координат X і Y яких є проекціями векторіальної похибки, що дозволяє розрахувати коваріаційну матрицю векторіальної похибки обсервації. Формування 125 обсервованих точок повторювалося чотири рази, а їх отримані координати зберігалися, в результаті чого накопичувалася вибірка  $S_{500}$  координат векторіальної похибки чисельністю 500 значень похибки. За допомогою отриманої вибірки розрахувалися математичні сподівання  $M_X, M_Y$  і дисперсії  $D_X, D_Y$  проекцій X і Y векторіальної похибки. Імітаційною комп'ютерною програмою передбачено графічне відобра-

ження положень обсервованих точок відносно математичного сподівання, що дозволяє зробити візуальну оцінку їхнього розсіювання. Враховуючи, що векторіальна похибка визначається відносно істиного місця судна, при імітаційному моделюванні для оцінки ефективності обсервованих координат необхідно використовувати не дисперсії проекцій X і Y, а їх другі початкові моменти.

У комп'ютерній програмі імітаційного моделювання передбачено розрахунок обсервованих координат як методом найменших квадратів, так і методом максимальної правдоподібності. При імітаційному моделюванні середньоквадратичне відхилення ( $\sqrt{\mu_2}$ ) похибки лінії положення приймалося таким, що дорівнює 5.

Спочатку генерувалася вибірка  $S_{500}$  для похибок ЛП, розподілених за нормальним законом, причому координати обсервованих точок розраховувалися методом найменших квадратів. Для цього випадку другі початкові моменти складових векторіальної похибки виявилися такими, що дорівнюють  $a_{2xG} = 24,48$  і  $a_{2yG} = 0,8617$ , а другий початковий момент її модуля  $a_{2RG} = a_{2xG} + a_{2yG} = 25,86$ . На рис. 7.5 показані положення обсервованих точок відносно математичного сподівання, причому на даному рисунку, як і на наступних, максимальні значення координат розсіювання дорівнюють середньому квадратичному відхиленню (прийнятому при моделюванні значенню 5).

Для оцінки ефективності обсервованих координат судна розраховані методом найменших квадратів, похибки ліній положення яких підкоряються змішаним розподілом, генерувалися вибірки похибок ЛП за змішаним законом, а потім розраховувалися обсервовані координати методом найменших квадратів і формувалася вибірка  $S_{500}^{MNC}$  координат векторіальної похибки. Одночасно за значеннями тих же похибок проводився розрахунок обсервованих координат методом максимальної правдоподібності й формувалася вибірка

$S_{500}^{\text{ММП}}$  складових векторіальної похибки. За даними вибірками проводився розрахунок математичних сподівань, дисперсій і других початкових моментів  $a_{2x}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2y}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2x}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2y}^{\text{ММП}}$  складових X та Y векторіальної похибки. Потім обчислюються значення других початкових моментів  $a_{2R}^{\text{МНК}} = a_{2x}^{\text{МНК}} + a_{2y}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2R}^{\text{ММП}} = a_{2x}^{\text{ММП}} + a_{2y}^{\text{ММП}}$  отримані відповідно за використанні методу найменших квадратів і методу максимальної правдоподібності. Очевидно, при імітаційному моделюванні ефективність обсервованих координат  $e_{IM}$ , отриманих методом найменших квадратів, визначається відношенням других початкових моментів  $a_{2R}^{\text{ММП}}$  і  $a_{2R}^{\text{МНК}}$ , тобто  $e_{IM} = \frac{a_{2R}^{\text{ММП}}}{a_{2R}^{\text{МНК}}}$ . Значення ефективності  $e_{IM}$  порівнюються з відповідними значеннями ефективності  $e_T$ , розрахованими теоретично за аналітичними виразами, отриманими в роботі.

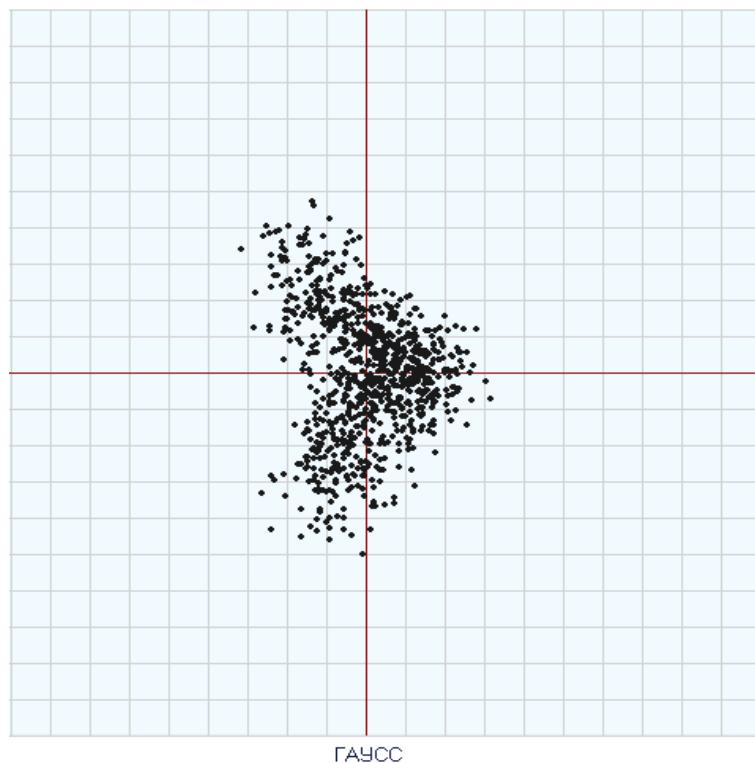


Рис. 7.5. Розподіл обсервованих точок при законі Гаусса

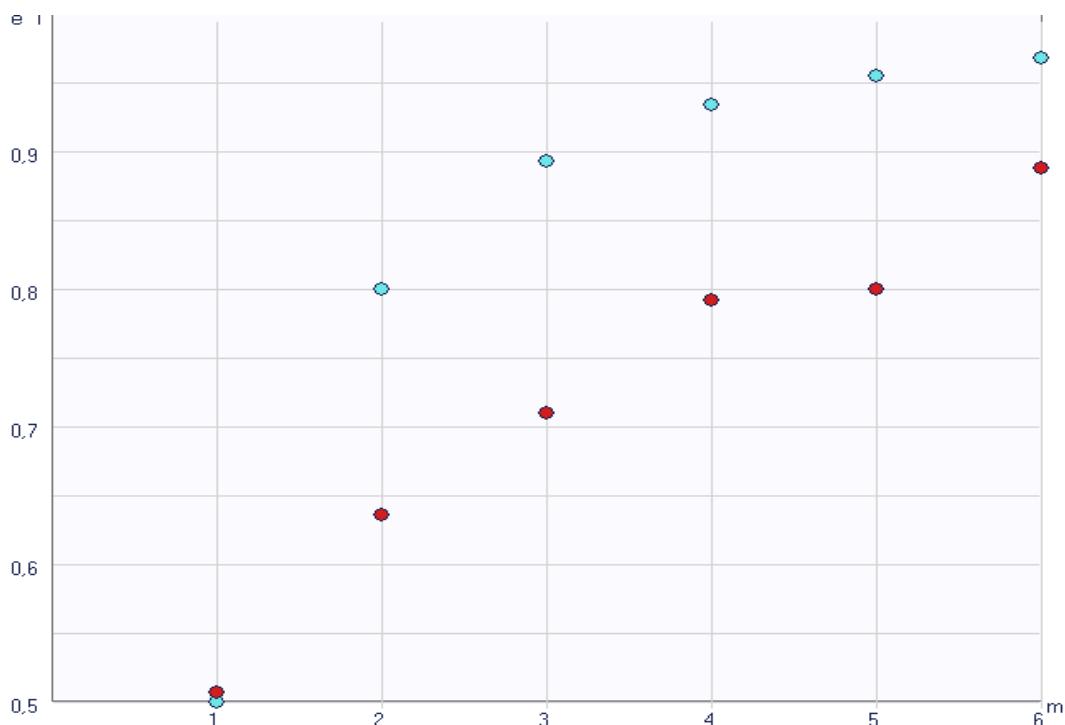
У Додатку Д.2 наведені результати імітаційного моделювання. Отримано значення ефективності  $e_{IM}^{(1)}$  в разі розподілу похибок ліній положення за змішаним законом першого типу, які співставлялися з розрахованими значеннями  $e_T^{(1)}$ , наведеними в табл. 7.7.

У табл. 7.7 і на рис. 7.6 показані залежності ефективності  $e_{IM}^{(1)}$ , отриманої при імітаційному моделюванні й  $e_T^{(1)}$ , розрахованої аналітично, від значення істотного параметра  $m$ .

Таблиця 7.7.

Ефективності  $e_T^{(1)}$  і  $e_{IM}^{(1)}$  змішаного розподілу першого типу

$m$	1	2	3	4	5	6
$e_T^{(1)}$	0,5	0,8	0,893	0,934	0,955	0,968
$e_{IM}^{(1)}$	0,507	0,636	0,710	0,792	0,8	0,888
$\delta e^{(1)} \%$	14	20,5	20,5	15,2	16,2	8

Рис. 7.6. Залежність ефективностей  $e_T^{(1)}$  і  $e_{IM}^{(1)}$  від параметра  $m$

На рис. 7.6 значення ефективності  $e_T^{(1)}$  показані світлими точками, а ефективності  $e_{IM}^{(1)}$  – темними точками. Аналіз табл. 7.7 і рис. 7.6 показує, що відсоткова розбіжність між ефективностями  $e_T^{(1)}$  і  $e_{IM}^{(1)}$  не перевищує 20,5%.

Для випадку розподілу похибок ліній положення за змішаним законом другого типу в додатку 14 також наведені результати імітаційного моделювання, причому значення ефективності  $e_{IM}^{(2)}$ , отримані при імітаційному моделюванні співставлялися з розрахованими значеннями  $e_T^{(2)}$ , які представлені в табл. 2.3 попереднього розділу. У табл. 7.8, 3.7 і на рис. 7.7, 3.4 показані залежності ефективності  $e_{IM}^{(2)}$  імітаційного моделювання і  $e_T^{(2)}$ , розрахованої аналітично, від значення істотного параметра  $m$ .

Таблиця 7.8.

Ефективності  $e_T^{(2)}$  і  $e_{IM}^{(2)}$  змішаного розподілу другого типу

$m$	1	2	3	4	5
$e_T^{(2)}$	0,7	0,857	0,917	0,945	0,962
$e_{IM}^{(2)}$	0,671	0,668	0,751	0,829	0,870
$\delta e^{(2)} \%$	4,1	22,0	18,1	12,3	9,6

Як показує аналіз табл. 7.8 і рис. 7.7, розбіжність між ефективностями  $e_T^{(2)}$  та  $e_{IM}^{(2)}$  у відсотковому відношенні менше ніж 22,0%. Проведене імітаційне моделювання показало хорошу збіжність оцінок ефективностей, розрахованих за аналітичними виразами й отриманих імітаційним моделюванням, що підтверджує коректність аналітичного методу оцінки ефективності обсервованих координат, розрахованих методом найменших квадратів.

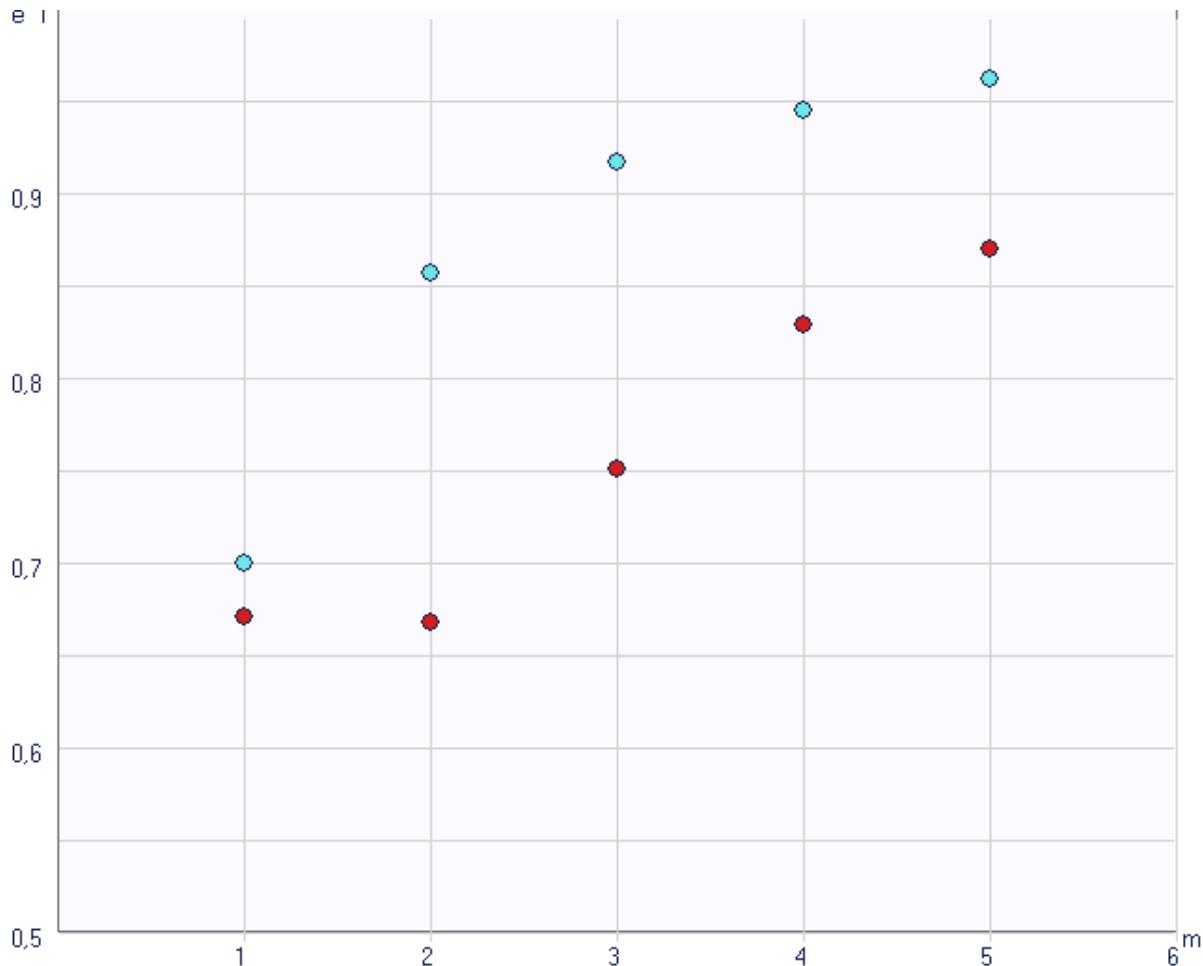


Рис. 7.7. Залежність ефективностей  $e_T^{(2)}$  і  $e_{IM}^{(2)}$  від параметра  $m$

У Додатку Д.1 крім розрахункових даних, наведені графічні відображення розсіювання обсервованих точок відносно математичного сподівання із за- значенням дисперсії модуля векторіальної похибки, отриманої при розрахунку методом найменших квадратів або методом максимальної правдоподібності. Тут як приклад на рис. 7.8 наведено розсіювання обсервованих точок, похибки ліній положення яких розподілені за змішаним законом другого типу з істотним параметром  $m = 2$ , причому розрахунок координат обсервованих точок проводився методом найменших квадратів, а на рис. 7.9 – методом мак- симальної правдоподібності.

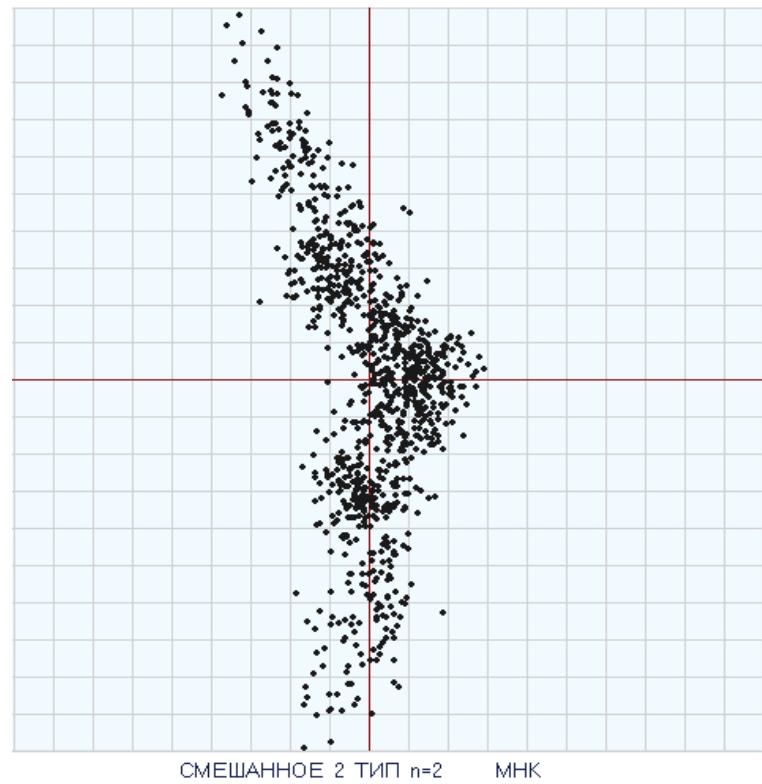


Рис. 7.8. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=2$

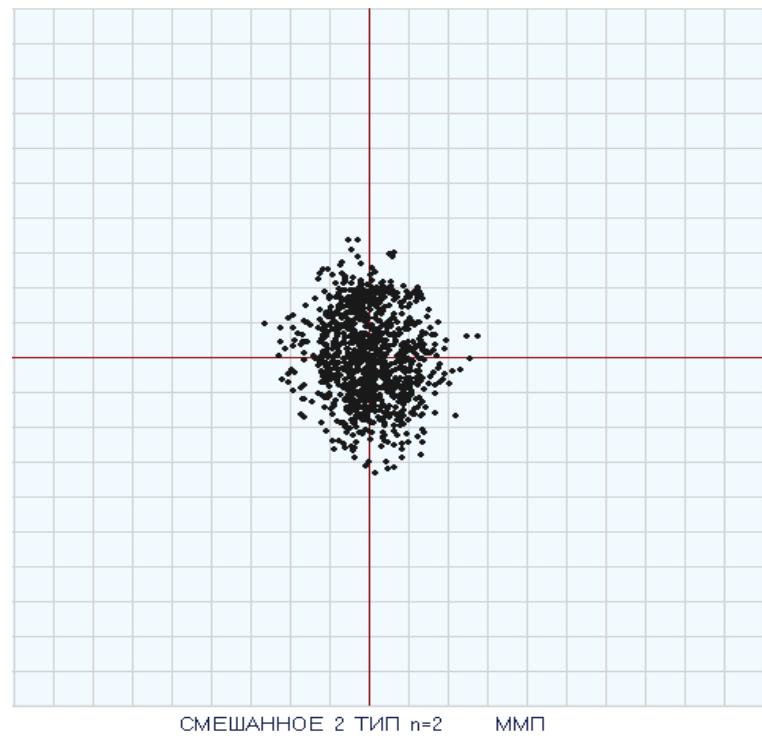


Рис. 7.9. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=2$

Порівняльна характеристика розсіювання обсервованих точок, координат яких розраховані МНК і ММП, представлена на рис. 7.10.

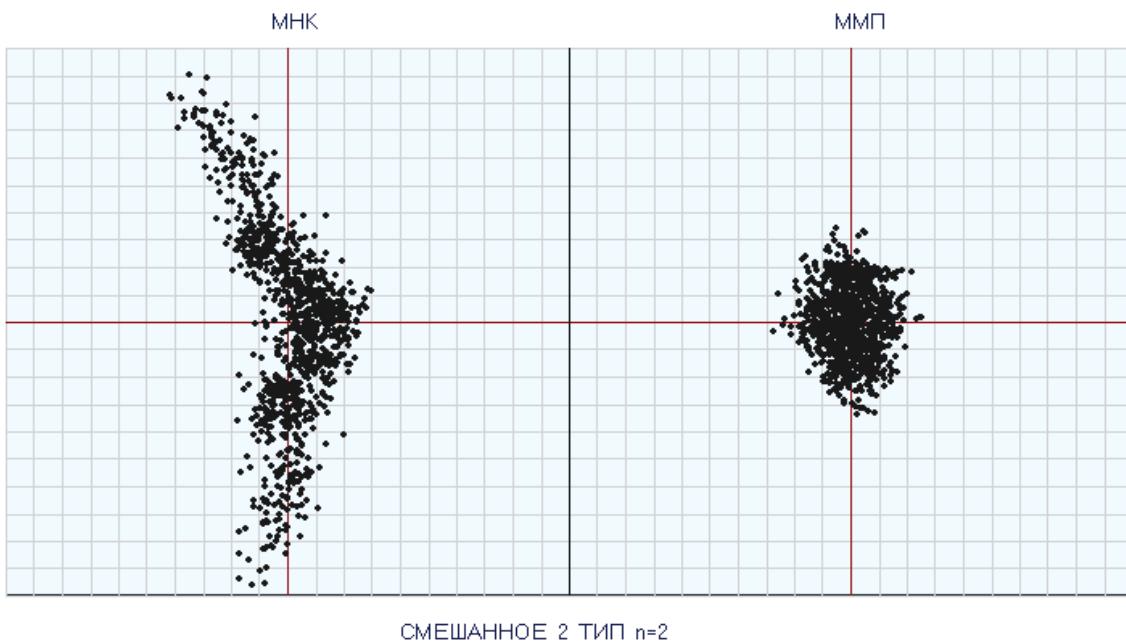


Рис. 7.10. Розсіювання обсервованих точок при  $m=2$ .

Таким чином, результати імітаційного моделювання підтвердили коректність аналітичних виразів оцінки ефективності обсервованих координат, розрахованих методом найменших квадратів при розподілі похибок ліній положення за змішаними законами обох типів.

### 7.3. Висновки за сьомим розділом

Розділ присвячено аналізу результатів натурних спостережень та імітаційного моделювання ефективності змішаних законів розподілу. Проведено перевірку статистичних гіпотез розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів за 12 вибірками. Як альтернативні гіпотези були розглянуті закон Гаусса, змішані закони першого й другого типу, а також узагальнений закон

Пуассона.

Наведено результати імітаційного моделювання для оцінювання ефективності обсервованих координат судна при змішаних розподілах похибок ліній положення. Для цього генерувалися вибірки похибок, які розподілені за змішаним законом, з урахуванням яких моделювалися обсервовані точки судна й визначалися векторіальні похибки. Розрахунокожної обсервованої точки проводився методом найменших квадратів і методом максимальної правдоподібності, що дозволило оцінити дисперсії векторіальних похибок для зазначених методів і, отже, ефективність методу найменших квадратів.

## ВИСНОВКИ

**1. Оцінка стану питання.** Проблема підвищення безаварійності судноводіння є однією з найбільш важливих, оскільки глибоке її дослідження зменшує кількість аварійних випадків, покращує охорону людського життя на морі та знижує шкоду навколошньому середовищу й майну.

У стиснених водах навігаційні перешкоди та інтенсивне судноплавство ускладнюють плавання морських суден, створюючи передумови для виникнення аварійних навігаційних ситуацій, що знижує надійність судноводіння. Для забезпечення належного рівня надійності судноводіння слід виявити суттєві чинники її залежності та розробити заходи щодо зниження їх негативного впливу, що потребує розробки методів кількісної оцінки надійності судноводіння та способів забезпечення її належного рівня.

Вказані обставини обумовлюють актуальність і перспективність розробки способів оцінювання надійності судноводіння та її покращення.

**2. Формулювання розв'язаного наукового завдання, його значення для науки й практики.** У результаті розв'язання головного наукового завдання розроблено теоретичні засади та методологічне забезпечення оцінки надійності судноводіння та її підвищення способами мінімізації векторіальних позиційних похибок та траекторних похибок керування, які відрізняються використанням розроблених алгоритмів визначення ефективних координат судна за наявності надмірних вимірювань, що базуються на ортогональному розкладанні густини розподілу їхніх похибок та адекватних прогностичних моделей повороту судна.

Наукові положення обґрунтовані **науковими результатами**.

**Вперше:**

- розроблено спосіб оцінки ефективних обсервованих координат судна за допомоги методу максимальної правдоподібності за наявності надмірних вимірювань, похибки яких не підкоряються нормальному закону розподілу, для

забезпечення максимальної точності визначення місця судна;

- синтезовано процедуру комп'ютерного імітаційного моделювання оцінки ефективності обсервованих координат судна, розрахованих методом найменших квадратів за допомоги генерування надмірних вимірювань, похибки яких розподілені за змішаними законами першого та другого типу, для підтвердження коректності запропонованих теоретичних методів оцінки ефективності обсервованих координат;

- запропоновано й розроблено універсальний метод стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань із використанням ортогонального розкладання їхньої щільності розподілу для розрахунку обсервованих координат судна за загальним алгоритмом незалежно від закону розподілу похибок вимірювань;

- розроблено метод кількісної оцінки надійності судноводіння шляхом використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій і розроблених математичних моделей для визначення априорної вірогідності проведення судна стислим маршрутом;

- запропоновано методи априорної оцінки вірогідності безпечної плавання судна стислим районом застосуванням векторіальних позиційних похибок і траєкторних похибок управління для мінімізації ризику виникнення навігаційної аварії;

- досліджено вплив динамічної моделі обертального руху судна, що використана для прогнозу його повороту, на величину векторіальної траєкторної похибки управління шляхом аналізу запропонованих моделей для мінімізації траєкторної похибки;

***Одержанали подальший розвиток*** методи застосування електронних карт шляхом використання розробленого методу оцінки априорної вірогідності безпечної плавання судна стислим маршрутом для вибору безпечної траєкторії руху судна.

**3. Висновки й рекомендації щодо наукового та практичного використання отриманих результатів.** Основні теоретичні й практичні результати,

отримані в дисертації, можуть бути упроваджені на судна в процесі експлуатації, а також використані розробниками суднових навігаційних інформаційних систем. Практична цінність результатів дисертаційної роботи полягає в тому, що теоретичні результати й програми, одержані в роботі, можуть бути застосовані під час навчання й для підвищення кваліфікації судноводіїв.

**4. Якісні та кількісні показники отриманих результатів.** Якісним показником отриманих результатів дисертаційної роботи є можливість підвищення рівня надійності судноводіння шляхом зниження навігаційної аварійності в результаті використання пропонованих в роботі заходів. Кількісним показником є мінімізація інтенсивностей випадкових потоків навігаційних аварій під час плавання суден в стиснених районах.

**5. Обґрунтування достовірності отриманих результатів.**

Коректна розробка математичних моделей та їх застосування, проведені експерименти та матеріали, які одержані при імітаційному моделюванні отриманих теоретичних результатів дослідження, підтвердили достовірність результатів дисертаційної роботи.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бурмака И.А. Управление судами в ситуации опасного сближения / И.А Бурмака., Э.Н Пятаков., А.Ю. Булгаков – LAP LAMBERT Academic Publishing, – Саарбрюккен (Германия), – 2016. – 585 с.
2. Сазонов А. Е. Автоматизация судовождения / Сазонов А. Е., Родионов А. А. – М.: Транспорт, 1977. 208 с.
3. Куликов А. М. Оптимальное управление расхождением судов / Куликов А. М., Поддубный В. В. // Судостроение. – 1984. – № 12. – С. 22-24.
4. Lisovski I. A Differential Game Model of Ship Control Process/ Lisovski I. //Link. Sei. and Appl. Automat. Contr. – Helsinki. – 1978, – Vol.2.– P.1557-1603.
5. Фрейдзон И. Р. Моделирование корабельных систем управления / Фрейдзон И. Р. – Л.: Судостроение, 1975. – 232 с.
6. Кудряшов В. Е. Синтез алгоритмов безопасного управления судном при расхождении с несколькими объектами / Кудряшов В. Е. // Судостроение. – 1978.– №5. – С. 35-40.
7. Кудряшов В. Е. Математическая модель процесса расхождения нескольких управляемых объектов / Кудряшов В. Е. // Известия ЛЭТИ. – 1976. – № 206. – С. 15-19.
8. Цаллагов Х.-Б.Н. Безопасное расхождение судов при централизованном автоматизированном управлении / Цаллагов Х.-Б.Н./ Завданьи автоматизации управления движением судов в районах интенсивного судоходства. – М.: Ин-т Проблем Управления, 1983. – С. 29-39.
9. Георгизон Е. Б. Сравнительный анализ алгоритмов расхождения судов / Георгизон Е. Б., Цаллагов Х.-Б. Н./ Теоретические вопросы построения АСУ крупнотоннажными транспортными судами. – М.: Наука, 1978. – С. 93-101.
10. Бинай Кумар Синх. Выбор предельно-допустимой дистанции кратчайшего сближения / Бинай Кумар Синх // Судовождение. – 2001. – № 3. – С. 38 – 42.

11. Бинай Кумар Синх. Области взаимных обязанностей судов / Бинай Кумар Синх // Судовождение. – 2000. – № 2. – С. 121 – 125.
12. Степаненко В.В. К вопросу отображения ситуации расхождения судов / Степаненко В.В. // Судовождение. – № 4. – 2002. – С. 101 – 106.
13. Степаненко В. В. Формализация контроля текущей ситуации и принятия решений по управлению ею / Степаненко В. В.// Судовождение. – 2001. – № 3. – С. 177– 185.
14. Павлов В.В. Начала теории эргатических систем/ Павлов В.В. – Киев: Наукова думка, 1975. – 240 с.
15. Павлов В.В. Инвариантность и автономность нелинейных систем управления/ Павлов В.В. – Киев: Наукова думка, 1971. – 272 с.
16. Цымбал Н.Н. Метод формирования множества безопасных маневров расхождения судов / Цымбал Н.Н. // Тезисы докладов на III международной научно-технической конференции «Живучесть корабля и безопасность на море». – Севастополь. – 2005. – С. 91-94.
17. Цымбал Н.Н. Перспективы использования современных технических средств для управления судами в стесненных условиях плавания / Цымбал Н.Н.// V Международная научно-техническая конференция «Гиротехнологии, навигация и управление движением». – Сборник докладов. – Киев. – 2005. – С. 301– 304.
18. Богачук Ю.П., Положенцев И.А. Эргатическая система управления групповым движением судов/Богачук Ю.П., Положенцев И.А./ Кибернетика и вычислительная техника. – 1984. – № 61. – С. 20-23.
19. Шептуха Ю.М. Некоторые вопросы постановки задачи синтеза систем управления движением судна в условиях конфликта / Шептуха Ю.М. // Кибернетика и вычислительная техника. – 1984. – № 61. – С. 44-48.
20. Мальцев А. С. Маневрирование судов при расхождении / Мальцев А.С. – Одесса: Морской тренажерный центр, 2002. – 208 с.
21. Мальцев А.С. Выбор оптимального курса для расхождения судов при криволинейном движении / Мальцев А.С., Май Ба Линь // Судовождение. –

№7. – 2004. – С. 47 – 57.

22. Цымбал Н.Н. Учет ограничений МППСС-72 при выборе маневра расхождения судов / Цымбал Н.Н., Бужбецкий Р.Ю. // Судовождение. – 2006. – № 11. – С.134 – 138.

23. Цымбал Н.Н. Перспективные системы предупреждения столкновений судов и принципы их разработки /Цымбал Н.Н./ Материалы I международной научно-практической конференции «Науковий потенціал світу 2004». – том 60. – Днепропетровск. – Наука і освіта, 2004. – С. 44-45.

24. Петриченко Е.А. Описание навигационных опасностей в завданье расхождения судов / Петриченко Е.А. // Судовождение. – 2002. – №5. – С. 89–95.

25. Петриченко Е.А. Учет линейной навигационной опасности при расхождении судов / Петриченко Е.А. // Автоматизация судовых технических средств. – 2003. – №8. – С. 72-76.

26. Петриченко Е.А. Вывод условия существования множества допустимых маневров расхождения с учетом навигационных опасностей / Петриченко Е.А. // Судовождение. – 2003. – №.6. – С. 103-107.

27. Hornauer S. Trajectory Planning with Negotiation for Maritime Collision Avoidance / Hornauer S., Hahn A., Blaich M., Reuter J. // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, 2015, page 335-341.

28. Бурмака А.И. Разработка стратегии расхождения судов в ситуации чрезмерного сближения / Бурмака А.И. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2012 – С. 32-35.

29. Бурмака А.И. Учет угловой скорости судна при расчете параметров маневра расхождения в ситуации чрезмерного сближения/ Бурмака А.И. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 21. – Одесса: «ИздатИнформ», 2012 – С. 38-41.

30. Сафин И.В. Анализ результатов имитационного моделирования процесса расхождения судов / Сафин И.В. // Судовождение. – №6 – 2003. – С.

31. Сафин И.В. Оптимизация маневров для безопасного расхождения судов: автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.22.16 «Судовождение»/ Сафин И.В. – Одесса, 2004.–23 с.
32. Сафин И. В. Условия существования безопасных маневров расхождения / Сафин И. В. // Судовождение. – 2001. – № 3. – С. 158 – 163.
33. Сафин И.В. Расчет граничных значений параметров множества допустимых маневров расхождения / Сафин И.В. // Судовождение. – №4. – 2002. – С. 95 – 100.
34. Сафин И.В. Выбор оптимального маневра расхождения / Сафин И.В. // Автоматизация судовых технических средств. – №7. – 2002. – С. 115-120.
35. Бурмака И.А. Экстренная стратегия расхождения при чрезмерном сближении судов / Бурмака И.А., Бурмака А. И., Бужбецкий Р.Ю. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 202 с.
36. Xu X. Modeling of Ship Collision Risk Index Based on Complex Plane and Its Realization/ Xu X., Geng X., Wen Y.Q.//TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 10, No. 2, 2016, page 251-256.
37. Бурмака И.А. Расчет длительности поворота судна при расхождении / Бурмака И.А. // Автоматизация судовых технических средств. – 2002. – №7. – С. 3– 6.
38. Бурмака И.А. Учет динамики судна при выборе маневра расхождения / Бурмака И.А. // Судовождение. – 2002. – №4. – С. 32– 36.
39. Бурмака И.А. Применение численных методов для расчета времени начала уклонения судна при расхождении / Бурмака И.А. // Судовождение. – 2003. – № 6. – С. 27-31.
40. Бурмака И.А. Учет инерционности судна при расчете момента времени завершения маневра расхождения / Бурмака И.А. // Судовождение. – № 5. – 2002. – С. 13 – 21.
41. Бурмака И.А. Безопасное расхождение судов с учетом их инерцион-

ности: автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.22.16 «Судовождение» / Бурмака И.А.– Одесса, 2004. – 22 с.

42. Бурмака И.А. Результаты имитационного моделирования процесса расхождения судов с учетом их динамики / Бурмака И.А. // Судовождение. – 2005. – №10. – С. 21 – 25.

43. Бурмака И.А. Расчет характеристик поворотливости судна по экспериментальным данным / Бурмака И.А. // Судовождение. – 2005. – № 9. – С. 7–13.

44. Hung Iran Viet. Nihon kokai gakkai ronbunshu / Hung Iran Viet, Hagiwara Hideki, Tamaru Hitoi. // J. Jap. Inst. Navig. 2007. 117, с 35—42.

45. Бурмака И.А. Определение параметров динамической модели поворотливости судна по натурным наблюдениям / Бурмака И.А., Бурмака А.И. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 19. – Одесса: Феникс, 2011 – С. 24-27.

46. Вагушенко Л.Л. Расхождение с судами смещением на параллельную линию пути / Л.Л. Вагушенко. – Одесса: Фенікс, 2013. – 180 с.

47. Пятаков Э.Н. Взаимодействие судов при расхождении для предупреждения столкновения / Пятаков Э.Н., Бужбецкий Р.Ю., Бурмака И.А., Булгаков А.Ю. – Херсон: Гринь Д.С., 2015.-312 с.

48. Statheros Thomas. Autonomous ship collision avoidance navigation concepts, technologies and techniques / Statheros Thomas, Howells Gareth, McDonald-Maier Klaus. // J. Navig. 2008. 61, № 1, p. 129-142.

49. Якушев, А. О. Зависимость размеров судовой безопасной области от плотности распределения вероятностей позиционной погрешностей / Якушев А.О. // Водный транспорт. – 2014. – №2 (20).– С. 84 – 88.

50. Якушев, А. О. Выбор формы безопасной области, обеспечивающей минимальное уклонение судна при расхождении / Якушев А.О., Пятаков Э.Н. // Автоматизация судовых технических средств. – 2015. – № 21. – С. 77 – 81.

51. Lisowski J. Safety of navigation based – mathematical models of game ship control/ Lisowski J. // Journal of Shanghai Maritime University. – 2004. – No

104, Vol. 25. – P. 65 – 74.

52. Lisowski J. Dynamic games methods in navigator decision support system for safety navigation/ Lisowski J. // Advances in Safety and Reliability. – 2005. – Vol. 2. – London-Singapore, Balkema Publishers. – P. 1285-1292.

53. Lisowski J. Game and computational intelligence decision making algorithms for avoiding collision at sea/ Lisowski J. // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Technologies for Homeland Security and Safety. – 2005. – Gdańsk. – P. 71-78.

54. Lisowski J. Game control methods in navigator decision support system/ Lisowski J. // The Archives of Transport. – 2005. – No 3-4, Vol. XVII. – P. 133-147.

55. Волков А.Н. Отображение зоны безопасности судна на электронной карте // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 23. – Одесса: «ИздатИнформ», 2013, – С 40 – 45.

56. Волков А.Н. Формирование безопасной области в судовых системах навигационной информации / Волков А.Н. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2013. № 4. – С 52 – 56.

57. Lisowski J. Game Strategies of Ship in the Collision Situations/ J. Lisowski//TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 8, № 1, 2014, page 69-77.

58. Kimura Masafumi. Nihon kokai gakkai ronbunshu / Kimura Masafumi, Suzuki Saburo // J. Jap. Inst. Navig. 2005. 112, p. 43-48.

59. J. Lisowski. Analysis of Methods of Determining the Safe Ship Trajectory/ J. Lisowski// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 10, № 2, 2016, page 376-381.

60. L. Yongqing. Wuhan ligong daxue xuebao. Jiaotong kexue yu gongcheng ban/ L. Yongqing // J. Wuhan Univ. Technol. Transp. Sci. and Eng. 2004. 28, №5, p. 752 – 754.

61. Liu Yu-hong. Zhongguo hanghai/ Liu Yu-hong, Hu Shen-ping // Navig. China. 2005, №4, p. 40-45.

62. Kim D. Ship Collision Avoidance by Distributed Tabu Search/ Kim D.,

Hirayama K., Okimoto T. // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 1, page 23-29, 2015.

63. Копанский С. В. Графический способ оценки значения ситуационного возмущения / Копанский С. В., Волков Е. Л.// Автоматизация судовых технических средств. – 2016. – № 22. – С. 67 – 61.

64. Kao Sheng-Long. A fuzzy logic method for collision avoidance in vessel traffic service / Kao Sheng-Long, Lee Kuo-Tien, Chang Ki-Yin, Ko Min-Der// J. Navig., 2007. 60, № 1, p. 17-31.

65. Булгаков А.Ю. Использование опасной области курсов двух судов для выбора допустимого маневра расхождения/ Булгаков А.Ю// Водный транспорт. – 2014. №2 (20).– С. 12 – 17.

66. Булгаков А.Ю. Маневр расхождения трех судов с изменением их курсов / Булгаков А.Ю., Алексейчук Б.М..// Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. №1 . – С. 75 – 81.

67. Бурмака И.А. Маневр расхождения трех судов изменением курсов/ Бурмака И.А, Булгаков А.Ю. // Автоматизация судовых технических средств. – 2014. – № 20. – С. 18 – 23.

68. Бурмака И.А. Управление группы судов в ситуации опасного сближения / Бурмака И.А, Булгаков А.Ю. // Вестник Государственного университета морского и речного флота им.адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург.– 2014. – выпуск 6 (28). – С. 9 – 13.

69. Бурмака И.А. Выбор оптимального вектора управления судами изменением курсов для безопасного расхождения / Бурмака И.А, Булгаков А.Ю. // Автоматизация судовых технических средств. – 2015. – № 21. – С. 29– 33.

70. Кулаков М. А. Использование областей опасных скоростей для выбора маневра расхождения судов/ Кулаков М. А., Калиниченко Г.Е., Петриченко Е. А. // Автоматизация судовых технических средств. – 2016. – № 22. – С. 62 – 65.

71. Булгаков А.Ю. Выбор маневра расхождения судов изменением курсов в системах управления движением судов/ Булгаков А.Ю., Пятаков Э.Н// Про-

блеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. №4 . – С 153 – 164.

72. Бурмака И.А. Условие существования множества маневров расхождения судов изменением скоростей/ Бурмака И.А. // Судовождение: Сб. научн. трудов ОНМА, – 2017. – Вып. 27. – С. 32 – 37.

73. Бурмака И.А. Выбор безопасного курса судна с учетом его инерционности при использовании областей опасных курсов/ Бурмака И.А.// Автоматизация судовых технических средств. – 2016. – № 22. – С. 17 – 21.

74. Пятаков Э. Н. Формирование системы бинарной координации судов с учетом закона необходимого разнообразия Эшби /Пятаков Э. Н./ Автоматизация судовых технических средств. – 2016. – № 22. – С. 75 – 78.

75. Кулаков М. А. Процедура определения маневра расхождения изменением скоростей судов/ Кулаков М. А. // Судовождение: Сб. научн. трудов/ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 – С. 112 – 119.

76. Lisowsky J. The Safe Control Sensitivity Functions in Matrix Game of Ships /Lisowsky J./ TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 12, No. 3, page. 527-532, 2018.

77. Бурмака И.А. Управление парой судов в ситуации опасного сближения/ Бурмака И.А., Калиниченко Г. Е., Кулаков М. А./ Вестник Государственного университета морского и речного флота им.адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург.– 2016. – выпуск 3 (37). – С. 64 – 71.

78. Lazarowska A. Multi-criteria ACO-based Algorithm for Ship's Trajectory Planning/ Lazarowska A./ TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, page. 31-36, 2017.

79. Пятаков Э. Н. Синтез системы бинарной координации при расхождении судов/ Пятаков Э. Н., Копанский С. В., Волков Е.Л. // Вестник Государственного университета морского и речного флота им.адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург. – 2016. – выпуск 4 (38). – С. 23 – 28.

80. Бурмака И.А. Предупреждение столкновений судов методами внешнего управления процессом расхождения / Бурмака И.А., Калиниченко Г.Е., Кулаков М.А. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical

Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.– С. 56 – 60.

81. Вагущенко Л.Л. Судовые навигационно-информационные системы/ Вагущенко Л.Л. – Одесса: Феникс, 2004. – 302 с.
82. Грауэр Л. В. Синтез закона управления морским подвижным объектом для решения задачи динамического позиционирования / Грауэр Л. В., Лопарев А. В. Навигация и управление движением: Материалы 8-й Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, 11-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня – 31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006. СПб: ЦНИИ "Электроприбор". 2007, с. 137-143.
83. Кондратьев С. И. Определение параметров движения судна при изменении курса / Кондратьев С. И. – Новороссийск, 1996.– 6 с. – Рус. – Деп. У В/О «Мортехинформреклама» 26.04.96, № 1299 – МФ96.
84. Богданов В. П. Синергетика и нейросетевые системы управления курсом судна / Богданов В. П., Виткалов Я. Л., Глушков С. В., Потапов А. С. и др. – Питер. – 2006, 205 с.
85. Стебновский О.В. Формирование переходной траектории поворота судна / Стебновский О.В.// Автоматизация судовых технических средств. – 2010. – № 16. – С.92-95.
86. Чапчай Е.П. Учет времени перекладки пера руля при повороте судна/ Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2005. – № 9. – С. 110 – 113.
87. Чапчай Е.П. Экспериментальное исследование моделей поворотливости судна / Чапчай Е.П. // Судовождение. – 2006. – № 11. – С. 139 – 142.
88. Кондратьев С. И. Выбор последовательности маневров / Кондратьев С. И. – Новороссийск, 1996. – 7 с. – Рус. – Деп. У В/О «Мортехинформреклама» 26.04.96, № 1298 – МФ96.
89. Бродский Е. Л. Комплексирование и интеграционные процессы в информационных системах связи и местоопределения подвижных объектов речных региональных структур "Речные информационные службы" /Бродский Е. Л., Сикарев А. А. // Науком. технол.– 2003. – 4, № 8, с. 13-19.
90. M. Ljacki. Intelligent Prediction of Ship Maneuvering / M. Ljacki //

TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 10, № 3, page 511-516, 2016.

91. K. Benedict. Simulation Augmented Manoeuvring Design and Monitoring – a New Method for Advanced Ship Handling/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Schaub, M. Baldauf , S. Klaes// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 8, № 1, page 131-141, 2014.

92. Бондарев В. А. Об устойчивости движения судна по криволинейной траектории / Бондарев В. А., Стригин А. Г., Ярков И. А. // Пробл. активиз. науч.-техн. деят-сти в эксклав. регионе России: 2 Обл. науч.– практ. конф., посвящ. 50-летию Калинингр. обл., Калининград. 4 июня, 1996, Тез. докл. – Калининград. -1996. – С. 7-12.

93. Сатаев В. В. Разработка адаптивных алгоритмов работы интеллектуального авторулевого, использующих динамические особенности неустойчивых на курсе судов: автореф. дис. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук: Волок., гос. акад. водн. трансп./ Сатаев В. В. – Нижний Новгород, 2001.– 23 с.

94. Шпекторов А. Г. Стабилизация скоростного судна на заданном маршруте / Шпекторов А. Г., Зуев В. А. // Гирокопия и навигация.– 2002. – № 3, с. 143-144.

95. Клячко Л. М. Способы автоматического управления судном при наличии приемника СНС и носового подруливающего устройства / Клячко Л. М., Острецов Г. Э. // Судостроение (Санкт-Петербург). – 2004. – № 1. – С. 48-49.

96. Юдин Ю.И. Маневренные характеристики судна как функции параметров его математической модели / Юдин Ю. И., Позняков С. И// Вестн. МГТУ (Мурманск). 2006. 9, № 2, с. 234-240.

97. Гуцма С. Ф. Моделирование движения судна по каналу / Гуцма С. Ф. // Пробл. активиз. науч.-техн. деят-сти в эксклав. регионе России: 2 Обл. науч.-практ. конф., посвящ. 50-летию Калинингр. обл., Калининград. 4 июня, 1996: Тез. докл.— Калининград. – 1996. – С. 9-10.

98. Лентарёв А. А. Статистическое моделирование движения судов по фарватеру /Лентарёв А. А., Ульюков А. Ю. //Вестн. Мор. гос. ун-та. 2005, № 9, с. 78-83.
99. Ince A.N. Modelling and simulation for safe and efficient navigation in narrow waterways / Ince A.N., Topuz E.J. // Navigation. – 2004. – 57, № 1. – P. 53-71.
100. Вагущенко Л.Л. Бортовые автоматизированные системы контроля мореходности / Вагущенко Л.Л., Вагущенко А.Л., Заичко С.И – Одесса: Феникс, 2005. – 274 с.
101. Zhu M. Parameter Identification of Ship Maneuvering Models Using Recursive Least Square Method Based on Support Vector Machines/Zhu M., Hahn A., Wen Y.Q., Bolles A.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, page 23-29, 2017.
102. Пат. 2224279 Россия, МПК7 G 05 D 1/00, В 63 Н 25/04. Устройство управления продольным движением судна / Бородин Ю.И., Довгоброд Г. М., Клячко Л.М. – № 2002129032/28; заявл. 30.10.2002; опубл. 20.02.2004.
103. Дмитриев С.П. Обоснование возможности использования линейно-квадратичного подхода при стабилизации судна на траектории/Дмитриев С.П., Пелевин А.Е. // Гирокопия и навигация. – 1997. – № 4. – С. 65-82.
104. Artyszuk J. Inherent Properties of Ship Manoeuvring Linear Models in View of the Full-mission Model Adjustment/Artyszuk J.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 10, No. 4, page 595-604, 2016.
105. Сахаров В. В. Алгебраический метод синтеза корректирующих устройств системы управления динамическим объектом / Сахаров В. В., Каск Я. Н., Николаев В. В. // С.-Петербург, ун-т вод. коммуникаций. Инф. поддержка систем контроля и упр. на трансп.: Сб. науч. тр. – СПб. – 1998.– с. 15-21.
106. Nguyen Due-Hung. Designs of self-tuning control systems for ships /

Nguyen Due-Hung, Park Jin-Seok, Ohtsu Kohei. // Nihon kokai gakkai ronbunshu. – J. Jap. Inst. Navig.— 1998.— № 99. – P. 235 – 245.

107. Ohtsu K. New look at a ship handling maneuver / Ohtsu K. // Nihon kokai gakkaiishi-Navigation.— 1997.— № 134. – P. 38 – 46.

108. Senda Shoichi. Study on the characteristics of ship-handling on passing fairway / Senda Shoichi, Kobayashi Hiroaki, Mizuno Hiroyuki, Arai Shiro. // Nihon kokai gakkai ronbun-shu – J. Jap. Inst. Navig. – 2000. – №102. -P. 301 – 308.

109. Ahmed Y.A. Consistently Trained Artificial Neural Network for Automatic Ship Berthing Control/ Ahmed Y.A., Hasegawa K. // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, page 417-426, 2015.

110. Лукомский Ю.А. Общие закономерности и специфические особенности в математических моделях морских подвижных объектов/ Лукомский Ю. А., Стариченков А. Л. // Гирокопия и навигация. – 1997. – № 2. – С. 44-52.

111. Оськин Д.А. Система управления морским судном с использованием нейросетевой идентификационной модели / Оськин Д.А. // Вестн. Мор. гос. ун-та. 2008, № 27, с. 3-12.

112. Глушков С.В. Использование нечеткой логики в системе автоматического управления курсом судна /Глушков С.В./ Приборы и системы: Упр., контроль, диагност. 2007, № 8, с. 28-32.

113. Преображенский Л. Б. Адаптивное управление неустойчивым на курсе судном / Преображенский Л. Б., Сатаев В. В. // Международная конференция по проблемам управления. Москва, 29 июня-2 июля 1999: Тез. докл. Т. 3. – М.: Фонд "Проблемы упр." – 1999.– с. 373-374.

114. Шпекторов А.Г. Организация двухуровневой системы управления движением скоростного судна./ Шпекторов А.Г., Тхань ,Тунг Ле.: Навигация и управление движением: Материалы 8 Конференции молодых ученых: 1 этап, Санкт-Петербург, Ц-16 марта, 2006; 2 этап, Санкт-Петербург (в Интернете), 1 июня-31 окт., 2006; 3 этап, Санкт-Петербург, 25-29 сент., 2006 СПб: ЦНИИ

- "Электроприбор". 2007, с. 125-130.
115. Мешалкин С. Н. Алгоритм управления рулевым приводом с возможностью коррекции принятых решений / Мешалкин С. Н., Чиркова М. М. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. – 1999. – № 283, ч. 3 . – С. 140-141.
116. Oda H. Stydy on the advanced maneuver control system in dead slow speed or stopping condition. I. Function and operation of advanced joystick control system / Oda H., Igarashi K., Karasuno K., Matsushima H. // Nihon kokai gakkai ronbunshu – J. Jap. Inst. Navig. – 1994. – № 91.– Р. 31-39.
117. Кондратьев С. И. Прогнозирование разворота разгоняющегося судна / Кондратьев С. И. – Новороссийск, 1996.– 4 с. – Рус.– Деп. У В/О «Мортехинформреклама» 26.04.96 , № 1300 – МФ96.
118. Fujimoto Shoji. Maneuvering ship using wheel-over position / Fujimoto Shoji, Hakozaki Tetsuya. // Nihon kokai gakkaishi-Navigation. – 1997. – № 132. – Р. 42-50.
119. Гуцма С. Ф. Моделирование движения судов в узкостях и при швартовках / Гуцма С. Ф. // Сб. науч. тр. Балт. гос. акад. рыбопромысл. флота.– 1997.– № 16. – С. 85-91.
120. Полоз В. К. Математическая модель процесса захода судна в шлюз / Полоз В. К. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. – 1999. – № 284. – С. 26-27.
121. Тихонов В. И. Управления движения судна / Тихонов В. И. // Тр. Волж. гос. акад. вод. трансп. – 1999. – № 284. – С. 27-28.
122. Краевски Кристиан. АРГО-электронная система информации о состоянии фарватера / Краевски Кристиан. // ИНФОРМОСТ – "Радиоэлектрон, и телекоммуникации".– 2002. – № 1. – с. 62-66.
123. K. Benedict. Manoeuvring Simulation on the Bridge for Predicting Motion of Real Ships and as Training Tool in Ship Handling Simulators/ K. Benedict, M. Kirchhoff, M. Gluch, S. Fischer, M. Baldauf // TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 25-30, 2009.
124. Зайков В. И. Современное состояние математических моделей

управляемого движения судна и их применение для проектирования водных путей // Внутр. вод. пути России: Ист. Современность Перспективы: Матер, и тез. докл. регион, науч.-техн. конф., по-свящ. 200-летию гос. упр. вод. коммуникациями России, Санкт-Петербург, 13 марта, 1998. – СПб. – 1998. – С. 91-101.

125. Палагушкин В. В. Адекватное моделирование движения судов в стесненном русле реки. / Палагушкин В. В. // Современное состояние водных путей и проблемы русловых процессов: Сб. матер, раб. совещ., – Нижний Новгород, 28-30 мая, 1996. Межвуз. науч.-координацион. совет по пробл. эрозион., русловых и устьевых процессов. – М.: Изд-во МГУ. -1999. – с. 125-128.

126. Попов А. В. О повышении управляемости судна при ветре посредством ввода интеллектуальной составляющей в алгоритм авторулевого/ Попов А. В. // Вестн. ВГАВТ. 2005, № 14, с. 27-35.

127. Тетюев Б. А. Управление движением судна/ Тетюев Б. А. // Гирроскопия и навигация. – 1996. – № 4. – С. 66.

128. C.J. Shi. Identification of Ship Maneuvering Model Using Extended Kalman Filters/ C.J. Shi, D. Zhao, J. Peng, C. Shen// TransNav, International magazine on marine navigation and safety of marine transport, Vol. 3, № 1, page 105-110, 2009.

129. Кондрашихин В.Т. Теория ошибок и ее применение к задачам судовождения / Кондрашихин В.Т. – М.: Транспорт, 1969. – 256 с.

130. Кондрашихин В.Т. Зависимость между точностью и надежностью навигации / Кондрашихин В.Т. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1973. – Вып. 173. – С. 41-49.

131. Кондрашихин В.Т. Определение наиболее вероятного значения повторяющейся ошибки / Кондрашихин В.Т., Якшевич Е.В. // Судовождение и связь: Тр. ЦНИИМФ. – 1972. – Вып. 157. – С. 41-49.

132. Кондрашихин В.Т. О погрешностях измерений / Кондрашихин В.Т.// Геодезия и картография.– 1977. – № 5. – С. 11-16.

133. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. –

М.: Транспорт, 1989. – 230с.

134. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.– № 3. – P. 426 – 429.

135. Сорокин А.И. Гидрографические исследования Мирового океана / Сорокин А.И. – Л.: Гидрометиздат, 1980. – 287 с.

136. Астайкин Д.В. Эффективность координат судна при смеси нормально распределенных погрешностей выборки / Астайкин Д.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 25. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 – С. 10–13.

137. Астайкин Д.В. Смешанные законы распределения вероятностей случайных погрешностей навигационных измерений/ Астайкин Д.В. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 24. – Одесса: «ИздатИнформ», 2014 – С. 7–14

138. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: – Т.2. / Феллер В. – М.: Мир, 1984.-751 с.

139. Ткаченко А.С. Применение обобщенных пуассоновских распределений для описания навигационных погрешностей / Ткаченко А.С., Алексишин В.Г. // Судовождение. – 2008. – № 15. – С. 93 – 99.

140. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrucken, Deutschland / Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.

141. Мельник Е.Ф. Обоснование выбора критерия навигационной безопасности судовождения / Мельник Е.Ф. // Судовождение. – 2002. – № 5. – С. 65 – 73.

142. Ворохобин И.И. Выражение плотности бокового отклонения судна от программной траектории движения при нормальном законе распределения / Ворохобин И.И., Северин В.В. // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 56 – 59.

143. Широков В. М. Распределение погрешностей обсервации при ис-

пользовании методов корреляционной навигации /Широков В. М./ Судовождение. – 2003. – № 6.– С. 154-158.

144. Широков В. М. Результаты имитационного моделирования обсерваций судна в стесненных условиях / Широков В. М. // Судовождение. – 2004. – № 8. – С. 103 – 107.

145. Бузовский Д.А. Имитационное моделирования влияния структуры радиолокационной системы обращенного типа на точность контроля позиции судна / Бузовский Д.А. // Судовождение : Сб. научн. трудов. / ОНМА, – Вып.12. – Одесса: „ИздатИнформ”, 2006. – С. 19 – 25.

146. Алексишин В.Г. Перспективы разработки навигационных систем обращенного типа / Алексишин В.Г., Бузовский Д.А. // Судовождение. – 2005. – № 9. – С. 3 – 6. (здобувачу належить сформульованій підхід до розробки навігаційних систем оберненого типу (багатопозиційних навігаційних систем ).

147. Алексишин В.Г. Выбор скалярного критерия точности для оценки эффективности структуры локальных навигационных систем / Алексишин В.Г., Бузовский Д.А. // Судовождение. – 2005. – № 10. – С. 9 – 14. (здобувачем запропонований критерій точності локальної навігаційної системи і визначена його залежність від її структури).

148. Бузовский Д.А. Зависимость точностного критерия радиолокационной системы обращенного типа от ее структуры / Бузовский Д.А. // Судовождение. – 2006. – № 11. – С. 14 – 19.

149. Bober R. The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin / Bober R., Grodzicki P., Kozlowski Z., Wolski A. // 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, 23-25 May, 2005. St. Petersburg: Elektropribor. 2005, c. 192-194.

150. Мельник Е.Ф. Описание системы зависимых погрешностей / Мельник Е.Ф. // Судовождение. – 2002. – № 4. – С. 82 – 84.

151. Мельник Е.Ф. Приближенное описание смешанных распределений погрешностей навигационных измерений / Мельник Е.Ф. // Автоматизация судовых технических средств: науч. –техн. сб. – 2002. – Вып. 7.– Одесса:

ОГМА. – С. 96 – 100.

152. Мудров В.М. Методы обработки измерений / Мудров В.М., Кушко В.Л. – М.: Советское радио, 1976. 192 с.

153. В.В. Степаненко. Эффективность оценки параметров ситуации опасного сближения судов/ В.В. Степаненко. // Судовождение: Сб. науч. трудов / ОГМА. – Вып. 2 – Одесса: Латстар, 2000. – С. 201 – 209.

154 . Ворохобин И.И. Оценка навигационной безопасности при плавании судов в стесненных водах / Ворохобин И.И., Казак Ю.В., Северин В.В. – LAP LAMBERT Academic Publishing, – 2018. – 240 с.

155. Ворохобин И.И. Учет избыточных линий положения при определении координат судна / Ворохобин И.И. // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 15сентября 2017 – Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 49 – 52.

156. Ракитин В. Д. Концептуальные положения стратегии использования системы ГЛОНАСС в интересах потребителей речного флота, включая дифференциальный режим / Ракитин В. Д., Сикарев А. А. // Управление и информационные технологии на транспорте: Тезисы докладов международной научно–технической конференции "Транском – 99". Санкт-Петербург, 1999. – СПб: Изд-во СПбГУВК. – 1999. – С. 24-26.

157. Pettersen Kristin Y. Underactuated dynamic positioning of a ship – experimental results / Pettersen Kristin Y., Fossen Thor I. // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. – 2000. – 8, № 5. – Р. 856-863.

158. Жидков Э. М. Анализ и обоснование требований к точности судовождения / Жидков Э. М., Павликов С. Н., Верещагин С. А. // Науч. тр. Дальневост. гос. техн. рыбохоз. ун-т. – 2000. – № 13. – С. 197-208.

159. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, p. 207-225.

160. Комаровский Ю. А. Проблемы оценки точности определения места судна приёмниками СРНС Навстар GPS / Комаровский Ю. А. // Науч. пробл. трансп. Сиб. и Дал. Вост. 2006, № 2, с. 100-107.

161. Ракитин В. Д. Методика подготовки библиотеки маршрутов для использования на ВВП дифференциальных подсистем ГЛОНАСС/GPS / Ракитин В. Д., Вуполов А. Г. // Управление и информационные технологии на транспорте: Тезисы докладов международной научно-технической конференции "Транском – 99", Санкт-Петербург, 1999. – СПб: Изд-во СПбГУВК. – 1999. – С. 98-100.

162. Kubo Masayoshi. Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow / Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi, Nagaoka Tadao. // Nihon kokai gakkai ronbunshu -J. Jap. Inst. Navig. – 2001. – 104/ – P. 225-233.

163. Иванов Б. Е. О влиянии неопределенности положения кромок фарватера на вероятность навигационной безопасности плавания / Иванов Б. Е., Батуев А. Н. // Навигация и гидрогр. 2004, № 19, с. 35-40.

164. Падакин Д.Ю. Разработка метода контроля точности плавания по рекомендованным маршрутам и оптимизация средств берегового оборудования/ Падакин Д.Ю., Симоненко С.В. // Судовождение: Сб. научн трудов / ОНМА. – Вып. 16. – Одесса, 2009. – С.137-141(здобувачу належить розробка метода контролю точності плавання суден по рекомендованим маршрутам).

165. Падакин Д.Ю. Контроль точности плавания судна по заданному маршруту с учетом имеющегося берегового навигационного оборудования / Падакин Д.Ю.// Автоматизация судовых технических средств. – 2009. – № 15. – С.52-58

166. Падакин Д.Ю. Учет альтернативных законов распределения погрешностей навигационных измерений при оборудовании стесненных вод локальными радионавигационными системами / Падакин Д.Ю. // Судовождение: Сб. научн трудов / ОНМА. – Вып. 17. – Одесса, 2010. – С. 133–137.

167. Алексишин А.В. Использование зоны безопасности судна для снижения аварийности /Алексишин А.В./ Судовождение. – 2005. – № 10. – С. 3 – 8.

168. Алексишин А.В. Плавание в стесненных водах с учетом судовой безопасной зоны / Алексишин А.В. // Судовождение. – 2007. – № 13. – С. 3 – 8.
169. Алексишин А.В. Учет динамики судна при формировании его безопасной зоны/ Алексишин А.В.// Судовождение. – 2006. – № 11. – С. 3 – 8.
170. Алексишин В.Г. Зависимость параметров судовой безопасной зоны от стохастических позиционных погрешностей / Алексишин В.Г., Алексишин А.В. // Судовождение. – 2006. – № 12. – С. 3 – 10.
171. Алексишин В.Г. Формирование судовой безопасной зоны с учетом поворотливости судна / Алексишин В.Г., Алексишин А.В // Судовождение. – 2007. – № 14. – С. 3– 8.
172. Ворохобин И.И. Разработка теории и методов оценки повышения надежности судовождения: монография / Ворохобин И.И., Алексишин А.В // Судовождение. – Одесса: НУ «ОМА», 2019 – 252 с.
173. Ворохобин И.И. Процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах / И.И. Ворохобин., В.В. Северин. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4 . – С. 119 – 126.
174. Ворохобин И.И. Использование полиномов Эрмита в ортогональном разложении плотностей распределения погрешностей измерений навигационных параметров / Ворохобин И.И., Данильченко С.С. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. № 4. – С. 55 – 64.
175. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 25. – Одеса: «ВидавІнформ», 2015 – С. 40 – 47.
176. Ворохобин И.И. Количественная оценка безопасности судовождения / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2015. – Вып. 21. Одесса: ОНМА. – С. 34 – 39.
177. Ворохобин И.И. Повышение точности управления судном минимизацией ковариационной матрицы векториальной погрешности его поворота /

Ворохобин И.И. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: НУ «ОМА». – С. 29 – 32.

178. Ворохобин И.И. Определение эффективных координат судна при избыточных измерениях / Ворохобин И.И. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: НУ «ОМА». – С. 25 – 29.

179. Ворохобин И.И. Преобразование векториальной погрешности в погрешность бокового отклонения / Ворохобин И.И., Северин В.В. // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 27. – Одеса: «ВидавІнформ», 2017. – С. 71 – 76.

180. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной погрешности поворота судна / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Эксплуатация морского транспорта. Вестник Государственного морского университета им.адмирала Ф.Ф. Ушакова. Новороссийск. – 2017. – выпуск 3 (84). – С. 65 – 69.

181. Ворохобин И.И. Траекторная погрешность поворота судна и способы снижения ее величины / Ворохобин И.И., Казак Ю.В., Северин В.В. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017. – С.101 – 104.

182. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений / Ворохобин И.И., Алексишин В.Г., Фусар И.Ю. // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 28. – Одеса: «ВидавІнформ», 2018 – С. 42 – 47.

183. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей / Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю. // East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, volume 1. – С. 25 - 31.

184. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарльє типа А / Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю. // Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – № 2(17). – 2017. – С. 14 - 20.

185. Ворохобин И.И. Определение места судна при избыточных измерениях применением ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений / Ворохобин И.И., Астайкин Д.В. // Austria – Science, Issue: – 11, – 2018. – С. 39 – 44.
186. Ворохобин И.И. Свойство ортогональности полиномов Эрмита плотности распределения закона Гаусса ненормированной погрешности навигационных измерений / Ворохобин И.И. // Austria – Science, Issue: – 16, – 2018. – С. 49 – 56.
187. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю., Алексейчук Б.М. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. – С. 84 – 88.
188. Ворохобин И.И. Влияние закона распределения погрешности бокового отклонения на вероятность безопасного прохождения судном стесненного маршрута / Ворохобин И.И. // East European Scientific Journal, №5 (33), 2018, volume 1. – С. 30 – 36.
189. Ворохобин И.И. Применение метода максимального правдоподобия для оценки эффективных координат судна / Ворохобин И.И. // East European Scientific Journal, №2 (42), 2019, volume 1. – С. 10 – 16.
190. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Austria - Science, Issue: 26, 2019. – С. 3 – 8.
191. Ворохобин И.И. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения навигационных параметров / Ворохобин И.И. // East European Scientific Journal, №4 (44), 2019, volume 3. – С. 11 – 18.
192. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной позиционной погрешности при избыточных измерениях и ее применение. / Ворохобин И.И. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(22), Issue: 186, 2018. – С. 95 – 99.
193. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избы-

точных измерениях / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ «ОМА». – С. 27 – 33.

194. Ворохобин И.И. Оценка возможной вероятности обеспечения безаварийного плавания судна в стесненном районе / Ворохобин И.И., Северин В.В. // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-техн. конф., 21–23 травня 2014 р. – Миколаїв : МУК, 2014. – С. 43 – 45.

195. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотностей распределения погрешностей измерений полиномами Эрмита / Ворохобин И.И., Данильченко С.С. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 25 – 27.

196. Ворохобин И.И. Определение вероятности обеспечения безаварийного плавания судов в стесненных районах / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса : ОНМА, 2014. – С. 161 – 163.

197. Ворохобин И.И. Формирование процедуры оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных районах / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MIN-TT-2015)», – 26–28 травня 2015, Херсон: ХДМА, – С. 99 – 101.

198. Ворохобин И.И. Определение закона распределения бокового отклонения судна / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Матеріали науково-методичної конференції «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві», – 19–20 листопада 2015, Одеса: НУ «ОМА», – С. 117 – 118.

199. Ворохобин И.И. Связь плотности погрешности бокового отклонения с плотностью векториальной позиционной погрешности. / Ворохобин И.И.,

Северин В.В. // Матеріали науково-технічної конференції «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека», – 16–17 листопада 2016, Одеса: НУ «ОМА», – С. 58 – 59.

200. Ворохобин И.И. Формальная модель оценки навигационной безопасности судовождения / Ворохобин И.И. // Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016)», 24–26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 119 – 121.

201. Ворохобин И.И. Двумерная плотность распределения вероятностей векториальной погрешности / Ворохобин И.И. // Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)», 23–25 травня 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 98 – 100.

202. Ворохобин И.И. Векториальная погрешность и ее плотность распределения. / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд», 17–18 травня 2017 р., Миколаїв, НУК, 2017, – С. 25 – 26.

203. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / Ворохобин И.И., Фусар И.Ю. // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 16–17 листопада 2017 – Одеса : НУ «ОМА», 2017. – С. 123 – 125.

204. Ворохобин И.И. Розложение плотности распределения обобщенного закона Пуассона в ряд Грама-Шарльє типа А / Ворохобин И.И. // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)», 29-31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 107 – 109.

205. Ворохобин И.И. Оценка эффективности обсервованных координат при использовании ортогонального разложения плотности погрешностей навигационных измерений / Ворохобин И.И. // Матеріали науково-технічної

конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 15–16 листопада 2018 – Одеса : НУ «ОМА», – 2018. – С. 113 – 116.

206. Ворохобин И.И. Векториальные погрешности, возникающие при повороте судна / Ворохобин И.И., Казак Ю.В. // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 60 – 64.

207. Вагущенко Л.Л. Обработка навигационных данных на ЭВМ / Л.Л. Вагущенко – М.: Транспорт, 1985. – 144 с.

208. Тихонов В.И.. Марковские процессы / В.И.Тихонов, М.А. Миронов – М.: Советское радио, 1977. – 488 с.

209. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления / К.Острем – М.: Мир, 1973. – 322 с.

210. Калианпур Г. Стохастическая теория фильтрации / Г. Калианпур – М.: Наука, 1987. – 318 с.

211. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С.Вентцель – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 564 с.

212. Корн Г. Справочник по математике / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1984.– 832 с.

213. Вагущенко Л.Л. Судно как объект автоматического управления / Вагущенко Л.Л. – Одесса: ОГМА, 2000. – 140 с.

214. Бурмака И.А. Безопасное расхождение судов с учетом их инерционности. Автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.16 / ОНМА. – Одесса, 2004. – 22 с.

215. Крамер Г. Математические методы статистики / Крамер Г. – М.: Мир, 1975, 648 с.

216. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Пискунов Н.С. —М.: Наука, 1985. 560 с.

217. Турчак Л. И. Основы численных методов/ Турчак Л. И. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1987. – 320 с.

218. Vorokhobin I. Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements / I. Vorokhobin, A. Golikov, O. Haichenia, V. Sikirin, V.

Severin / // Proceedings of the 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020», September 30 – October 02 , 2020 – Online Conference Kaunas, Lithuania, 2020.– P. 707-710.

219. Ворохобин И.И. Журнал лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 22. – Одеса: «ВидавІнформ», 2013 – С. 76 – 85.

220. Ворохобин И.И. Документирование при планировании и выполнении лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 23. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 45 – 55.

221. Ворохобин И.И. Способы предупреждения аварийного происшествия при лоцманской проводке судов / И.И. Ворохобин // Проблеми інформаційних технологій: Зб. наук. праць / ХНТУ. Вип. 1(15). – Херсон: «Херсонський національний технічний університет», 2014 – С. 240 – 245.

222. Ворохобин И.И. Совершенствование структуры лоцманского навигационного устройства / И.И. Ворохобин // Водний транспорт: Зб. наук. праць / КДАВТ. Вип. 2(20). – Київ: «Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного», 2014 – С. 41 – 47.

223. Бобыр В.А. Оценка эффективности судовых эргатических функций / В.А. Бобыр, И.И. Ворохобин // Судовые энергетические установки: научно-технический сборник Вып. 32./ – Одеса: ОНМА, 2014 – С. 74 – 82.

224. Соколенко В.И. Содержательные алгоритмы планирования пути движения судна в стесненных водах / В.И. Соколенко, И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 24. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 147 – 155.

225. Мальцев А.С. Маневрирование судов при расхождении / А.С. Мальцев, Е.Е. Тюпиков, И.И. Ворохобин / Одеса: ОНМА, 2013. –246 С.

226. Ворохобин И.И. Зависимость вероятности безопасного прохождения судном стесненного района от закона распределения погрешности смещения / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 30. – Одеса: «ВидавІнформ», 2020. – С. 57 – 65.

227. Gladkykh I. Development Prospects of the Ukrainian Section of the Shipping Route E-40 / I. Gladkykh, A. Golikov, I. Vorokhobin, M. Kulakov // Proceedings of the 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020», September 30 – October 02 , 2020 – Online Conference Kaunas, Lithuania, 2020. – P. 860-864.

## ДОДАТОК А

### A.1. Вираз оцінки ймовірності безпечноого плавання стисненим маршрутом для альтернативної одновимірної моделі

У запропонованій моделі вважаємо, що допустима ділянка безпечноого плавання  $D$  задана аналітичним описом її правої  $G_{st}(X, Y)$  і лівої  $G_{pt}(X, Y)$  меж у вигляді двовимірних масивів. Також задана програмна траєкторія руху судна  $Tr_{pr}(X, Y)$ , кожна точка якої характеризується парою нормальних відстаней до правої і лівої меж безпечної ділянки  $D$ . Ці відстані позначені відповідно  $L_{st}(X, Y)$  і  $L_{pt}(X, Y)$ , враховуючи що  $(X, Y) \in Tr_{pr}(X, Y)$ . Вважаємо, що допустима ділянка безпечноого плавання  $D$  задана аналітичним описом її правої  $G_{st}(X, Y)$  і лівої  $G_{pt}(X, Y)$  меж. Також задана програмна траєкторія руху судна  $Tr_{pr}(X, Y)$ , кожна точка якої характеризується парою нормальних відстаней до правої і лівої меж безпечної ділянки  $D$ . Ці відстані позначені відповідно  $L_{st}(X, Y)$  і  $L_{pt}(X, Y)$ , для точок, що задовольняють умову  $(X, Y) \in Tr_{pr}(X, Y)$ .

Рух судна за програмною траєкторією притаманні бічні відхилення, які носять випадковий характер, що зумовлено стохастичною природою похибок обserвації і обчислення судна, а також його рискання під дією чинників, врахування яких неможливе.

Безпечне проходження судном заданого стисненого району вимагає, щоб його траєкторія руху належала допустимої безпечної ділянки плавання  $D$ , коли всі бічні відхилення судна від програмної траєкторії руху  $Tr_{pr}(X, Y)$  на всій її довжині не повинні перевищувати нормальних відстаней  $L_{st}(X, Y)$  і  $L_{pt}(X, Y)$  до меж допустимої ділянки. Надалі нормальні відстані  $L_{st}(X, Y)$  до правої межі безпечної ділянки плавання  $D$  вважаємо додатними, а до лівої межі ділянки  $L_{pt}(X, Y)$  – вважаємо від'ємними.

Імовірність  $\rho_i$  того, що  $i$ -е бічне відхилення  $\Delta_{bi}$  не перевищує відповід-

них нормальних відстаней  $L_{sti}(X, Y)$  і  $L_{pti}(X, Y)$  до правої і лівої меж допустимої ділянки плавання, тобто  $\Delta_{bi} \leq L_{sti}(X, Y)$  і  $\Delta_{bi} \leq -L_{pti}(X, Y)$  визначається наступним аналітичним виразом:

$$\rho_i = P\{L_{pti} \leq \Delta_{bi} \leq L_{sti}\} = \int_{-L_{pti}}^{L_{sti}} f(x)dx,$$

де  $f(x)$  – щільність розподілу похибки бічного відхилення судна від програмної траєкторії руху.

Права частина отриманої рівності виражається через функцію розподілу  $F(x)$  бічного відхилення:

$$\int_{-L_{pti}}^{L_{sti}} f(x)dx = F(L_{sti}) - F(-L_{pti}),$$

тому ймовірність  $\rho_i$  характеризується формулою:

$$\rho_i = P\{L_{pti} \leq \Delta_{bi} \leq L_{sti}\} = F(L_{sti}) - F(-L_{pti}).$$

Безаварійне проведення судна за програмною траєкторією вимагає приналежності всіх точок істинної траєкторії руху судна до безпечної ділянки плавання  $D$ .

При великій кількості гаданих проведень суден ймовірності  $\rho_i$  сусідніх точок програмної траєкторії є ймовірностями незалежних подій, і ймовірність  $P$  безпечного проведення судна безпечною ділянкою  $D$  є добутком ймовірностей  $\rho_i$  за всіма точками програмної траєкторії руху судна:

$$P = \prod_i \rho_i, \text{ або } P = \prod_i [F(L_{sti}) - F(-L_{pti})].$$

Оскільки  $F(L_{sti}) - F(-L_{pti}) = F(L_{sti}) + F(L_{pti})$ , отже:

$$P = \prod_i [F(L_{sti}) + F(L_{pti})].$$

Вираз ймовірності  $P$  в експоненційному вигляді, з урахуванням того, що є справедливим співвідношення  $P = \exp(\ln P)$ , має вигляд:

$$P = \exp \left\{ \ln \prod_i [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] \right\}.$$

Оскільки:

$$\ln \left\{ \prod_i [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] \right\} = \sum_{i=1}^S \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})],$$

то такий вираз для ймовірності  $P$ :

$$P = \exp \left\{ \sum_{i=1}^S \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] \right\}, \quad (\text{A.1})$$

де  $s$  – протяжність програмної траєкторії в допустимій ділянці безпечного плавання  $D$ .

Вибираючи одиницю вимірювання довжини  $s$  досить малою, суму виразу (A.1) можна представити у вигляді визначеного інтеграла:

$$P = \exp \left\{ \int_0^s \ln [F(L_{st}) + F(L_{pt})] ds \right\}, \quad (\text{A.2})$$

Виходячи з можливих значень ширини  $b$  допустимої безпечної ділянки плавання  $D$  і частот їх повторень протягом всієї довжини програмної траек-

торії, перетворимо вираз ймовірності  $P$ , для чого у виразі (A.1) суму логарифмів  $\sum_{i=1}^s \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})]$  доцільно представити в наступному вигляді:

$$\sum_{i=1}^s \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] = \sum_{i=1}^s m_i \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})], \quad (A.3)$$

де  $\Delta b = b_{max} - b_{min}$  – різниця між максимальною  $b_{max}$  і мінімальною  $b_{min}$  шириною допустимої безпечної ділянки;

$m_i$  – кількість пар нормальних відстаней  $L_{sti}$  і  $L_{pti}$ , які в сумі складають ширину  $b_i$ .

Вираз (A.3) можна записати у вигляді:

$$P = \exp \left\{ s \sum_{i=1}^s \frac{m_i}{s} \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] \right\}.$$

У останньому виразі відношення  $m_i/s$  можна розглядати, як частоту повторення значення конкретної ширини допустимої ділянки, що дорівнює  $b_i$ . Значення ширини  $b$  допустимої ділянки змінюється від мінімального значення  $b_{min}$  до максимального  $b_{max}$ , тому розподіл частот  $m_i / s$  за значеннями ширини  $b$  ділянки  $D$  можна використовувати як характеристику допустимої ділянки  $D$ , що формалізує її ступінь обмеженості. Вказану характеристику позначимо  $\phi(b)$  і вона є розподілом частот за значеннями ширини допустимої ділянки (аналогічно щільності розподілу ймовірностей). При цьому:

$$P = \exp \left\{ s \sum_{i=1}^s \phi(b_i) \ln [F(L_{sti}) + F(L_{pti})] \right\}. \quad (A.4)$$

У інтегральній формі вираз (A.4) набирає вигляду:

$$P = \exp \left\{ s \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \phi(b) \ln[F(L_{st}) + F(L_{pt})] db \right\}.$$

За допомогою отриманого виразу можлива апріорна оцінка ймовірності залежно від основних чинників: стисненості  $\phi(b)$  допустимої ділянки плавання  $D$ ; характеристик точності проведення, що виражаються в параметрах функції розподілу  $F(b)$ ; прокладки програмної траєкторії  $Tr_{pr}(X, Y)$  в допустимій ділянці плавання й довжини програмної траєкторії  $s$ .

Положення програмної траєкторії  $Tr_{pr}(X, Y)$  руху судна в допустимій ділянці плавання  $D$  доцільно характеризувати її зміщеністю відносно геометричної середини ділянки. Наприклад, якщо для всіх точок програмної траєкторії праве  $L_{sti}$  і ліве  $L_{pti}$  нормальні відстані до меж допустимої ділянки однакові між собою, то характеристика зміщеності, очевидно, дорівнюватиме нулю.

Введемо характеристику зміщеності програмної траєкторії  $\delta_b$  в довільній точці програмної траєкторії

$$\delta_b = \frac{1}{2} \left| S_{st} - S_{pt} \right|,$$

яка є половиною модуля різниці нормальних відстаней. Зміщення  $\delta_{bi}$  доцільно групувати за значеннями ширини  $b$  допустимої ділянки безпечної плавання. Це означає, що уздовж всієї програмної траєкторії для заданого значення  $b_i$  ширини  $b$  відбираються зміщення  $\delta_{bij}$  і групуються за частотою появ. При цьому отримуємо умовний розподіл частот зміщення для ширини, яка набуває значення, яке дорівнює  $b_i$ . Умовний розподіл частот зміщення  $\delta_{bij}$  позначимо  $\gamma(\delta_b/b_i)$ . Зміщення  $\delta_b$  може приймати максимальне  $\delta_{b_{\max}}$  і мінімальне  $\delta_{b_{\min}}$  значення, причому:

$$\delta_{b\max i} \leq b_i / 2.$$

Безумовний розподіл частот  $\gamma(\delta_b, b)$  появи зміщень залежно від значення ширини  $b$  допустимої ділянки та величини зміщення  $\delta_b$  отримаємо, об'єднуючи отримані результати за всіма значеннями ширини  $b$ . Покажемо, що запропонована характеристика зміщеності програмної траєкторії  $\gamma(\delta_b, b)$  дозволяє здійснювати оцінку безаварійного проведення судна Р.

Імовірність  $\rho_i$  того, що окремо взяте  $i$ -е бічне відхилення  $\Delta_{bi}$  не перевищує нормальні відстані  $L_{sti}(X, Y)$  і  $L_{pti}(X, Y)$  за допомогою величини зміщення  $\delta_b$  записується в такий спосіб:

$$\rho_i = P\{L_{pti} \leq \Delta_{bi} \leq L_{sti}\} = F\left(\frac{b_i}{2} - \delta_{bi}\right) + F\left(\frac{b_i}{2} + \delta_{bi}\right).$$

Середньозважене значення  $\rho_{mi}$  такої ймовірності  $\rho_i$  для значення ширини  $b_i$  з урахуванням умовного розподілу частот  $\gamma(\delta_b/b_i)$ , можна знайти з аналітичного виразу:

$$\rho_{mi} = \int_{\delta b \min}^{\delta b \max} \gamma(\delta_b/b_i) F\left(\frac{b_i}{2} - \delta_b\right) + F\left(\frac{b_i}{2} + \delta_b\right) d\delta_b.$$

Вираз для ймовірності безаварійного проведення судна в допустимій ділянці з урахуванням отриманої формули, використовуючи залежність (A.2), можна записати в такому вигляді:

$$P = \exp \left\{ s \int_{b \min}^{b \max} \varphi(b) \ln \left\{ \int_{\delta b \ min}^{\delta b \ max} \gamma(\delta_b, b) [F\left(\frac{b}{2} - \delta_b\right) + F\left(\frac{b}{2} + \delta_b\right)] d\delta_b \right\} db \right\}. \quad (A.5)$$

Як показує аналіз отриманого виразу, величина ймовірності  $P$  залежить від таких некерованих чинників, як розподілу частот повторення значень ширини допустимої ділянки  $\phi(b)$  і довжини програмної траєкторії руху судна  $s$ .

Характеристика зміщеності програмної траєкторії  $\gamma(\delta_b, b)$  є керованою характеристикою, оскільки положення програмної траєкторії руху судна  $\tilde{Tr}_{pr}(X, Y)$  в допустимій ділянці плавання  $D$  проводиться при її попередній прокладці.

Як випливає з виразу (A.5), істотним чинником також є точність проведення судна відносно програмної траєкторії руху, яка визначається функцією розподілу  $F(x)$  бічного відхилення  $\Delta_b$  судна. Зазначений чинник залежить від структури й розміщення компонентів системи навігаційного обладнання стисненого маршруту плавання.

## A.2. Визначення нормальних відстаней $L_{sti}$ і $L_{pti}$

Покажемо як можна знайти в заданій точці траєкторії нормальну ширину  $b_i$  і зміщення  $\delta_{bi}$ , скориставшись модифікованими масивами меж безпечної ділянки  $\tilde{G}_{st} = \{X_{s1}, Y_{s1}, \beta_{si}, L_{si}\}$ ,  $\tilde{G}_{pt} = \{X_{p1}, Y_{p1}, \beta_{pi}, L_{pi}\}$  і програмної траєкторії  $\tilde{Tr}_{pr} = \{X_{t1}, Y_{t1}, K_i, S_i\}$ . Це можливо за відомих нормальних відстанях  $L_{sti}$  і  $L_{pti}$ , тому їх необхідно знайти. На рис. A.1 показано ділянку програмної траєкторії (локсадромії) з курсом  $K$  і відрізок лівої межі безпечної ділянки з кутом орієнтації  $\beta_{pt}$ . На локсадромії обрана точка з координатами  $(X_t, Y_t)$ . Від неї нормальна відстань  $L_{pt}$  визначається відстанню між точками  $(X_t, Y_t)$  і  $(X_k, Y_k)$ . Для визначення величини  $L_{pt}$  необхідно знайти координати точки  $(X_k, Y_k)$ .

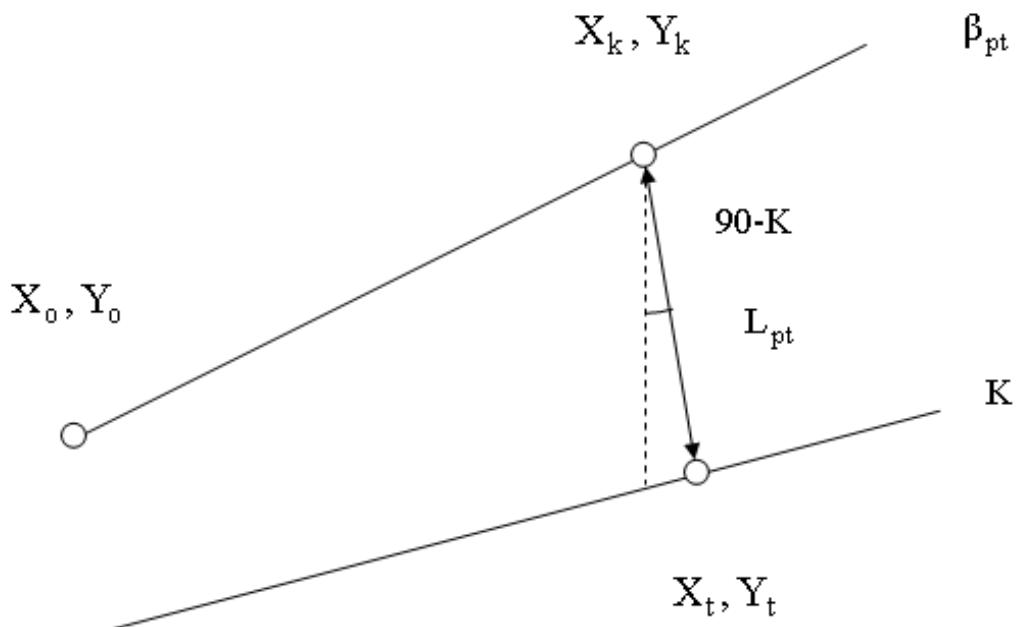


Рис. А.1. Визначення нормальної відстані  $L_{pt}$

Точка  $(X_k, Y_k)$  є точкою перетину лівої межі ділянки безпечноного плавання й лінії, яка перпендикулярна до ділянки програмної траєкторії і проходить через задану точку  $(X_t, Y_t)$ , тобто вона одночасно належить двом лініям. Тому, перш за все, необхідно знайти рівняння обох ліній, які представляють систему рівнянь, що містять, як невідомі координати  $X_k$  і  $Y_k$ . Запишемо рівняння ділянки лівої межі, як прямої лінії, яка проходить через точки  $(X_k, Y_k)$  та  $(X_o, Y_o)$  із заданим кутом орієнтації  $\beta_{pt}$ . При цьому має місце співвідношення:

$$\frac{X_k - X_o}{Y_k - Y_o} = \operatorname{tg} \beta_{pt}, \quad (\text{A.6})$$

з якого випливає рівняння ділянки лівої межі:

$$(X_k - X_o) \cos \beta_{pt} = (Y_k - Y_o) \sin \beta_{pt}, \quad (\text{A.7})$$

що містить шукані змінні  $X_k$  і  $Y_k$ .

Рівняння прямої лінії, яка перпендикулярна до ділянки програмної траєкторії і проходить через точку  $(X_t, Y_t)$ , можна знайти за допомогою співвідношення, аналогічного попередньому (A.6):

$$\frac{X_t - X_k}{Y_t - Y_k} = \operatorname{tg}(90 - K) = \operatorname{ctg}K.$$

Звідки отримаємо друге рівняння:

$$(X_t - X_k) \sin K = (Y_t - Y_k) \cos K. \quad (\text{A.8})$$

Рівняння (A.7) і (A.8) складають систему лінійних рівнянь відносно невідомих змінних  $X_k$  та  $Y_k$ :

$$\begin{cases} (X_k - X_o) \cos \beta_{pt} = (Y_k - Y_o) \sin \beta_{pt}, \\ (X_t - X_k) \sin K = (Y_t - Y_k) \cos K. \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

З першого рівняння системи (A.9):

$$X_k \cos \beta_{pt} - X_o \cos \beta_{pt} = Y_k \sin \beta_{pt} - Y_o \sin \beta_{pt},$$

або після ділення на  $\cos \beta_{pt}$ :

$$X_k - X_o = Y_k \operatorname{tg} \beta_{pt} - Y_o \operatorname{tg} \beta_{pt},$$

звідки

$$X_k = Y_k \operatorname{tg} \beta_{pt} + A, \quad (\text{A.10})$$

де  $A = X_o - Y_o \operatorname{tg}\beta_{pt}$ .

З другого рівняння системи (A.9) випливає:

$$(X_t - X_k) = (Y_t - Y_k) \operatorname{ctg}K,$$

звідки

$$X_k = Y_k \operatorname{ctg}K + X_t - Y_t \operatorname{ctg}K,$$

або, зробивши позначення  $B = X_t - Y_t \operatorname{ctg}K$ , отримаємо:

$$X_k = Y_k \operatorname{ctg}K + B.$$

У останнє рівняння підставляємо вираз (A.10) для  $X_k$ :

$$Y_k \operatorname{tg}\beta_{pt} + A = Y_k \operatorname{ctg}K + B \text{ або } Y_k (\operatorname{tg}\beta_{pt} - \operatorname{ctg}K) = B - A.$$

Позначаючи  $C = \operatorname{tg}\beta_{pt} - \operatorname{ctg}K$ , отримаємо:

$$Y_k = \frac{B - A}{C}.$$

Отже, координати  $X_k$  і  $Y_k$ , необхідні для розрахунку нормальної відстані  $L_{pt}$ , визначаються формулами:

$$Y_k = \frac{B - A}{C}, \quad X_k = \frac{B - A}{C} \operatorname{tg}\beta_{pt} + A, \quad (A.11)$$

де  $A = X_o - Y_o \operatorname{tg}\beta_{pt}$ ,  $B = X_t - Y_t \operatorname{ctg}K$  і  $C = \operatorname{tg}\beta_{pt} - \operatorname{ctg}K$ .

Шукана нормальна відстань  $L_{pt}$  розраховується за допомогою очевидно-

го вираження:

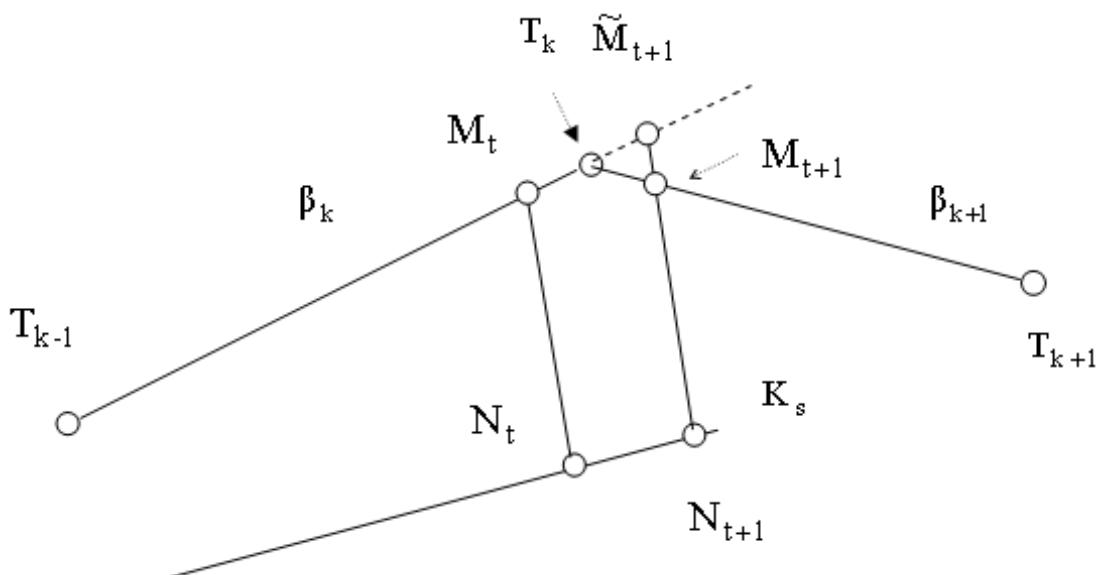
$$L_{pt} = \sqrt{(X_k - X_t)^2 + (Y_k - Y_t)^2}.$$

Аналогічним чином проводиться розрахунок нормальної відстані до правої межі ділянки безпечної плавання. Причому координати точки  $(X_k, Y_k)$  обчислюються за допомогою формул:

$$Y_k = \frac{B - A}{C}, \quad X_k = \frac{B - A}{C} \operatorname{tg} \beta_{st} + A, \quad (\text{A.12})$$

де  $A = X_o - Y_o \operatorname{tg} \beta_{st}$ ,  $B = X_t - Y_t \operatorname{ctg} K$  и  $C = \operatorname{tg} \beta_{st} - \operatorname{ctg} K$ .

У подальшому розглянемо окремі випадки визначення нормальних відстаней, що виникають у разі знаходження судна в областях точок зламу межі ділянки безпечної плавання або програмної траекторії руху. На рис. А.2 представлена дві ділянки межі безпечної зони, що знаходяться між точками  $T_{k-1}$ ,  $T_k$  і  $T_{k+1}$ , з напрямками  $\beta_k$  та  $\beta_{k+1}$ . У разі знаходження судна в точці  $N_t$  нормальна відстань визначається відрізком  $N_t M_t$ , причому розрахунок координат точки  $M_t$  проводиться за значеннями курсу  $K_s$  і напрямку  $\beta_k$ .



**Рис. А.2. Нормальна відстань в першому окремому випадку**

У разі розрахунку координат чергової точки  $M_t$  для позиції судна  $N_{t+1}$ , виконувати за тими ж значеннями курсу  $K_s$  і напрямку  $\beta_k$ , то в результаті розрахунку отримаємо точку  $\tilde{M}_{t+1}$ , що не належить до межі ділянки безпечноного плавання. Через це для отримання коректного значення нормальної відстані необхідно координати точки  $M_{t+1}$ , що належить межі, розраховувати, застосовуючи напрямок  $\beta_{k+1}$  наступної ділянки межі. Тому для кожної розрахованої точки слід перевіряти чи належить вона межі ділянки безпечноного плавання. Для цього слід провести порівняння пеленга з розрахованої точки на наступну точку зламу межі зони з напрямком її поточної ділянки. Якщо пеленг збігається з напрямком  $\beta_k$ , то це є ознакою приналежності  $M_t \in (T_{k-1}, T_{k1})$ . У іншому випадку для такої позиції судна  $N_{t+1}$  розрахунок кінця нормальної відстані слід проводити за значеннями  $K_s$  і  $\beta_{k+1}$ .

Розглянемо ситуацію, яка показана на рис. А.3, коли  $\beta_{k+1} < \beta_k$ . Ця ситуація аналогічна попередній і має місце під час зміни напрямків послідовних ділянок межі безпечної зони, ю розрахунок нормальної відстані проводиться за тим же алгоритмом.

Під час виникненні ситуація одночасної зміни напрямків ділянок програмної траєкторії і безпечної межі, як показано на рис. А.4, для позиції судна  $N_t$  точка  $M_t$ , отримана за напрямком  $\beta_{k+1}$ , з курсом  $K_s$ , належить другій ділянці межі безпечної зони.

У наступній позиції  $N_{t+1}$  судно потрапляє на другу ділянку програмної траєкторії, і розрахунок за  $K_{s+1}$ ,  $\beta_{k+1}$  визначає точку  $\tilde{M}_{t+1}$ , що не належить безпечній межі.

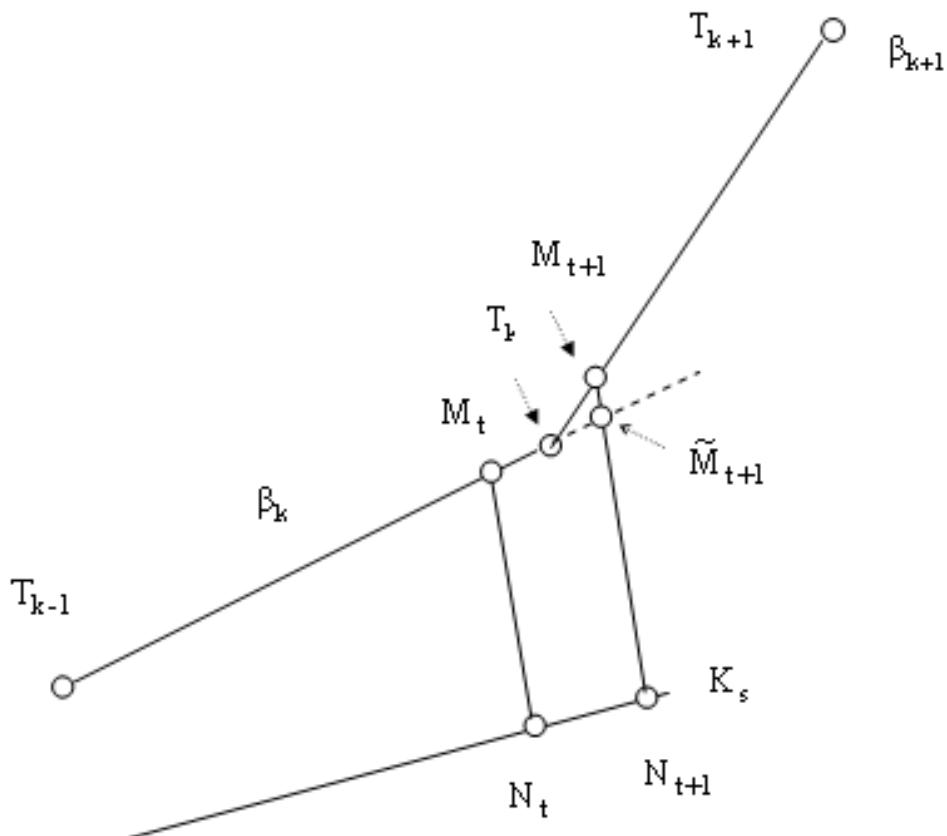


Рис. А.3. Визначення нормальної відстані в другому випадку

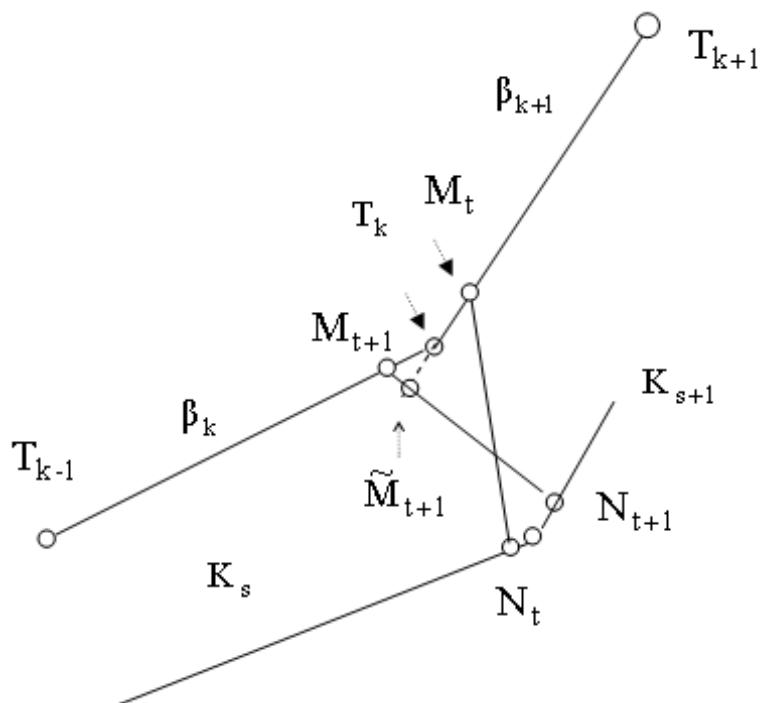


Рис. А.4. Визначення нормальної відстані в третьому випадку

Ця обставина дозволяє уточнити умову приналежності під час зміни курсу програмної траєкторії: перша позиція судна після зміни курсу програмної траєкторії для розрахунку точки кінця нормальнюї відстані використовує параметри попередньої ділянки безпечної межі. У результаті цієї умови отримуємо точку  $M_{t+1}$ , яка знаходиться на безпечній ділянці (рис. А.4).

### А.3. Оцінка ймовірності безпечного проведення судна заданим стисненим маршрутом

Для маршруту, який показаний на рис. 3.8, а розподіл його нормальної ширини – на рис. 3.13, був проведений аналіз безпеки плавання. Для різних законів розподілу похибки бічного відхилення за допомогою комп'ютерної програми розраховувалися значення точної і наближеної ймовірності безпечного проходження маршруту.

Виведення інформації про ймовірність безпечного плавання маршрутом в разі розподілу похибок бічного відхилення за нормальним законом з  $\sigma=27,5$  показаний на рис. А.5, з якого випливає, що в разі розподілу похибок за цим законом із прийнятою точністю (дисперсією) плавання маршрутом є неможливим, оскільки ймовірність його безпечного проходження дорівнює 0. Більш того, ймовірність  $P$  обертається в 0 під час проходження тільки 20% маршруту.

Як випливає з рис. А.6, в разі розподілу похибок бічного відхилення за змішаним законом першого типу, значення точної ймовірності безпечного проходження маршруту  $P = 0,6997$ .

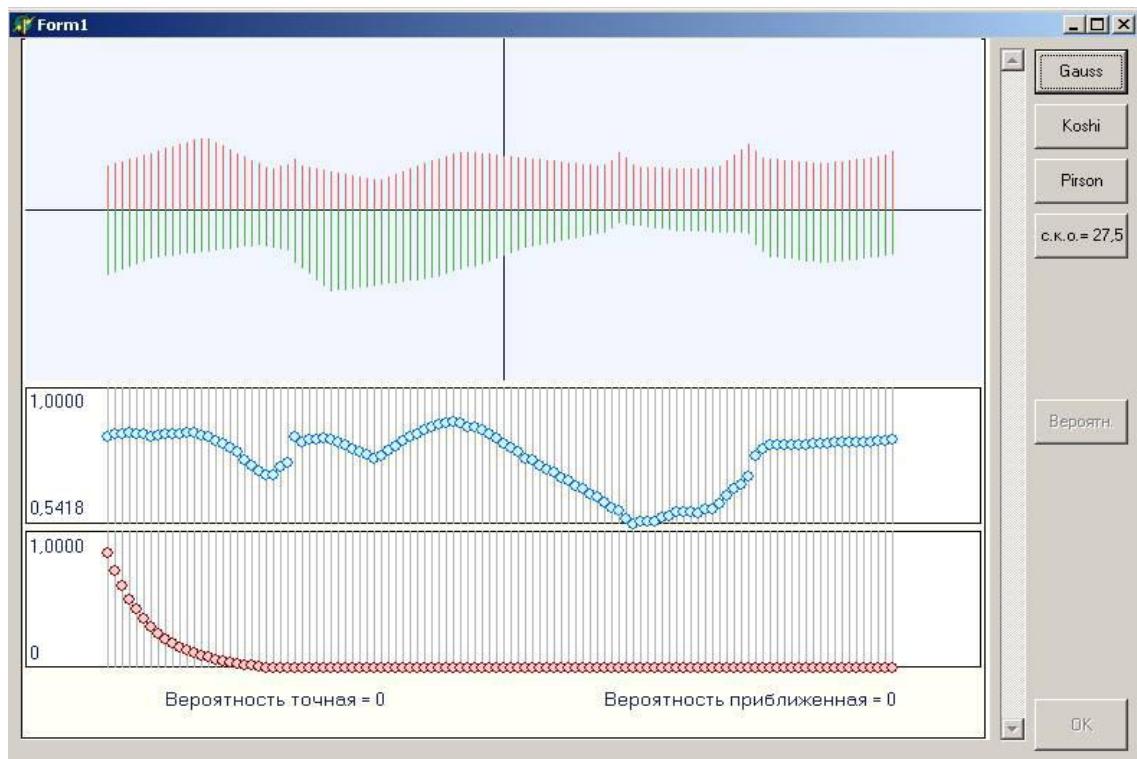


Рис. А.5. Інформація про безпеку при нормальному законі

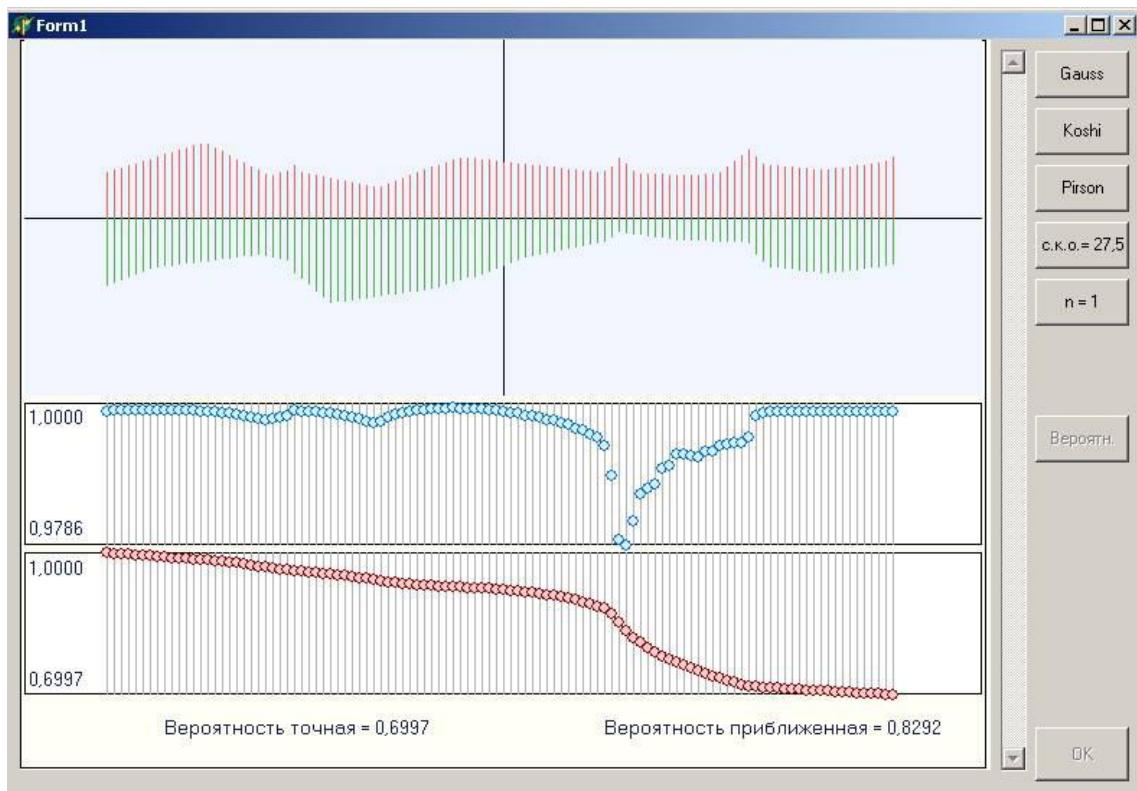


Рис. А.6. Безпека плавання при змішаному законі 1-го типу

Зазначимо, що ця ймовірність також дуже мала, що пояснюється значною стисненістю маршруту й низькою точністю контролю місця судна.

Для випадку, коли похибки бічного відхилення підкоряються змішаному закону другого типу, на рис. А.7 представлена інформація з безпеки плавання. У цьому випадку точна ймовірність становить  $P = 0,7439$ , яка неприпустимо низька для безпечної проведення судна цим маршрутом. Таким чином, при прийнятій точності визначення бічного відхилення з  $\sigma=27,5$  безаварійне проведення судна незалежно від закону розподілу похибок бічного відхилення неможлива.

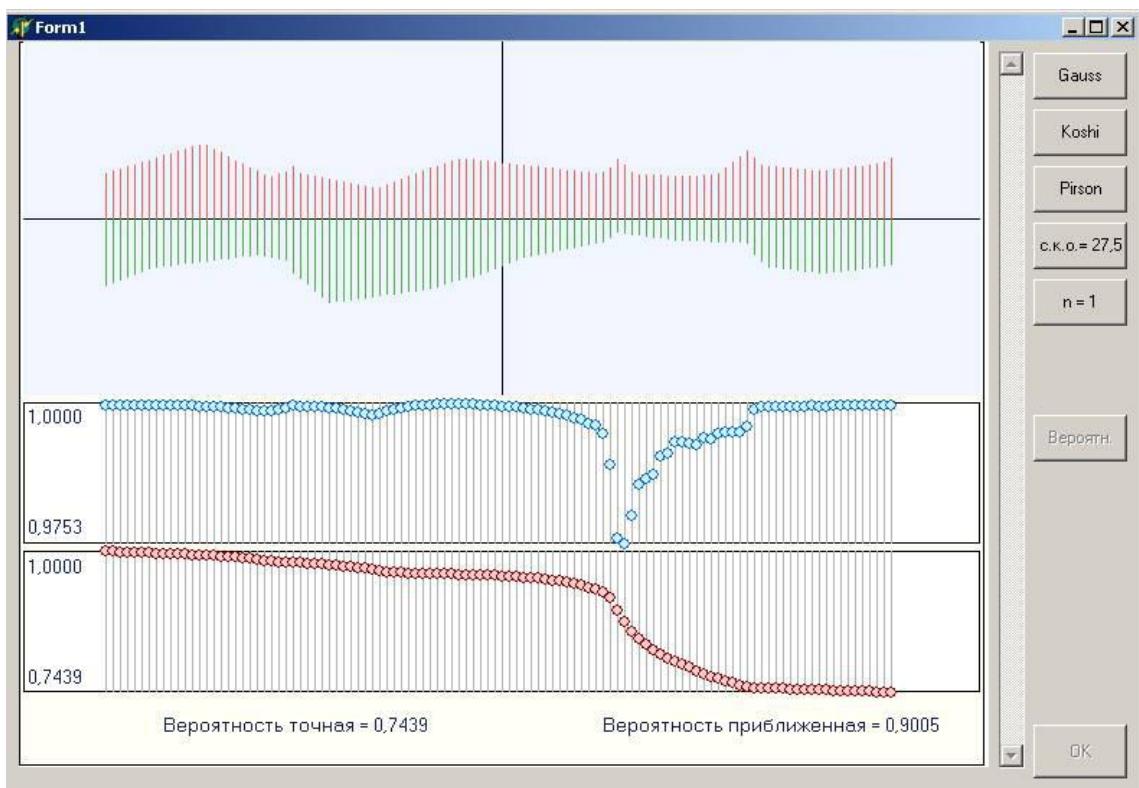


Рис. А.7. Безпека плавання при змішаному законі 2-го типу

Для розглянутого в прикладі маршруту в разі розподілу похибок бічного відхилення за трьома згаданими законами розподілу був проведений аналіз необхідної точності визначення бічного відхилення, при якій ймовірність безпечної проведення судна не повинна бути меншою ніж 0,999.

Як показано на рис. А.8, при розподілі похибок бічного відхилення за законом Гаусса ймовірність  $P = 0,9994$  має місце при  $\sigma \leq 3$ , а ймовірність  $P = 0,9996$  і не гірше забезпечується в разі розподілу похибок за змішаним законом першого типу з параметром  $n = 6$  і  $\sigma \leq 5$ , що випливає з рис. А.9. При такій же точності  $\sigma \leq 5$  в разі розподілу похибок за змішаним законом другого типу з параметром  $n = 5$ , як видно з рис. А.10, досягається ймовірність  $P$  не гірше ніж 0,9995.

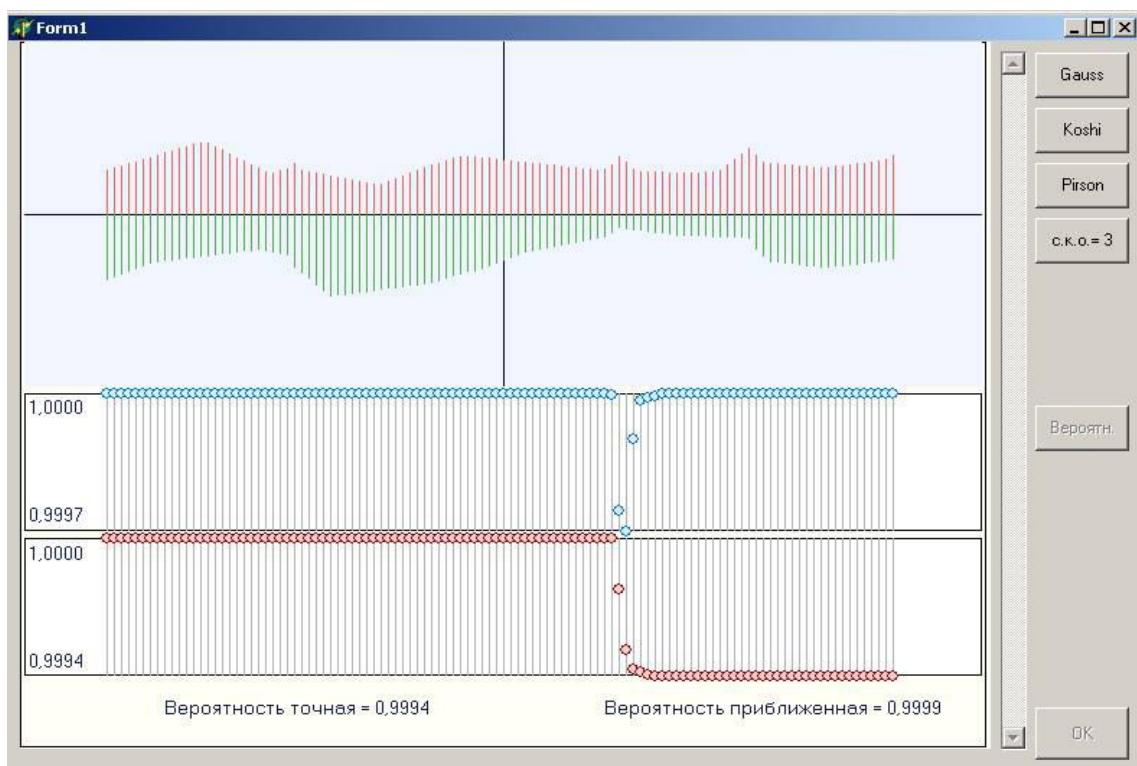


Рис. А.8. Необхідна точність для закону Гаусса

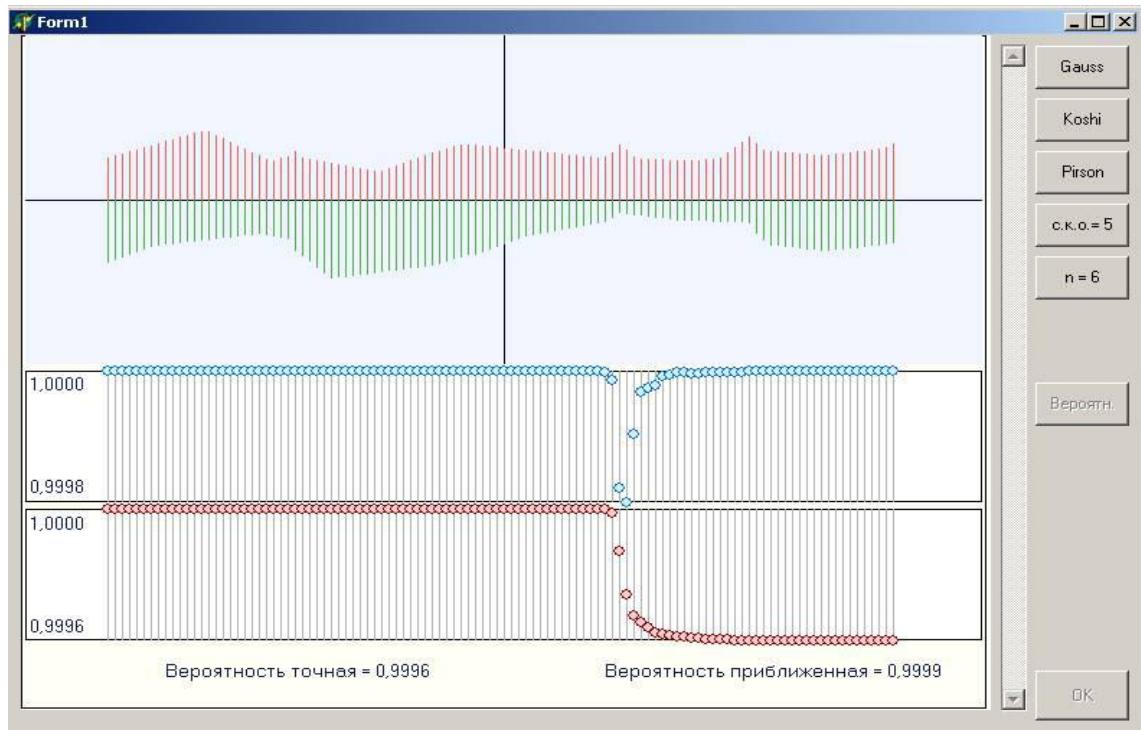


Рис. А.9. Необхідна точність для змішаного закону 1 типу

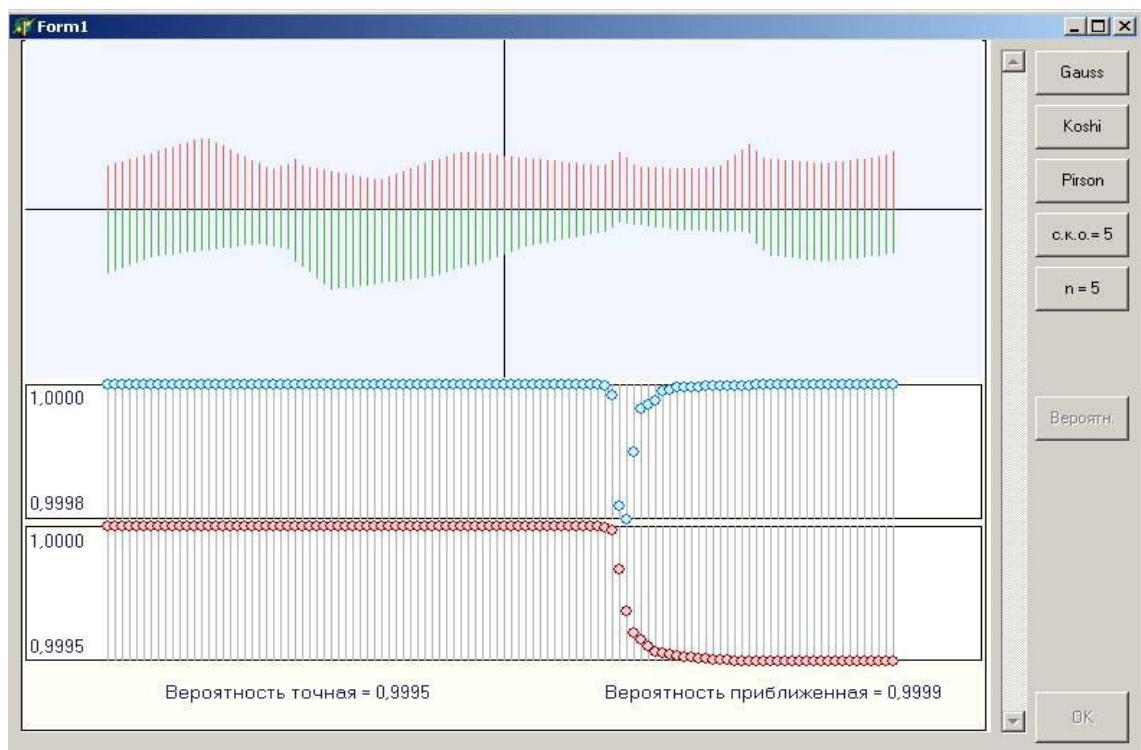


Рис. А.10. Необхідна точність для змішаного закону 2 типу

#### A.4. Порівняльна характеристика двовимірної й одновимірної моделей оцінювання ймовірності проведення судна п'ятьма заданими маршрутами

За допомогою розробленої комп'ютерної програми було сформовано стиснений маршрут 1 плавання судна, використовуючи введені масиви меж ділянки безпечної плавання й програмної траєкторії плавання судна, які представлені на рис. А.11. Приймалося, що похибки навігаційних вимірювань підкоряються нормальному закону розподілу. Для маршруту 1 приймалося значення с. к. в., яке дорівнює 5. За допомогою програми проводився розрахунок оцінювання ймовірності  $P_2$  безпечної проведення судна стисненим маршрутом 1, при цьому отримано значення ймовірності  $P_2 = 0,484$ , що показано на рис. А.12.

За допомогою комп'ютерної програми були визначені одномірні характеристики маршруту 1, тобто його стисненість і зміщеність програмної траєкторії, що дозволило зробити точне оцінювання ймовірності безпечної плавання  $P_1$  за одновимірною моделлю, причому, як випливає з рис. А.13,  $P_1 = 0,487$ .

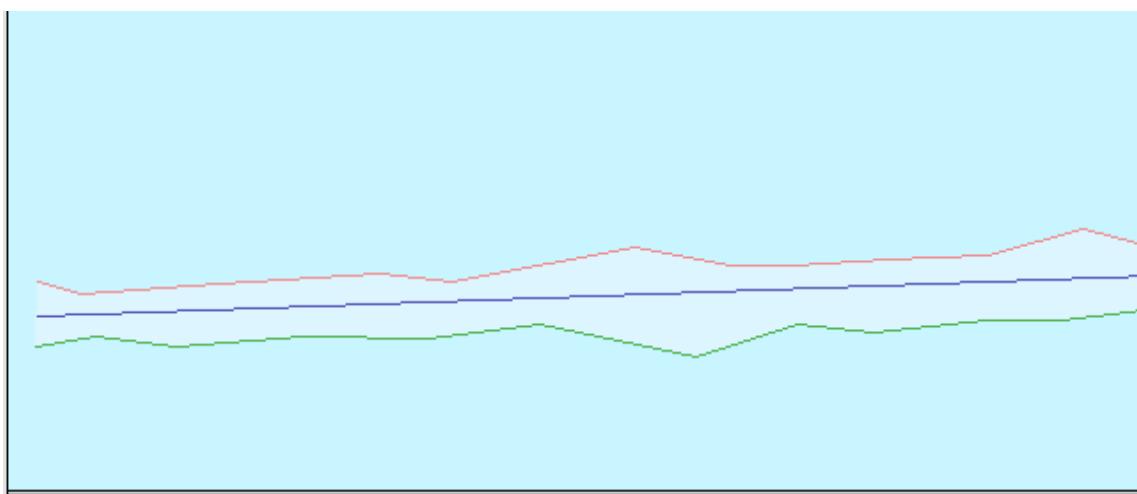


Рис. А.11. Відображення маршруту 1

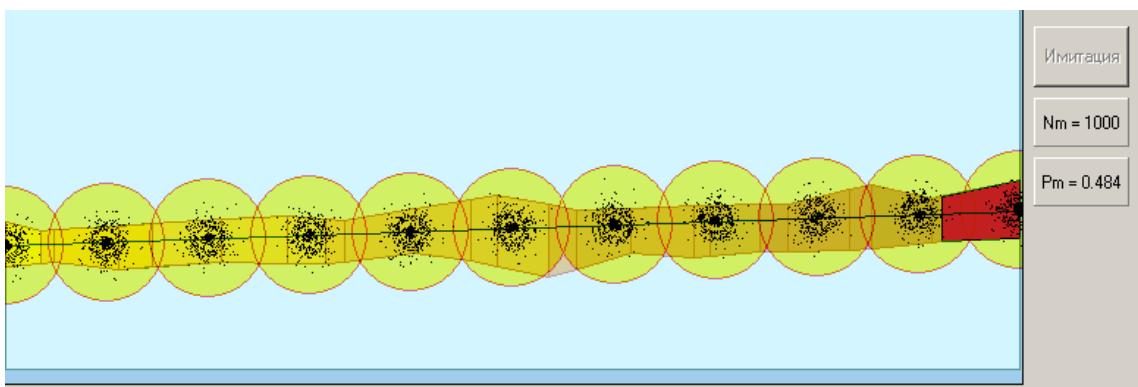


Рис. А.12. Оцінювання ймовірності  $P_2$  проведення маршрутом 1

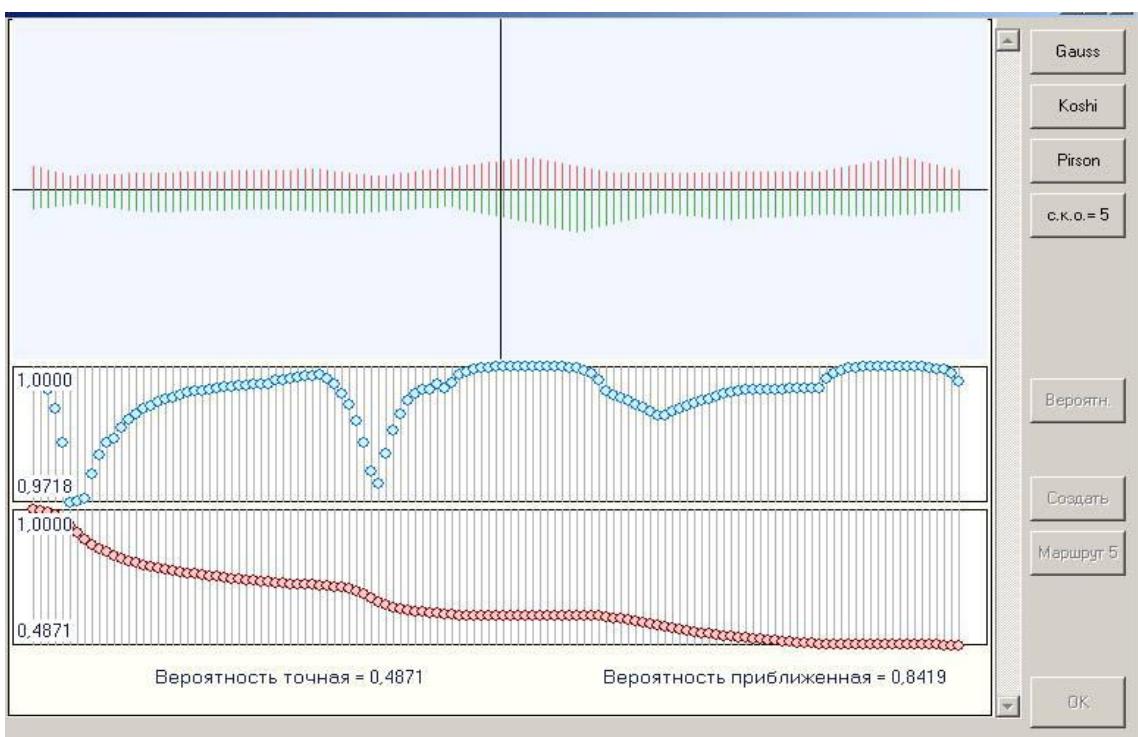


Рис. А.13. Оцінювання ймовірності  $P_1$  проведення судна маршрутом 1

Вибором двовимірних масивів правої і лівої меж ділянки безпечноого плавання, а також програмної траєкторії руху судна, які показані на рис. А.14, аналогічно був сформований маршрут 2. Результати визначення ймовірності  $P_2 = 0,546$  при точності місця судна с. к. в.  $\sigma=2,42$  представлені на рис. А.15. На рис. А.16 у свою чергу показані результати розрахунку значення ймовірності  $P_1 = 0,543$  безпечноого проведення судна маршрутом 2, виконаного імітаційної програмою.



Рис. А.14. Маршрут 2 плавання судна

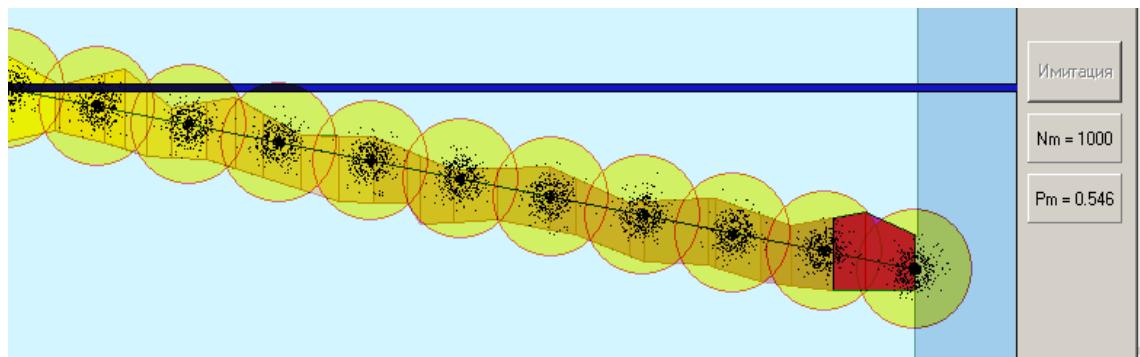


Рис. А.15. Визначення ймовірності  $P_2$  проведення маршрутом 2

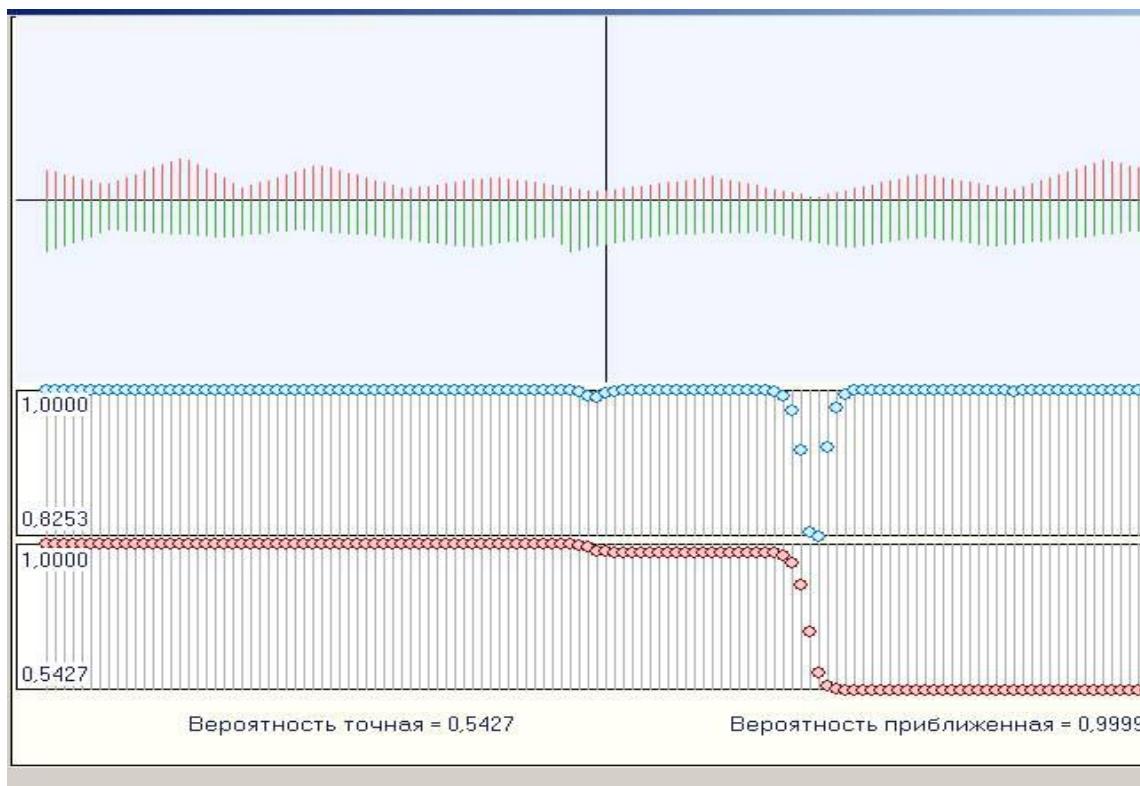


Рис. А.16. Визначення ймовірності  $P_1$  плавання маршрутом 2

На рис. А.17 представлений маршрут 3 плавання судна у стисненому районі, особливістю якого є менший ступінь стисненості відносно попередніх маршрутів. Розрахунок ймовірності безпечної проведення судна за даним маршрутом проводився з точністю  $\sigma=4,3$ . Як випливає з рис. А.18, ймовірність  $P_2 = 0,982$  отримана моделлю із двовимірною щільністю векторіальної похибки. На рис. А.19 показані результати альтернативної оцінки ймовірності безпеки плавання судна маршрутом 3 за допомогою моделі одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення, яка склала  $P_1 = 0,9818$  і практично збігається з ймовірністю  $P_2$  для цього випадку.

Маршрут 4 плавання судна у стисненому районі зі зміщенням програмної траєкторії руху судна до лівої межі ділянки безпечної плавання, представлений на рис. А.20. Оцінка ймовірності безаварійного проведення судна за маршрутом 4 проводилася з точністю контролю місця судна, яка дорівнює с.к.в.  $\sigma=5,8$ . Розсіювання місця судна в разі оцінки ймовірності  $P_2$  безпечної проведення судна під час плавання маршрутом 4 показано на рис. А.21. У результаті розрахунку значення ймовірності склало  $P_2 = 0,916$ . Оцінювання ймовірності безпечної плавання також проводилося за одновимірною моделлю і, як випливає з рис. А.22, склало величину  $P_1 = 0,9179$ .

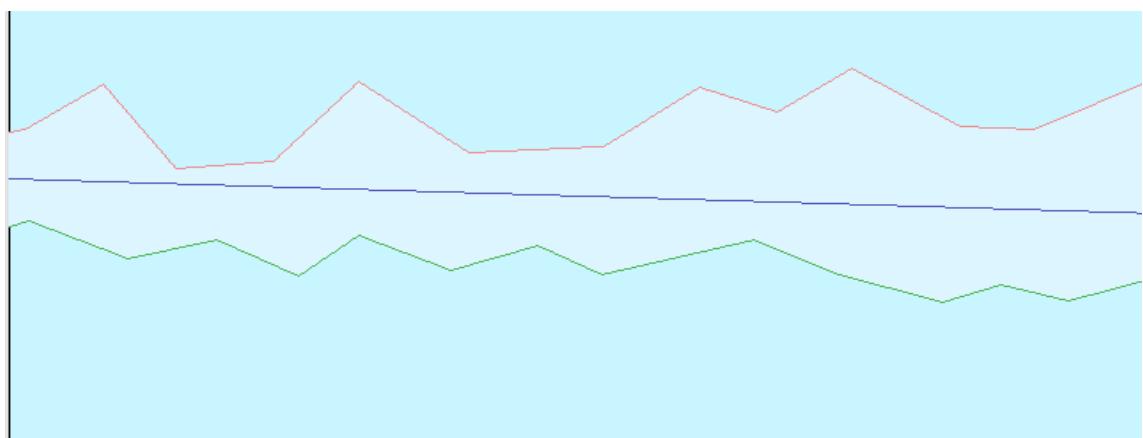


Рис. А.17. Маршрут 3 плавання судна в стисненому районі

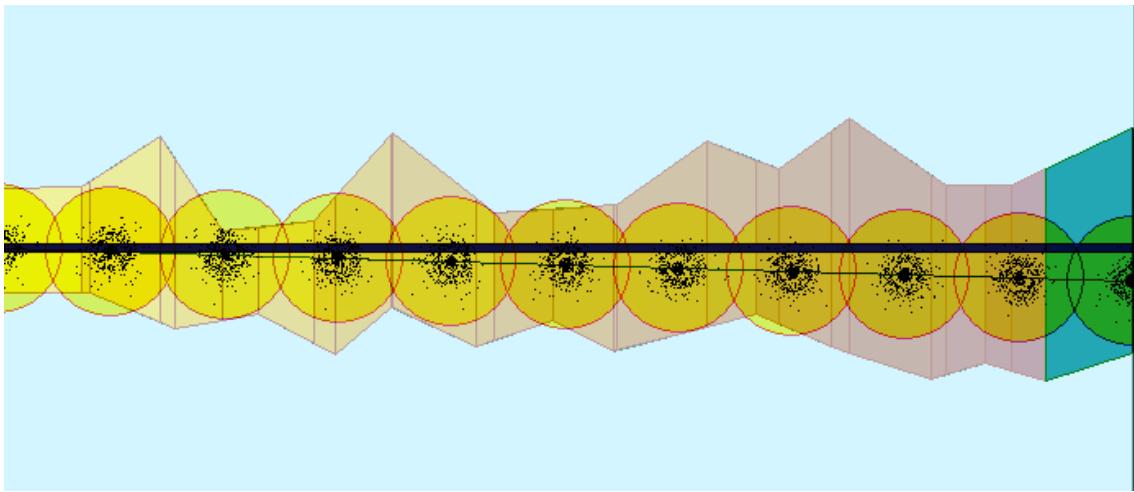


Рис. А.18. Оцінювання ймовірності  $P_2$  під час плавання судна маршрутом 3

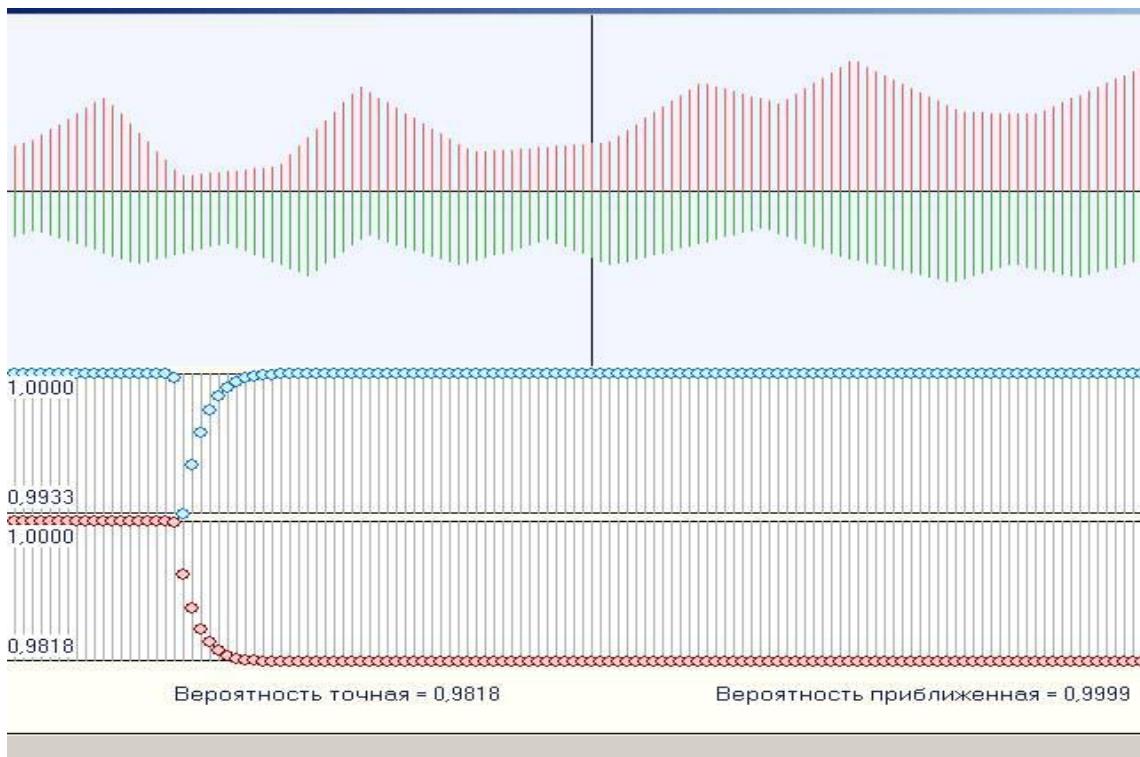


Рис. А.19. Оцінювання ймовірності  $P_1$  проведення судна маршрутом 3

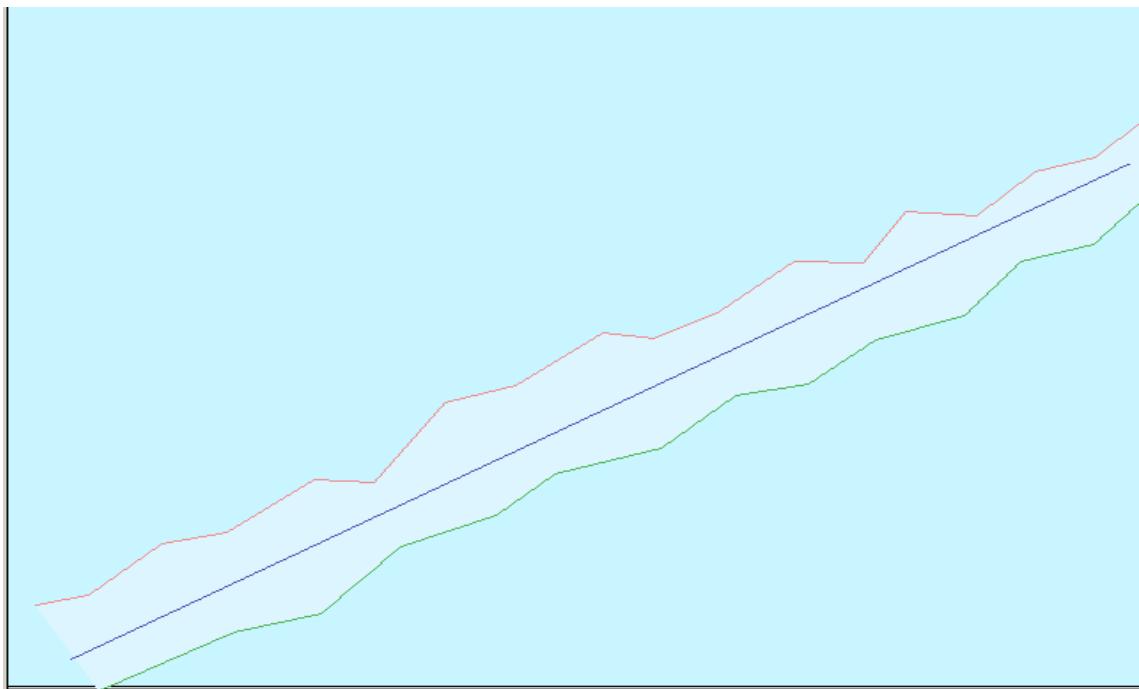


Рис. А.20. Маршрут 4 проведення судна у стисненому районі плавання

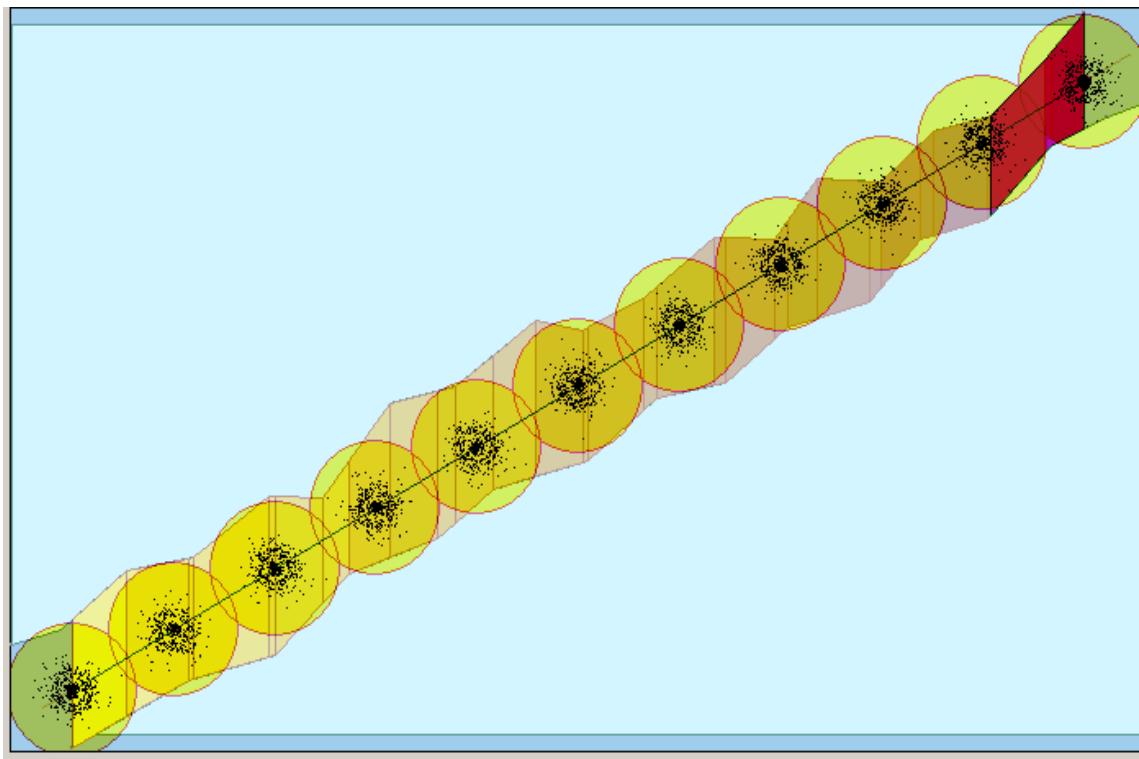


Рис. А.21. Ймовірності  $P_2$  під час проведення судна маршрутом 4

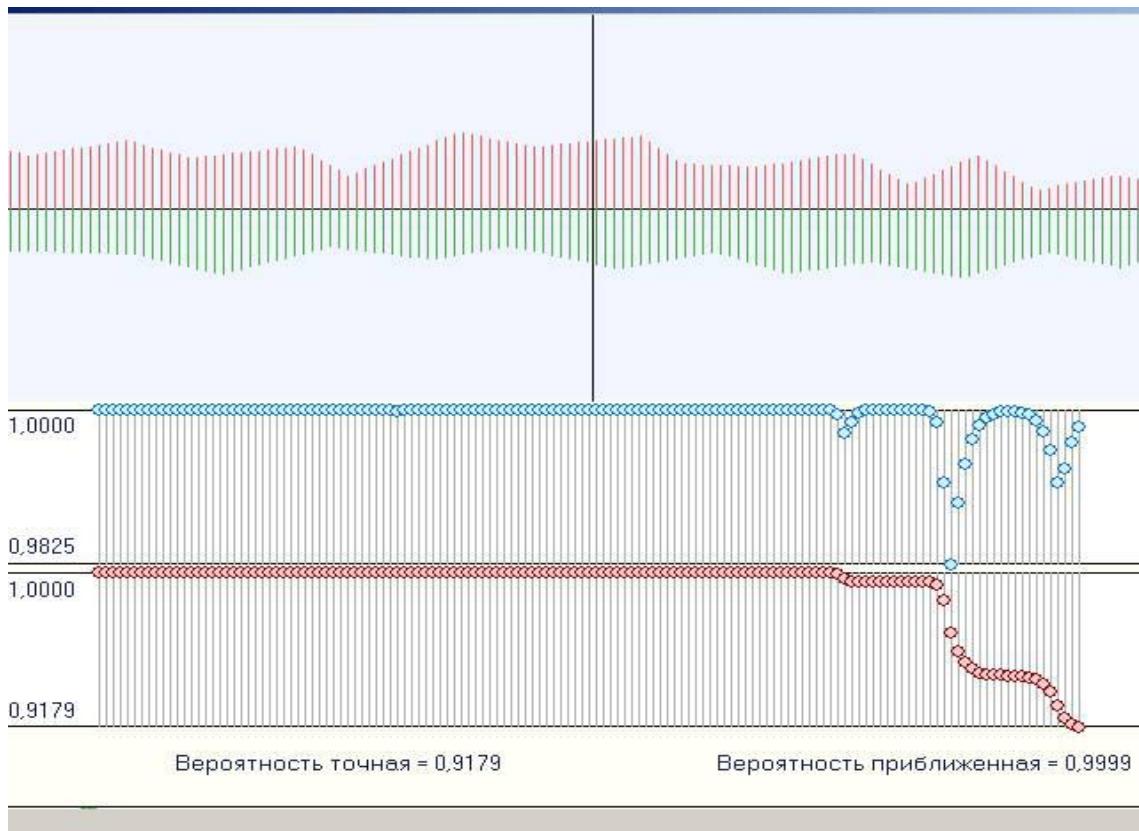


Рис. А.22. Оцінювання ймовірності  $P_1$  проведення судна маршрутом 4

Як заключне розглянемо проведення судна маршрутом 5, показаним на рис. А.23, причому стисненість цього маршруту більша, ніж попереднього, оскільки програмна траєкторія руху судна у двох місцях небезпечно близько розташовується до меж безпечної ділянки плавання. Точність контролю місця судна під час плавання судна цим маршрутом обрана вищою, а с.к.в. складає  $\sigma=4,6$ . Оцінювання ймовірності безпечного плавання за моделлю двовимірної щільності з припущенням про нормальний розподіл векторіальної похибки, як показано на рис. А.24, становить  $P_2 = 0,817$ .



Рис. А.23. Маршрут 5 плавання судна у стисненому районі

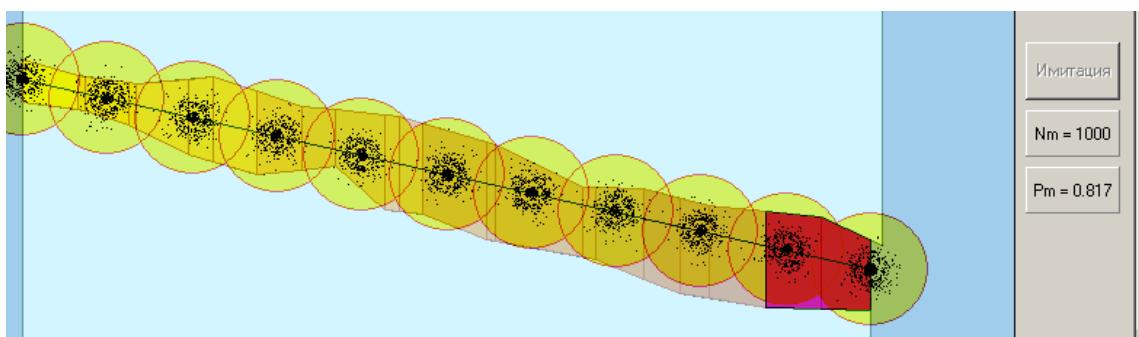


Рис. А.24. Ймовірність  $P_2$  під час плавання судна маршрутом 5

За допомогою моделі одновимірної щільності розподілу похибки бічного відхилення також була визначена ймовірність, величина якої склала  $P_1 = 0,8149$ , що випливає із рис. А.25.

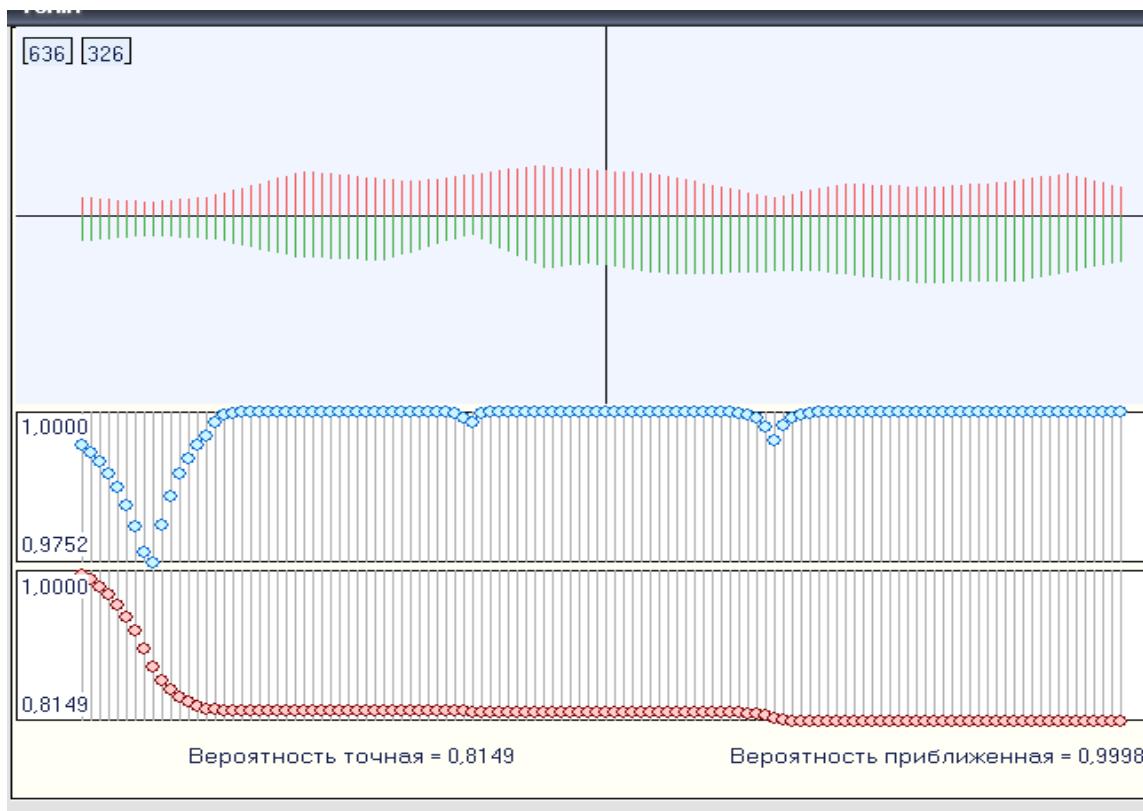


Рис. А.25. Імовірність  $P_1$  безпечноого плавання судна маршрутом 5

## ДОДАТОК Б

### Б.1. Динамічні моделі обертального руху судна

Перша найпростіша динамічна модель руху судна, як зміна курсу судна К під дією пера керма, розглядає поворот судна з постійною кутовою швидкістю й описується диференційним рівнянням, яке має наступний вигляд [213]:

$$\dot{K} = k_{\omega} \beta_k ,$$

де  $k_{\omega}$  – коефіцієнт ефективності керма;

$\beta_k$  – кут кладки пера керма.

Враховуючи, що  $\omega = \dot{K}$ , вихідне рівняння можна записати у вигляді:

$$\omega = k_{\omega} \beta_k = a_{\omega} ,$$

після інтегрування якого, отримаємо вираз для поточного курсу судна К в функції часу:

$$K = K_0 + \int_0^t \omega d\tau = K_0 + \int_0^t a_{\omega} d\tau .$$

Таким чином, отримуємо вираз:

$$K = K_0 + a_{\omega} t .$$

У даній моделі поворот судна має тільки одну фазу й тому  $\Delta t_k = \tau$ . Тому:

$$\Delta K = a_{\omega} \tau \text{ або } \tau = \Delta K / a_{\omega} . \quad (\text{Б.1})$$

Припущення координат оперуючого судна за час повороту  $\tau$ :

$$\Delta x_0 = \int_0^\tau V_0 \sin[K_0 + K(t)] dt, \quad \Delta y_0 = \int_0^\tau V_0 \cos[K_0 + K(t)] dt,$$

У які підставляємо вираз для  $K(t)$ :

$$\Delta x_0 = \int_0^\tau V_0 \sin(K_0 + a_\omega t) dt, \quad \Delta y_0 = \int_0^\tau V_0 \cos(K_0 + a_\omega t) dt.$$

Спочатку розглянемо вираз для  $\Delta x_0$  :

$$\begin{aligned} \Delta x_0 &= \int_0^\tau V_0 \sin(K_0 + a_\omega t) dt = V_0 \sin K_0 \int_0^\tau \cos(a_\omega t) dt + \rightarrow \\ &V_0 \cos K_0 \int_0^\tau \sin(a_\omega t) dt. \end{aligned}$$

Введемо позначення  $\Im s = \int_0^\tau \sin(a_\omega t) dt$  і  $\Im c = \int_0^\tau \cos(a_\omega t) dt$ . Отже, вираз

для  $\Delta x_0$  набуває наступного вигляду:

$$\Delta x_0 = V_0 (\sin K_0 \Im c + \cos K_0 \Im s).$$

Після інтегрування прирошення координати  $\Delta x_0$  :

$$\Delta x_0 = \frac{V_0}{a_\omega} \{ \sin K_0 \sin(a_\omega \tau) - \cos K_0 [\cos(a_\omega \tau) - 1] \}.$$

Оскільки  $\Delta K = a_\omega \tau$ , вираз для  $\Delta x_0$  набирає вигляду:

$$\Delta x_o = \frac{V_o}{a_\omega} [\sin K_o \sin \Delta K - \cos K_o [\cos \Delta K - 1]] \Rightarrow \frac{V_o}{a_\omega} [\cos K_o - \cos(K_o + \Delta K)].$$

Враховуємо, що  $K_o + \Delta K = K_y$ , де  $K_y$  – курс другої ділянки програмної траєкторії судна, тому остаточний вираз для  $\Delta x_o$ :

$$\Delta x_o = \frac{V_o}{a_\omega} (\cos K_o - \cos K_y).$$

Аналогічно знаходимо вираз для  $\Delta y_o$ :

$$\begin{aligned} \Delta y_o &= \int_0^\tau V_o \cos [K_o + K(t)] dt = V_o \cos K_o \int_0^\tau \cos(a_\omega t) dt \rightarrow \\ &- V_o \sin K_o \int_0^\tau \sin(a_\omega t) dt, \end{aligned}$$

або

$$\Delta y_o = \frac{V_o}{a_\omega} [\cos K_o \sin \Delta K + \sin K_o (\cos \Delta K - 1)],$$

остаточно

$$\Delta y_o = \frac{V_o}{a_\omega} (\sin K_y - \sin K_o).$$

Отже, розрахунок прирошення координат  $\Delta x_o$  і  $\Delta y_o$  виконується за наступними формулами:

$$\begin{aligned} \Delta x_o &= \frac{V_o}{a_\omega} (\cos K_o - \cos K_y), \\ \Delta y_o &= \frac{V_o}{a_\omega} (\sin K_y - \sin K_o). \end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

Друга динамічна модель обертального руху судна описується неоднорідним лінійним диференційним рівнянням з постійними коефіцієнтами [16]:

$$T_1 \ddot{K} + \dot{K} = k_{\omega} \beta_k ,$$

де  $T_1$  – постійна часу, що характеризує інерційні властивості судна.

Знайдемо розв'язок даного диференційного рівняння, записавши його з урахуванням  $\omega = \dot{K}$ :

$$T_1 \dot{\omega} + \omega = k_{\omega} \beta_k .$$

Оскільки дане рівняння є неоднорідним, тому його загальний розв'язок є розв'язком відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку [18], тобто:

$$\omega = \omega_{od} + \omega_r , \quad (\text{Б.3})$$

де  $\omega_{od}$  і  $\omega_r$  – відповідно розв'язок аналогічного однорідного рівняння і частинний розв'язок.

Знайдемо розв'язок для  $\omega_{od}$ :

$$T_1 \dot{\omega}_{od} + \omega_{od} = 0 ,$$

з характеристичним рівнянням:

$$T_1 k + 1 = 0 ,$$

що має корінь  $k = -1/T_1$ . Отже [18], розв'язком однорідного диференційного рівняння є:

$$\omega_{od} = C_1 \exp(-t/T_1) .$$

Тому вираз (Б.3) набуває наступного вигляду:

$$\omega = C_1 \exp(-t/T_1) + \omega_r . \quad (\text{Б.4})$$

Постійна інтегрування  $C_1$  знаходиться з початкових умов при  $t = 0$ . Позначимо початкове значення кутової швидкості через  $\omega_o$ , підставляючи в (Б.4)  $t = 0$ , отримуємо вираз для постійної інтегрування  $C_1$ :

$$C_1 = \omega_o - \omega_r . \quad (\text{Б.5})$$

Тоді, підставляючи (Б.5) в (Б.4), для  $\omega$  остаточно отримаємо такий вираз:

$$\omega = (\omega_o - \omega_r) \exp(-t/T_1) + \omega_r . \quad (\text{Б.6})$$

Інтегруючи останнє рівняння, отримаємо вираз для поточного курсу судна  $K$ :

$$K = K_o + \int_0^t [(\omega_o - \omega_r) \exp(-\tau/T_1) + \omega_r] d\tau .$$

Позначимо:

$$J_o = \int_0^t [(\omega_o - \omega_r) \exp(-\tau/T_1) + \omega_r] d\tau ,$$

і знайдемо вираз для даного інтеграла. Очевидно, що:

$$J_o = \int_0^t [(\omega_o - \omega_r) \exp(-\tau/T_1) + \omega_r] d\tau =$$

$$\int_0^t [(\omega_o - \omega_r) \exp(-\tau/T_1)] d\tau + \int_0^t \omega_r d\tau ,$$

або

$$J_o = (\omega_o - \omega_r) \int_0^t \exp(-\tau/T_1) d\tau + \omega_r t.$$

Остаточно для інтеграла  $J_o$ :

$$J_o = \omega_r t - T_1 (\omega_r - \omega_o) [1 - \exp(-t/T_1)].$$

Отже, вираз для курсу судна має такий вигляд:

$$K = K_o + \omega_r t - T_1 (\omega_r - \omega_o) [1 - \exp(-t/T_1)]. \quad (B.7)$$

Знайдемо залежності для курсу судна на першій і другій фазах повороту. На першій фазі повороту тривалістю  $\Delta t_k$  початкове  $\omega_o$  і стало  $\omega_r$  значення кутової швидкості:

$$\omega_o = 0 \text{ і } \omega_r = k_\omega \beta_k = a_\omega.$$

У цьому випадку вираз (B.7):

$$K = K_o + a_\omega t - T_1 a_\omega [1 - \exp(-t/T_1)]$$

або

$$K = K_o + a_\omega \{t - T_1 [1 - \exp(-t/T_1)]\}. \quad (B.8)$$

У момент часу  $t_n + \Delta t_k$  відбувається перекладка керма на протилежний борт на кут  $-\beta_k$  і кермо утримується в такому положенні протягом інтервалу

часу  $\Delta t$ . При цьому початкове значення кутової швидкості на момент часу  $\Delta t_k$  визначається виразом  $\omega_0 = a_\omega [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)]$ , а стало значення кутової швидкості  $\omega_r = -a_\omega$ . Підставляючи вирази  $\omega_0$  і  $\omega_r$  в (Б.7):

$$\tilde{K} = K - a_\omega t - T_1 \{-a_\omega - a_\omega [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)]\} [1 - \exp(-t / T_1)].$$

Залежність поточного курсу  $\tilde{K}$  для другої фази повороту:

$$\tilde{K} = K + a_\omega \{T_1[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)][1 - \exp(-t / T_1)] - t\}. \quad (\text{Б.9})$$

Обчислення інтервалів часу  $\Delta t_k$  і  $\Delta t$  вимагає складання системи рівнянь, яка має такий вигляд (4.4):

$$\begin{cases} \Delta K = K(\Delta t_k) + \tilde{K}(\Delta t) \\ \omega(\Delta t_k, \Delta t) = 0 \end{cases}. \quad (\text{Б.10})$$

Перше рівняння системи (Б.10) запишемо в явному вигляді, використавши вирази (Б. 8.) і (Б.9):

$$\begin{aligned} \Delta K &= a_\omega \{\Delta t_k - T_1[1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)]\} + a_\omega \{T_1[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] \times \rightarrow \\ &\rightarrow [1 - \exp(-t / T_1)] - \Delta t\}. \end{aligned}$$

Розділимо обидві частини отриманого рівняння на величину  $a_\omega$ :

$$\begin{aligned} \Delta K / a_\omega &= \Delta t_k - T_1[1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] + a_\omega \{T_1[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] \times \rightarrow \\ &\rightarrow [1 - \exp(-t / T_1)] - \Delta t\}, \end{aligned}$$

У результаті чого отримаємо вираз для розрахунку  $\Delta t_k$  методом простих ітерацій [19]:

$$\Delta t_k = T_1 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] + \Delta t - T_1 [2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)][1 - \exp(-\Delta t / T_1)] + \Delta K / a_\omega ,$$

з початковим наближенням  $\Delta t_k = \Delta K / a_\omega$ .

У наведеному виразі для простих ітерацій величину  $\Delta t$  необхідно виразити через  $\Delta t_k$ . З цією метою скористаємося другим рівнянням системи (Б.10) і початковим значенням кутової швидкості другої фази повороту:

$$\omega_o = a_\omega [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] , \quad \omega_r = -a_\omega .$$

Після підстановки цих значень в (Б.10), отримаємо:

$$\omega(\Delta t_k, \Delta t) = \{a_\omega [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] + a_\omega\} \exp(-\Delta t / T_1) - a_\omega = 0,$$

тобто

$$a_\omega [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1) + 1] \exp(-\Delta t / T_1) - a_\omega = 0 ,$$

або

$$a_\omega \{[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] \exp(-\Delta t / T_1) - 1\} = 0 ,$$

звідки:

$$[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] \exp(-\Delta t / T_1) = 1 ,$$

тобто

$$[2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)]^{-1} = \exp(-\Delta t / T_1) ,$$

логарифмуючи обидві частини останнього рівняння, отримаємо:

$$-\frac{\Delta t}{T_1} = -\ln[2 - \exp(-\Delta t_k/T_1)],$$

або

$$\Delta t = T_1 \ln [2 - \exp(-\Delta t_k/T_1)].$$

Останнє рівняння пов'язує змінні  $\Delta t_k$  і  $\Delta t$ , що дозволяє зробити ітераційне обчислення тривалості кожної з фаз повороту судна й тривалість повороту  $\tau$ .

Приложення координат  $\Delta x_o$  і  $\Delta y_o$  оперуючого судна за час повороту  $\tau$  визначаються виразами:

$$\Delta x_o = \int_0^\tau V_o \sin[K_o + K(t)] dt, \quad \Delta y_o = \int_0^\tau V_o \cos[K_o + K(t)] dt.$$

З урахуванням того, що поворот судна містить дві фази, попередні інтеграли для  $\Delta x_o$  і  $\Delta y_o$  приймають такого вигляду:

$$\Delta x_o = \int_0^{\Delta t_k} V_o \sin[K_o + K] dt + \int_0^{\Delta t} V_o \sin[K_o + K(\Delta t_k) + \tilde{K}] dt,$$

$$\Delta y_o = \int_0^{\Delta t_k} V_o \cos[K_o + K] dt + \int_0^{\Delta t} V_o \cos[K_o + K(\Delta t_k) + \tilde{K}] dt.$$

При підстановці виразів (Б. 8.) і (Б.9) в попередні рівняння, отримаємо вираз для приложення  $\Delta x_o$ :

$$\begin{aligned} \Delta x_o &= V_o \sin K_o \int_0^{\Delta t_k} \cos [a_\omega \{t - T_1[1 - \exp(-t/T_1)]\}] dt + \rightarrow \\ &+ V_o \cos K_o \int_0^{\Delta t_k} \sin [a_\omega \{t - T_1[1 - \exp(-t/T_1)]\}] dt + \rightarrow \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

$$\begin{aligned}
& + V_o \sin[K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \cos[a_{\omega} \{ T_1 [2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] [1 - \exp(-t/T_1)] - t \}] dt + \rightarrow \\
& + V_o \cos[K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \sin[a_{\omega} \{ T_1 [2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] [1 - \exp(-t/T_1)] - t \}] dt,
\end{aligned}$$

де  $K(\Delta t_k) = a_{\omega} \{ \Delta t_k - T_1 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] \}$  ;

$a_{\omega}$  – стало значення кутової швидкості повороту.

Аналогічно знаходимо вираз для прирошення координати  $\Delta y_o$ :

$$\begin{aligned}
\Delta y_o &= V_o \cos K_o \int_0^{\Delta t k} \cos [a_{\omega} \{ t - T_1 [1 - \exp(-t/T_1)] \}] dt - \rightarrow \\
&- V_o \sin K_o \int_0^{\Delta t k} \sin [a_{\omega} \{ t - T_1 [1 - \exp(-t/T_1)] \}] dt + \rightarrow \quad (Б.12) \\
& + V_o \cos [K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \cos [a_{\omega} \{ T_1 [2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] [1 - \exp(-t/T_1)] - t \}] dt - \rightarrow \\
&- V_o \sin [K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \sin [a_{\omega} \{ T_1 [2 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] [1 - \exp(-t/T_1)] - t \}] dt.
\end{aligned}$$

Отримані вирази дозволяють обчислити необхідні значення величин  $\Delta t$ ,  $\Delta t_k$ ,  $\Delta x_o$  і  $\Delta y_o$  для другої динамічної моделі обертального руху судна.

Визначені інтеграли, які входять у вирази для  $\Delta x_o$  і  $\Delta y_o$ , не виражаються в елементарних функціях, тому їх значення знаходяться чисельним інтегруванням, наприклад, методом Сімпсона.

У роботі [16] наведено третю динамічну модель обертального руху судна, яка представлена неоднорідним лінійним диференційним рівнянням третього порядку з постійними коефіцієнтами, яке має такий вигляд:

$$T_1 T_2 \ddot{K} + (T_1 + T_2) \dot{K} + K = K_{\omega} \beta_k ,$$

де  $T_1$  і  $T_2$  – постійні часу, що характеризують інерційні властивості судна.

Як показано в роботі [16], розв'язання цього рівняння проводиться таким чином. Вираз для  $K$ , на першій фазі повороту:

$$K = K_o + a_{\omega} \{ t - \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \}. \quad (\text{Б.13})$$

Вираз для поточного курсу судна на другій фазі повороту  $\tilde{K}$  має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{K} = K - a_{\omega} t + a_{\omega} \{ 2 - [ T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2) ] / (T_1 - T_2) \} \times \\ \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2). \end{aligned} \quad (\text{Б.14})$$

Наведені вирази (Б.13) і (Б.14) дозволяють записати перше рівняння для заданої зміни курсу  $\Delta K$  під час повороту оперуючого судна, проте спочатку необхідно навести вирази для прирошення курсу на першій  $K(\Delta t_k)$  і другій

$\tilde{K}(\Delta t)$  фазах повороту. Підставляємо значення  $\Delta t_k$  у вираз (Б.13) і отримуємо:

$$K(\Delta t_k) - a_{\omega} \{ \Delta t_k - \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_2)] \} / (T_1 - T_2) \}.$$

Таким же чином, підстановка  $\Delta t$  у (Б.14) дозволяє отримати вираз для прирошення курсу на другій фазі повороту  $\tilde{K}(\Delta t)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{K}(\Delta t) = a_{\omega} \Delta t + a_{\omega} \{ 2 - [ T_1 \exp(-\Delta t / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t / T_2) ] / (T_1 - T_2) \} \times \\ \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_2)] \} / (T_1 - T_2). \end{aligned}$$

Отримані вирази підставляємо у формулу прирошення курсу й отримаємо:

$$\Delta K = a_{\omega} \{ \Delta t_k - \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} - a_{\omega} \Delta t + a_{\omega} \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_2)] \} / (T_1 - T_2).$$

Розділимо обидві частини рівняння на величину  $a_{\omega}$ :

$$\begin{aligned} & \Delta t_k - \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_2)] \} / (T_1 - T_2) - \\ & - \Delta t + \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \\ & \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_2)] \} / (T_1 - T_2) = \Delta K / a_{\omega}. \end{aligned}$$

З останнього виразу записуємо залежність  $\Delta t_k$  від  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \Delta t_k = & \Delta t + \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t_k / T_2)] \} / (T_1 - T_2) - \\ & - \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \quad (Б.15) \\ & \{ T_1^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-\Delta t / T_2)] \} / (T_1 - T_2) + \Delta K / a_{\omega}. \end{aligned}$$

Підставляючи в (Б.10) значення початкової та сталої кутової швидкості на другій фазі повороту й прирівнюючи отриманий вираз до нуля, отримаємо друге рівняння:

$$\begin{aligned} \omega(\Delta t_k, \Delta t) = & a_{\omega} \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k / T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \\ & [T_1 \exp(-\Delta t / T_1) - T_2 \exp(-\Delta t / T_2)] / (T_1 - T_2) - a_{\omega} = 0. \end{aligned}$$

Скорочуючи обидві частини на  $a_{\omega}$ , отримуємо наступне рівняння:

$$\{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\} \times \\ [T_1 \exp(-\Delta t/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t/T_2)]/(T_1 - T_2) = 1.$$

Після елементарних перетворень в останньому рівнянні:

$$[T_1 \exp(-\Delta t/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t/T_2)] = (T_1 - T_2) \times \\ \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\}^{-1},$$

що дозволяє записати отримане рівняння у формі, зручній для обчислення способом простих ітерацій. Тому запишемо:

$$\exp(-\Delta t/T_1) = (T_2/T_1) \exp(-\Delta t/T_2) + [(T_1 - T_2)/T_1] \times \\ \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\}^{-1}.$$

Після логарифмування обох частин останнього рівняння отримаємо:

$$-\Delta t/T_1 = \ln\{(T_2/T_1) \exp(-\Delta t/T_2) + [(T_1 - T_2)/T_1] \times \\ \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\}^{-1}\},$$

звідки

$$\Delta t = -T_1 \ln\{(T_2/T_1) \exp(-\Delta t/T_2) + [(T_1 - T_2)/T_1] \times \\ \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\}^{-1}\}.$$

Позначимо  $L = 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)$  й остаточно отримаємо вираз, який зв'язує  $\Delta t_k$  з  $\Delta t$ :

$$\Delta t = -T_1 \ln\{(T_2/T_1) \exp(-\Delta t/T_2) + [(T_1 - T_2)/T_1] L^{-1}\}. \quad (\text{Б.16})$$

Для розрахунку величин  $\Delta t_k$  і  $\Delta t$  методом простих ітерацій, задаємося попереднім значенням  $\Delta t_k$  і за допомогою виразу (Б.15) обчислюється значення  $\Delta t$ , яке підставляється у вираз (Б.10) для розрахунку чергового значення  $\Delta t_k$ .

Вирази для розрахунку прирошення координат судна  $\Delta x_0$  і  $\Delta y_0$  за час повороту  $\tau$  мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \Delta x_0 = V_0 \sin K_0 \int_0^{\Delta t k} \cos \{ a_\omega \{ t - \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - \\
 - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} \} dt + V_0 \cos K_0 \int_0^{\Delta t k} \sin \{ a_\omega \{ t - \rightarrow \\
 - \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} \} dt + \\
 + V_0 \sin [K_0 + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \cos \{ -a_\omega t + \rightarrow \\
 a_\omega \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \\
 \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} dt + \\
 + V_0 \cos [K_0 + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \sin \{ -a_\omega t + \\
 a_\omega \{ 2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)] / (T_1 - T_2) \} \times \\
 \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} dt; \\
 \Delta y_0 = V_0 \cos K_0 \int_0^{\Delta t k} \cos \{ a_\omega \{ t - \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - \\
 - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} \} dt - V_0 \sin K_0 \int_0^{\Delta t k} \sin \{ a_\omega \{ t - \\
 - \{ T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)] \} / (T_1 - T_2) \} \} dt +
 \end{aligned} \quad (\text{Б.17})$$

$$\begin{aligned}
& + V_o \cos[K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \cos \{ -a_{\omega} t + (E.18) \\
& a_{\omega} \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\} \times \\
& \{T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)]\}/(T_1 - T_2)\} dt - \\
& - V_o \sin[K_o + K(\Delta t_k)] \int_0^{\Delta t} \sin \{ -a_{\omega} t + \\
& a_{\omega} \{2 - [T_1 \exp(-\Delta t_k/T_1) - T_2 \exp(-\Delta t_k/T_2)]/(T_1 - T_2)\} \times \\
& \{T_1^2 [1 - \exp(-t/T_1)] - T_2^2 [1 - \exp(-t/T_2)]\}/(T_1 - T_2)\} dt.
\end{aligned}$$

## Б.2. Оперативна оцінка безпеки плавання і вибір безпечною маршруту проведення судна під час проходження в порт Чорноморськ

Уявімо оперативну оцінку безпеки плавання й вибір безпечною маршруту проведення судна під час заходу в порт Чорноморськ, для чого скористаємося електронною картою підходів до нього, яка показана на рис. Б.1. У свою чергу, прогнозоване положення судна після завершення повороту вправо з попереднього курсу  $165^{\circ}$  на курс  $285^{\circ}$  для входу в порт показано на рис. Б.2. Його напрямок руху показано вектором швидкості.

Після попереднього аналізу навігаційної обстановки було прийнято рішення як три орієнтири для визначення місця судна вибрati орієнтири, які показані на рис. Б.3 і відзначені колами зеленою кольору.

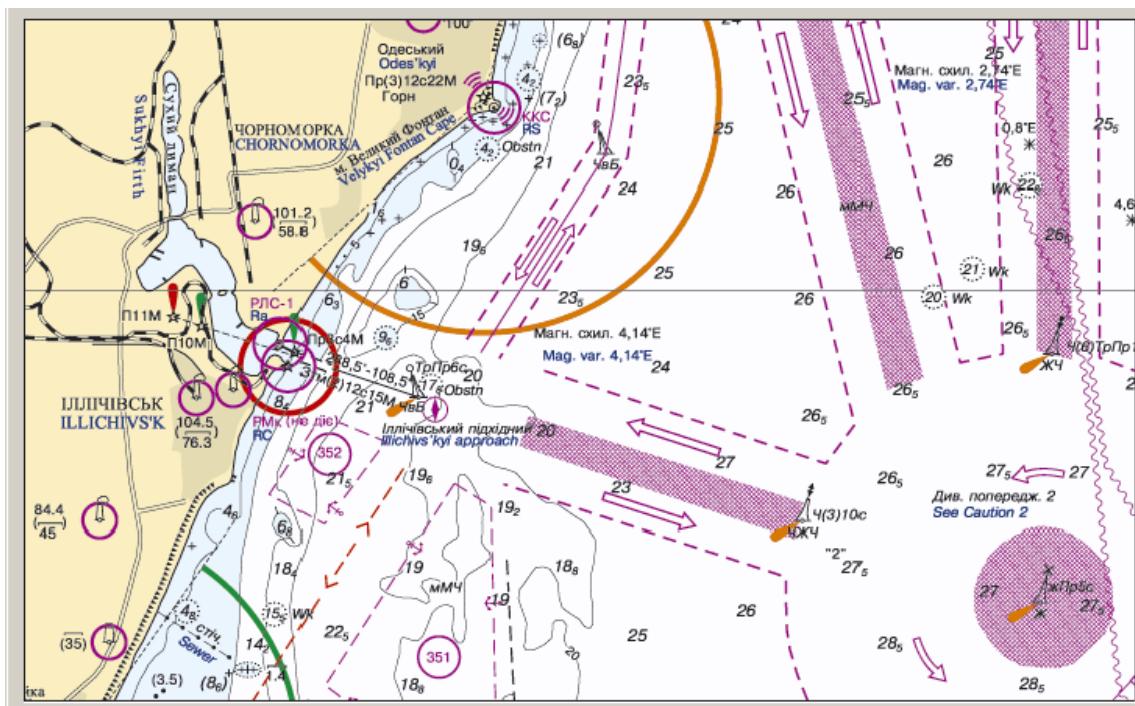


Рис. Б.1. Електронна карта підходів до порту Чорноморськ

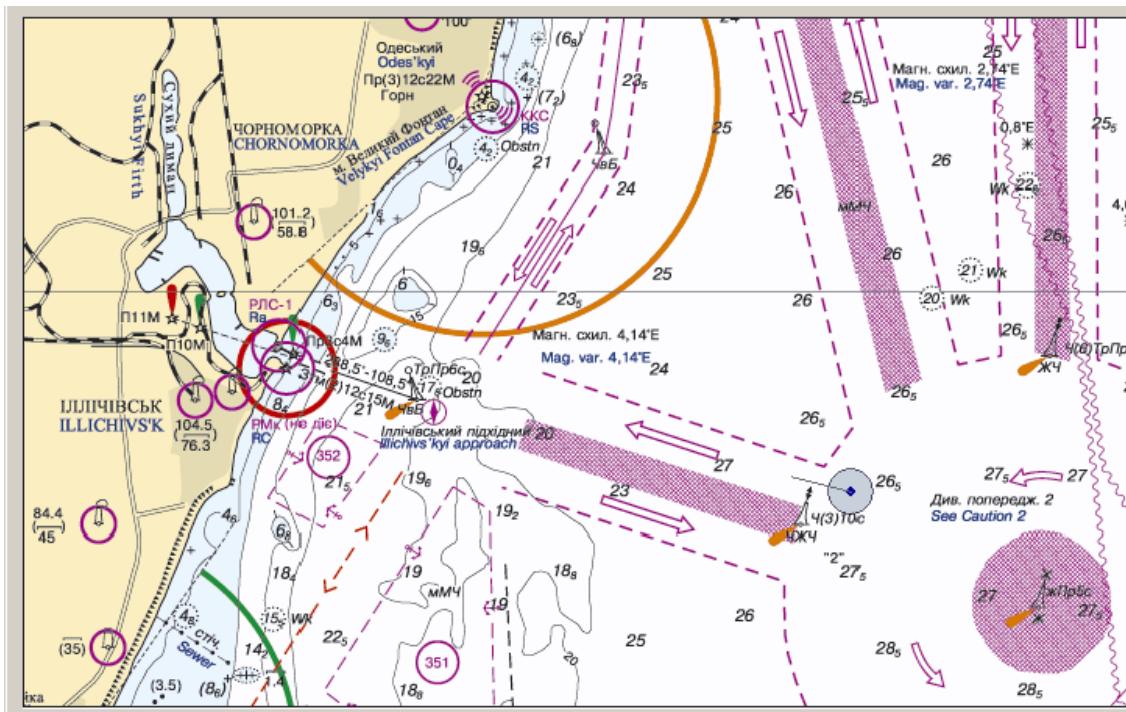


Рис. Б.2. Положення судна після закінчення повороту

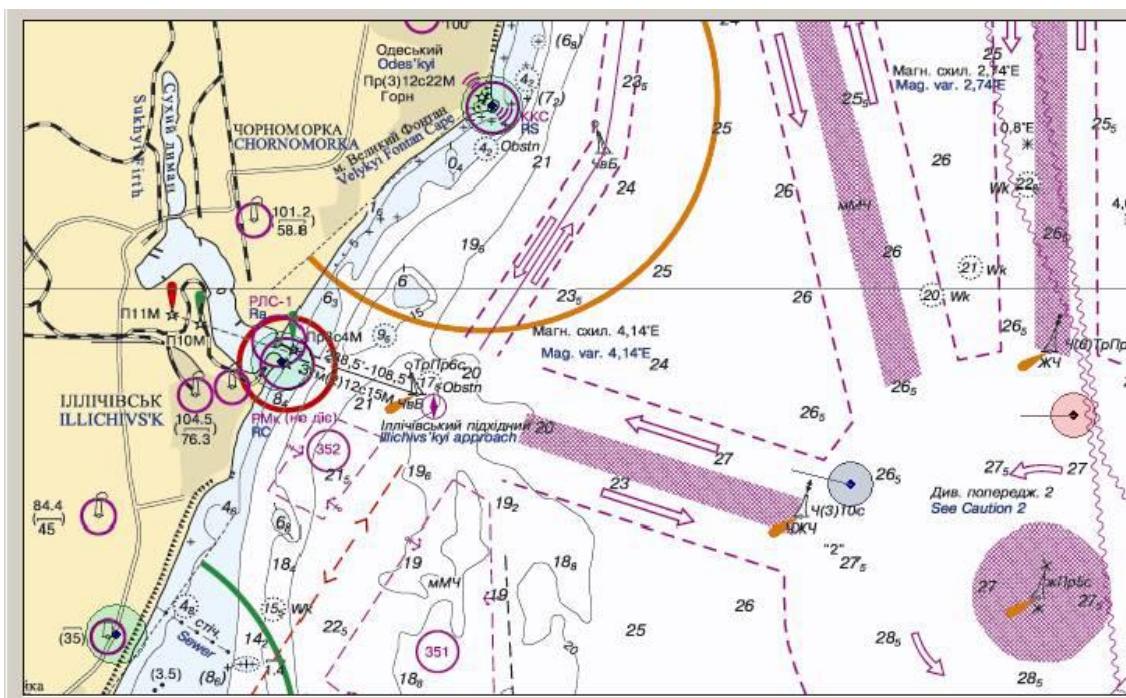


Рис. Б.3. Вибір трьох орієнтирів для визначення місця

Враховуючи відносне розташування обраних орієнтирів і значень дисперсії похибок вимірювань дистанції й пеленгу, були розраховані значення показника  $D_{md3}$  для формування поля точностей без оцифрування, яке показано на рис. Б.4.

Поле точностей обраних орієнтирів з оцифруванням представлено на рис. Б.5, аналіз якого показав, що точність проходження судна програмним маршрутом становить близько 60 метрів.

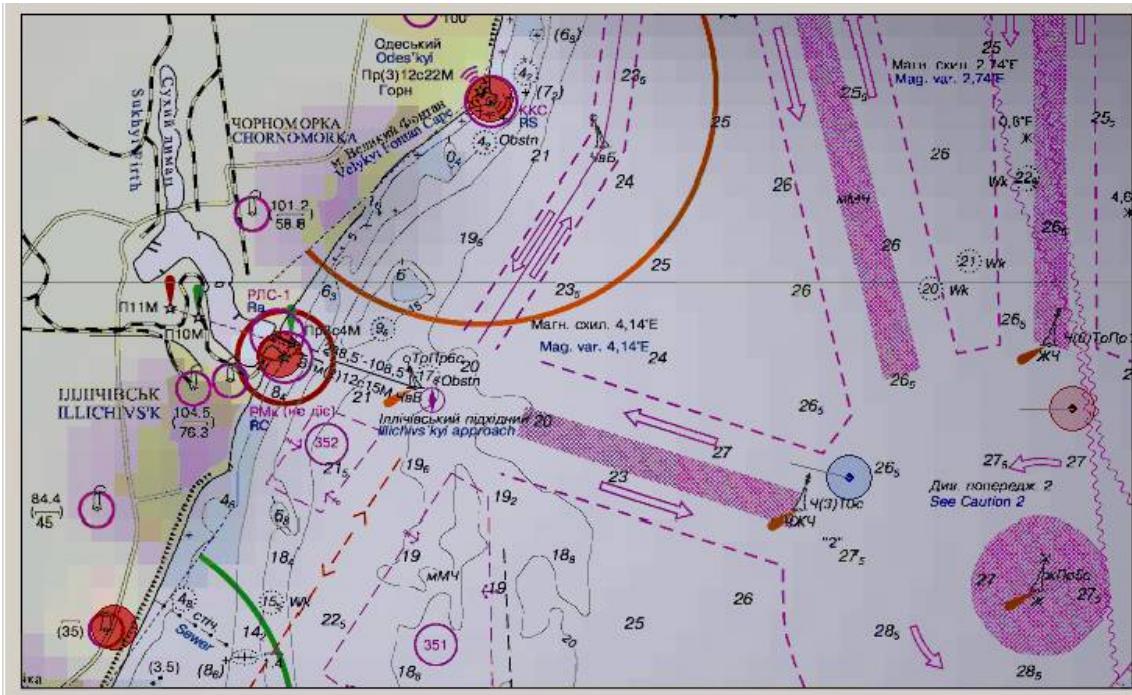


Рис. Б.4. Відображення поля точностей без оцифрування

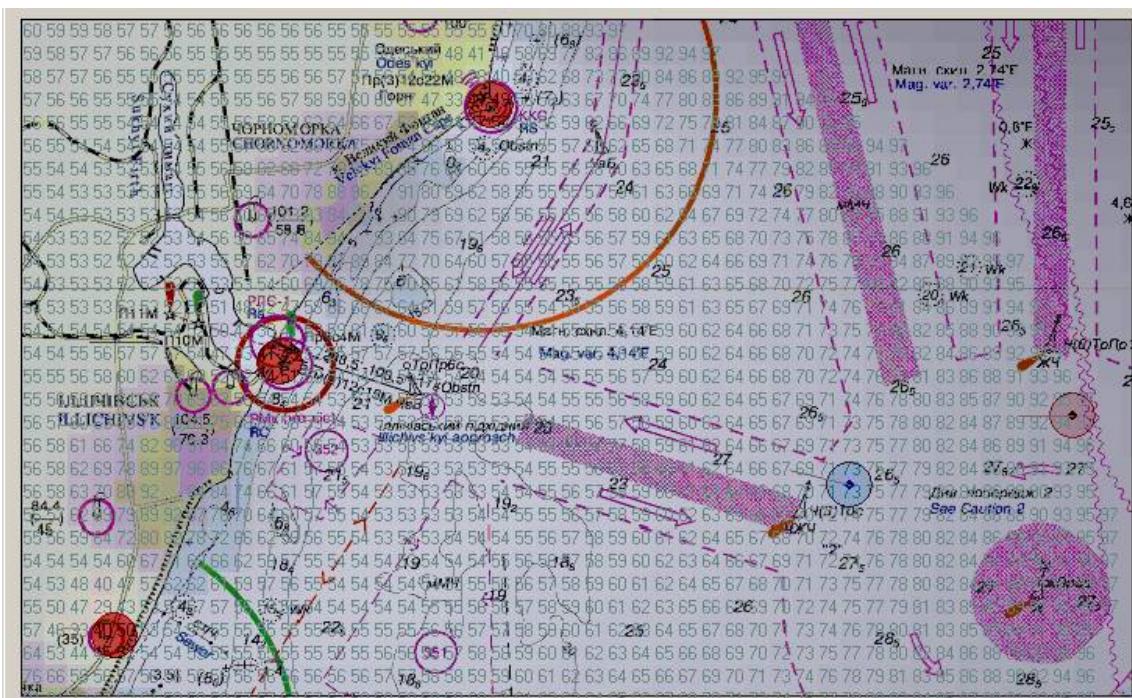


Рис. Б.5. Відображення поля точностей з оцифруванням

Слід зазначити те, що значення показника  $D_{md3}$  приблизно дорівнюють його значенням відносно прогнозованого маршруту проведення судна в порт. Після завершення повороту судна через траєкторні похибки виникає смуга руху судна, в якій воно може переміщатися під час проходження в порт. На рис. Б.6 показана смуга руху судна, яка відображенна на електронній карті.

Укрупнений фрагмент електронної карти показаний на рис. Б.7, він містить смугу руху судна, що виникає унаслідок траєкторної похибки повороту, яка знаходитьться в межах системи розподілу руху й не становить загрозу виникнення аварії.

Обрана безпечна траєкторія руху судна показана на рис. Б.8., яка враховує безпечний рух цілі й інші істотні чинники. У даному прикладі обрана траєкторія збігається з рекомендованим маршрутом проведення судна в порт Чорноморськ, який вибирається як безпечний.

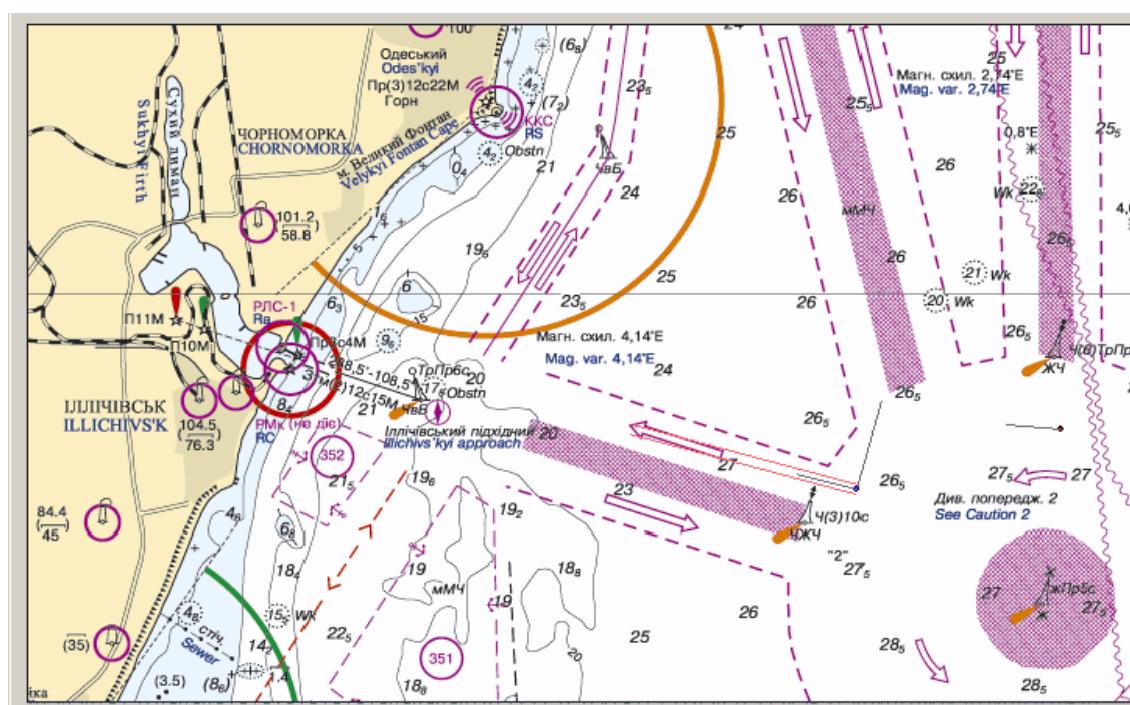


Рис. Б.6. Смуга руху судна після повороту

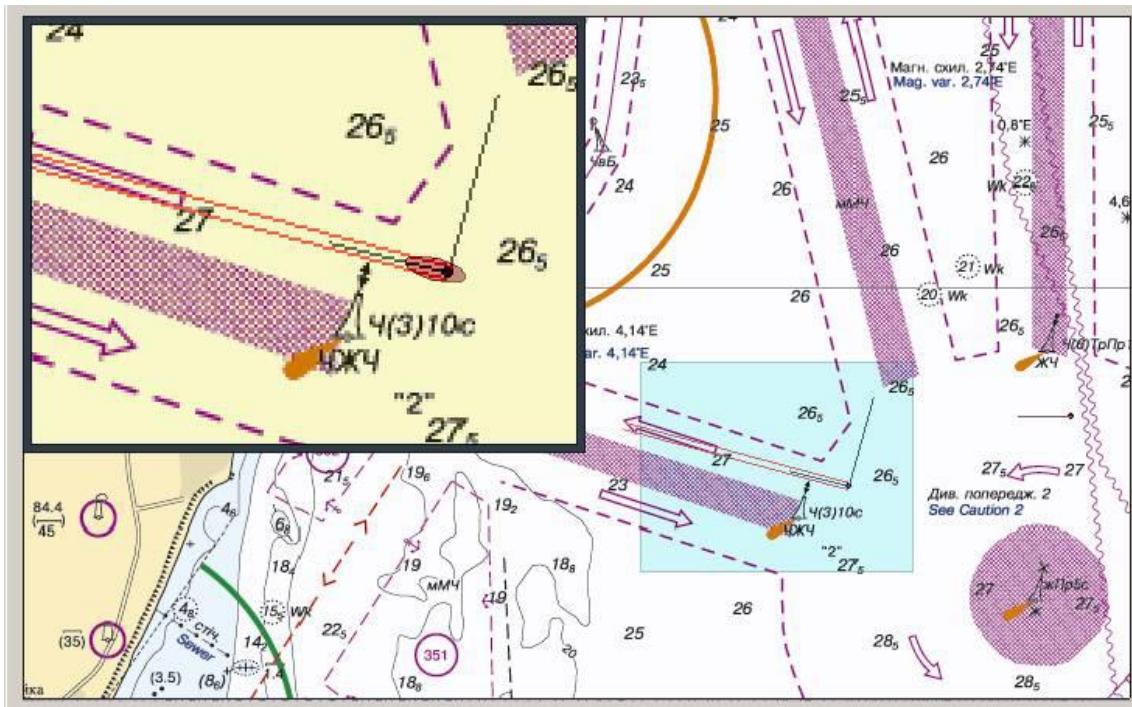


Рис. Б.7. Фрагмент смуги руху судна після повороту



Рис. Б.8. Безпечна траєкторія руху судна після повороту

ДОДАТОК В

### B.1. Ефективність обсервованих координат судна при розподілі похибок ліній положення за змішаними законами

Для визначення ефективності необхідно знайти вирази невласних інтегралів  $p$ ,  $q$  і  $s$ , що залежать від щільності дійсного  $f(x)$  і гаданого  $\phi(x)$  розподілів.

У разі різних дисперсій дійсного  $f(x)$  і гаданого  $\phi(x)$  нормальних розподілів щільності мають вигляд:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right\},$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right\}.$$

Раніше отримали вираження для невласних інтегралів  $q$ ,  $p$ , і  $s$ :

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \phi(x) - [\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx,$$

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 \right\} dx \text{ и}$$

$$s = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial x} f(x)]^2}{f(x)} dx.$$

Звертаємо увагу на те, що невласний інтеграл  $q$  представляє різницю двох інтегралів:

$$\begin{aligned}
q &= \int_{R^1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x) - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx = \\
&= \int_{R^1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x)}{\phi^2(x)} \right\} dx - \int_{R^1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2}{\phi^2(x)} \right\} dx,
\end{aligned}$$

причому другий інтеграл в отриманому виразі дорівнює інтегралу p.

Тому можна записати:

$$q = \int_{R^1} f(x) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} \right\} dx - p.$$

Знайдемо необхідні похідні:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right\} = -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right),$$

тому

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right\} = \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right).$$

Отже:

$$\begin{aligned}
\left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2 &= \left[ -\frac{x}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right]^2 / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right]^2 = \frac{x^2}{\sigma_m^4}, \\
\frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} &= \left[ \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right] / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_m^2}\right) \right] = -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4}.
\end{aligned}$$

З урахуванням отриманих виразів знаходимо невласний інтеграл p:

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[ \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right]^2 \right\} dx = \int_{R1} \frac{x^2}{\sigma_m^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx = \\ \frac{1}{\sigma_m^4} \int_{R1} x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx.$$

Враховуючи, що  $\int_{R1} x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx = \sigma_r^2$ , остаточно отримаємо:

$$p = \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4}.$$

Невласний інтеграл  $q$  в цьому випадку буде мати такий вигляд:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x)}{\phi(x)} \right\} dx - p = \int_{R1} \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx - \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4},$$

або

$$q = \int_{R1} \left( -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{x^2}{\sigma_m^4} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx - \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4} = -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4} - \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4} = -\frac{1}{\sigma_m^2}.$$

Знайдемо невласний інтеграл, для чого знайдемо необхідну похідну:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) \right\} = -\frac{x}{\sigma_r^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) \text{ и} \\ \left[ \frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]^2 / f(x) = \frac{x^2}{\sigma_r^4} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) \right]^2 / \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) \right] = \\ = \frac{x^2}{\sigma_r^4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right).$$

Тому

$$s = \frac{1}{\sigma_r^4} \int_{R1} x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx = \frac{\sigma_r^2}{\sigma_r^4} = \frac{1}{\sigma_r^2},$$

або

$$s = \frac{1}{\sigma_r^2}.$$

Таким чином, отримані вирази для всіх трьох невласних інтегралів:

$$q = -\frac{1}{\sigma_m^2}, \quad p = \frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4}, \quad s = \frac{1}{\sigma_r^2}.$$

Отже, ефективність оцінюється наступним виразом:

$$e = \frac{q^2}{ps} = \frac{\frac{1}{\sigma_m^4}}{\frac{\sigma_r^2}{\sigma_m^4} \cdot \frac{1}{\sigma_r^2}} = 1.$$

Розглянемо випадок, коли похибки ліній положення розподілені за змішаним законом першого типу. У цьому випадку передбачувана щільність розподілу похибок  $\phi(\xi)$  є нормальнюю, а дійсна щільність належить до змішаного розподілу першого типу, яка має наступний аналітичний вигляд:

$$f(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}}, \quad (m \leq 6) \quad (\text{B.1})$$

де  $A_m = \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2\pi}(2m)!} \lambda^{m+1/2}$  – нормуючий множник;

$m$  – істотний параметр, який набирає ціличисельні значення;

$\lambda$  – масштабний параметр.

Гадана щільність нормального розподілу має вигляд:

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Знайдемо невласні інтеграли  $q$ ,  $p$ , і  $s$ .

У попередньому випадку були отримані вирази для похідних щільності

$\phi(x)$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(\xi) = -\frac{\xi}{\sigma_m^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_m^2}\right), \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(\xi) = \left(-\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{\xi^2}{\sigma_m^4}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_m^2}\right), \quad (\text{B.3})$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi(\xi) \over \phi(\xi) \right]^2 = \frac{\xi^2}{\sigma_m^4}. \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(\xi) \right]}{\phi(\xi)} = -\frac{1}{\sigma_m^2} + \frac{\xi^2}{\sigma_m^4}. \quad (\text{B.5})$$

С урахуванням наведених виразів знаходимо невласний інтеграл  $p$ :

$$p = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \phi(\xi) \over \phi(\xi) \right]^2 \right\} d\xi = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi.$$

Невласний інтеграл  $q$  в цьому випадку буде мати такий вигляд:

$$q = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi(\xi) \right] \phi(\xi)}{\phi^2(\xi)} \right\} d\xi - p = \int_{R1} \left( -\frac{1}{\sigma^2} + \frac{\xi^2}{\sigma^4} \right) \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi - p,$$

або

$$\begin{aligned} q &= \int_{R1} \left( -\frac{1}{\sigma^2} + \frac{\xi^2}{\sigma^4} \right) \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi - \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi = \\ &= -\frac{1}{\sigma^2} \int_{R1} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi = -\frac{1}{\sigma^2}, \end{aligned}$$

оскільки  $\int_{R1} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi = 1$ .

Таким чином:

$$q = -\frac{1}{\sigma^2}.$$

Повертаючись до інтеграла  $p$ , відзначимо:

$$p = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi = \frac{1}{\sigma^4} \int_{R1} \xi^2 \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} d\xi,$$

або

$$p = \frac{1}{\sigma^4} \mu_2,$$

де  $\mu_2$  – другий центральний момент дійсного розподілу випадкових величин вимірювання.

Другий центральний момент  $\mu_2$ :

$$\mu_2 = \frac{2\lambda}{2m - 1},$$

отже, невласний інтеграл  $p$  визначається виразом:

$$p = \frac{1}{\sigma^4} \frac{2\lambda}{2m - 1}.$$

Знайдемо вираз для невласного інтеграла  $s$ :

$$s = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2}{f(\xi)} d\xi,$$

з цією метою знайдемо вираз для похідної:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} \right] = -\frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+2}} \xi,$$

тоді

$$\begin{aligned} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2}{f(\xi)} &= \left[ \frac{A_m(m+1)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+2}} \xi \right]^2 / \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}} \right] = \\ &= \frac{A_m^2(m+1)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2(m+2)}} \xi^2 \frac{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+1}}{A_m} = \frac{A_m(m+1)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} \xi^2. \end{aligned}$$

З урахуванням отриманого виразу для підінтегральної функції невласний інтеграл  $s$  набуває вигляду:

$$s = A_m(m+1)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} d\xi.$$

Знайдемо розв'язок інтеграла:

$$J = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3}} d\xi.$$

Для цього скористаємося спiввiдношенням:

$$\int_{R1} \frac{d\xi}{(\xi^2/2 + \lambda)^{\nu+1}} = A_\nu^{-1},$$

де  $A_\nu$  – нормуючий множник, що дозволяє використовувати вихідну підінтегральну функцію як щільність розподілу.

Як і раніше, можна записати:

$$A_\nu^{-1} = \frac{\sqrt{2\pi}(2\nu)!}{2^{2\nu}(\nu!)^2} \lambda^{-\nu-1/2} = B_\nu \lambda^{-\nu-1/2},$$

де

$$B_\nu = \frac{\sqrt{2\pi}(2\nu)!}{2^{2\nu}(\nu!)^2}. \quad (B.6)$$

Тому справедливою є рівність:

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2 + \lambda)^{\nu+1}} d\xi = B_\nu \lambda^{-\nu-1/2},$$

яку доцільно переписати в наступному вигляді:

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda + 1)^{\nu+1} \lambda^{\nu+1}} d\xi = B_\nu \lambda^{-\nu-1/2}$$

або

$$\int_{R1} \frac{1}{(\xi^2/2\lambda + 1)^{\nu+1}} d\xi = B_\nu \lambda^{-1/2}.$$

Введемо позначення  $\lambda = h^{-1}$  і отримаємо:

$$\int_{R1} \left( \frac{\xi^2}{2} h + 1 \right)^{-\nu-1} d\xi = B_\nu h^{-1/2}.$$

Диференціюючи обидві частини рівності за параметром  $h$  і отримаємо:

$$-\frac{\nu+1}{2} \int_{R^1} \left(\frac{\xi^2}{2} h + 1\right)^{-\nu-2} \xi^2 d\xi = -\frac{1}{2} B_\nu h^{-3/2},$$

або

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} h + 1\right)^{\nu+2}} d\xi = \frac{B_\nu}{\nu+1} h^{-3/2}.$$

Замінюємо параметр  $h$  параметром  $\lambda$ , отримаємо:

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2\lambda} + 1\right)^{\nu+2}} d\xi = \frac{B_\nu}{\nu+1} \lambda^{3/2}.$$

Помножимо обидві частини отриманої рівності на величину  $\lambda^{-\nu-2}$ :

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} + \lambda\right)^{\nu+2}} d\xi = \frac{B_\nu}{\nu+1} \lambda^{-\nu-1/2}.$$

Виконаємо підстановку  $\nu = m + 1$ :

$$\int_{R^1} \frac{\xi^2}{\left(\frac{\xi^2}{2} + \lambda\right)^{m+3}} d\xi = \frac{B_{m+1}}{m+2} \lambda^{-m-3/2}.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл у лівій частині рівняння дорівнює шуканому інтегралу  $J$ .

Тому записуємо вираз для інтеграла  $J$ :

$$J = \frac{B_{m+1}}{m+2} \lambda^{-m-3/2}.$$

З урахуванням виразу (B.6) можна записати:

$$B_{m+1} = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{2^{2m+2}[(m+1)!]^2}$$

та інтеграл  $J$  набуває наступного вигляду:

$$J = \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2} \lambda^{-m-3/2}.$$

У свою чергу нормуючий множник визначається виразом (B.1):

$$A_m = \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!} \lambda^{m+1/2},$$

тому інтеграл  $s$  має такий вигляд:

$$\begin{aligned} s &= (m+1)^2 \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2}\pi(2m)!} \lambda^{m+1/2} \frac{\sqrt{2}\pi[2(m+1)]!}{(m+2)2^{2m+2}[(m+1)!]^2} \lambda^{-m-3/2} = \\ &\frac{(m+1)^2(2m+1)(2m+2)}{\lambda 2^2(m+2)(m+1)^2} = \frac{(m+1)^2(2m+1)2(m+1)}{4\lambda(m+2)(m+1)^2}, \end{aligned}$$

або

$$s = \frac{(m+1)^2(2m+1)}{2\lambda(m+2)(m+1)} = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}.$$

Таким чином, остаточно отримаємо:

$$s = \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}.$$

Маючи вирази для всіх трьох невласних інтегралів  $p$ ,  $q$  і  $s$ , можна записати вираз для ефективності оцінки  $e$ :

$$e = \frac{\frac{1}{\sigma^4}}{\frac{2\lambda}{\sigma^4(2m-1)} \frac{(m+1)(2m+1)}{2\lambda(m+2)}} = \frac{(m+2)(2m-1)}{(m+1)(2m+1)}.$$

Остаточно ефективність  $e$  для розглянутого типу розподілу виражається в такий спосіб:

$$e = 1 - \frac{3}{2m^2 + 3m + 1}.$$

Розглянемо випадок, коли похибки ліній положення розподілені за другим змішаним законом, щільність якого має наступний аналітичний вигляд:

$$f(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2 / 2 + \lambda)^{m+3/2}},$$

$$\text{де } A_m = \frac{(2m+1)!\lambda^{m+1}}{\sqrt{2} 2^{2m+1} (m!)^2}.$$

Гаданий розподіл є нормальним зі щільністю  $\phi(\xi)$ :

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Звертаємо увагу на наступну рівність:

$$q = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \frac{\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi(\xi)}{\phi(\xi)} \right\} d\xi - p . \quad (B.7)$$

З урахуванням виразів (B.2) – (B.5), невласний інтеграл  $p$  набуває наступного вигляду:

$$p = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi .$$

З урахуванням виразу (B.7) невласний інтеграл  $q$  в цьому випадку буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} q &= \int_{R1} \left( -\frac{1}{\sigma^2} + \frac{\xi^2}{\sigma^4} \right) \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi - \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi = \\ &= -\frac{1}{\sigma^2} \int_{R1} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi = -\frac{1}{\sigma^2}, \end{aligned}$$

оскільки  $\int_{R1} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi = 1$ .

Повертаючись до інтеграла  $p$ , відзначимо:

$$p = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi = \frac{1}{\sigma^4} \int_{R1} \xi^2 \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} d\xi = \frac{\mu_2}{\sigma^4},$$

де  $\mu_2$  – другий центральний момент дійсного розподілу  $f(\xi)$ .

У дисертації отримано  $\mu_2 = \frac{\lambda}{m}$ . Отже, невласний інтеграл  $p$  визначається

виразом:

$$p = \frac{\lambda}{m\sigma^4}.$$

Знайдемо вираз для невласного інтеграла  $s$ . З цією метою запишемо похідну:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} \right] = - \frac{A_m(m+3/2)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+1)+3/2}} \xi$$

та її квадрат:

$$[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2 = \frac{A_m^2 (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2m+5}} \xi^2.$$

Знаходимо вираз для  $[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2 / f(\xi)$ :

$$\frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2}{f(\xi)} = \frac{A_m^2 (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2m+5}} \xi^2 \frac{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}}{A_m} = \frac{A_m (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} \xi^2.$$

Тепер можна знайти аналітичний вираз для невласного інтегралу  $s$ :

$$s = \int_{R1} \frac{[\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi)]^2}{f(\xi)} d\xi,$$

або

$$s = \int_{R1} \frac{A_m (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} \xi^2 d\xi = A_m (m+3/2)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} d\xi.$$

Позначимо:

$$\mathfrak{I} = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} d\xi$$

і знайдемо розв'язок означеного інтеграла  $\mathfrak{I}$ . Для цього скористаємося спiввiдношенням:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{(\xi^2/2 + \lambda)^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2\nu+1} (\nu!)^2}{(2\nu+1)! \lambda^{\nu+1}}.$$

Об'єднуємо параметр  $\lambda$  зi змiнною  $\xi$ , тобто:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{(\xi^2/2\lambda + 1)^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2\nu+1} (\nu!)^2}{(2\nu+1)!} \lambda^{1/2},$$

або позначаючи  $\lambda^{1/2} = h^{-1/2}$ , отримаємо:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{[h(\xi^2/2) + 1]^{\nu+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2\nu+1} (\nu!)^2}{(2\nu+1)!} h^{-1/2}.$$

Позначимо  $B_\nu^* = \frac{\sqrt{2} 2^{2\nu+1} (\nu!)^2}{(2\nu+1)!}$ , тодi отримаємо:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{[h(\xi^2/2) + 1]^{\nu+3/2}} = B_\nu^* h^{-1/2}.$$

Диференцiюючи обидвi частини отриманого рiвняння за параметром  $h$ :

$$-(\nu+3/2) \int_{R1} \frac{\xi^2}{2[h(\xi^2/2) + 1]^{(\nu+1)+3/2}} \partial \xi = -\frac{1}{2} B_\nu^* h^{-3/2}.$$

Повертаємося до параметру  $\lambda$ :

$$\int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(\nu+1)+3/2}} d\xi = \frac{B_\nu^*}{(\nu + 3/2)} \lambda^{-\nu-1}.$$

Вважаємо  $\nu = m+1$  і при підстановці отримаємо:

$$\int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} d\xi = \frac{B_{m+1}^*}{(m + 5/2)} \lambda^{-m-2}.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл у лівій частині рівняння є шуканим інтегралом  $\mathfrak{I}$ . Тому можна записати:

$$\mathfrak{I} = \frac{B_{m+1}^*}{(m + 5/2)} \lambda^{-m-2},$$

або, підставляючи значення  $B_{m+1}^*$ :

$$\mathfrak{I} = \frac{2\sqrt{2} 2^{2m+3} [(m+1)!]^2}{(2m+5)(2m+3)!} \lambda^{-m-2}.$$

У цьому випадку інтеграл  $s$  набуває наступного вигляду:

$$s = A_m^* (m + 3/2)^2 \mathfrak{I},$$

тобто

$$s = \frac{(2m+3)^2}{4} \frac{(2m+1)! \lambda^{m+1}}{\sqrt{2} 2^{2m+1} (m!)^2} \frac{2\sqrt{2} 2^{2m+3} [(m+1)!]^2 \lambda^{-m-2}}{(2m+5)(2m+3)!}$$

або

$$s = \frac{(2m+3)^2}{4\lambda} \frac{2(m+1)^2}{2(m+1)} \frac{2^2}{(2m+5)(2m+3)} = \frac{(2m+3)}{\lambda} \frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Таким чином, невласний інтеграл  $s$  набуває остаточного вигляду:

$$s = \frac{(2m+3)}{\lambda} \frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Запишемо вираз для ефективності оцінки  $e$ :

$$e = \frac{q^2}{ps} = \frac{\frac{1}{\sigma^4}}{\frac{\lambda}{\sigma^4 m} \frac{(2m+3)(m+1)}{\lambda(2m+5)}} = \frac{m(2m+5)}{(m+1)(2m+3)}.$$

Отже, ефективність оцінки  $e$  виражається у формі:

$$e = \frac{m(2m+5)}{(m+1)(2m+3)}.$$

Перетворимо отриманий вираз:

$$e = \frac{2m^2 + 5m}{2m^2 + 5m + 3} = 1 - \frac{3}{2m^2 + 5m + 3}.$$

## ДОДАТОК Г

Г.1. Ортогональність поліномів Ерміта для ненормованої нормальної щільності

Покажемо, що поліноми Ерміта для ненормованої нормальної щільності  $f(x) = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} \exp(-x^2/2\sigma^2)$  також мають властивість ортогональності, тобто задовольняють умові:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ \sigma^{-2n} n!, & \text{при } m = n \end{cases}. \quad (\Gamma.1)$$

Для доказу властивості ортогональності записуємо вирази для поліномів  $H_m(x)$  і при парних та непарних  $m$ . Парні  $m$  уявімо, як  $m = 2v$ , а непарні –  $m = 2r + 1$  ( $v, r = 1, 2, 3, \dots$ ). Поліноми Ерміта нормованих випадкових величин для парних і непарних  $m$  мають такий вигляд:

$$H_{2v}(x) = \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)},$$

$$H_{2r+1}(x) = \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1},$$

де  $a_{iv}$ ,  $a_{jr}$  – коефіцієнти при змінній  $x$ .

Аналогічно для поліномів ненормованої випадкової величини  $H_{2v}(x/\sigma^2)$  і  $H_{2r+1}(x/\sigma^2)$  маємо:

$$H_{2v}(x/\sigma^2) = \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} / (\sigma^{2(2v-i)}) =$$

$$\sigma^{-2v} = \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} (x/\sigma)^{2(v-i)},$$

$$H_{2r+1}(x/\sigma^2) = \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} =$$

$$\sigma^{-(2r+1)} \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} (x/\sigma)^{2(r-j)+1},$$

причому має місце подвійне індексування.

Наступним кроком у доказі ортогональності поліномів Ерміта є розгляд деяких рівностей. Знайдемо вираз для інтеграла  $\mathfrak{I}_1$  при  $m \neq n$  і парних:

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) \exp(-x^2/2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times \\ &\quad \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)} \exp(-x^2/2) dx = \\ &= \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2) dx. \end{aligned}$$

У роботі [215] показано, що справедливою є рівність:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2) dx = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1].$$

Тому шуканий інтеграл  $\mathfrak{I}_1$  визначається виразом:

$$\mathfrak{I}_1 = \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1]. \quad (\Gamma.2)$$

Однак з виразу (6.2) випливає, що інтеграл  $\mathfrak{I}_1 = 0$ . Отже, з урахуванням (Г.2) справедливим є співвідношення:

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1] = 0. \quad (\Gamma.3)$$

Тепер знайдемо вираз для інтеграла  $\mathfrak{I}_2$  при  $m \neq n$  і непарних. Аналогічно попередньому випадку справедливими є такі співвідношення:

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_n(x) \exp(-x^2/2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)+1} \times \\ &\quad \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} \exp(-x^2/2) dx = \\ &= \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)+2} \exp(-x^2/2) dx = \\ &= \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j+1)-1]. \end{aligned}$$

Звертаючись до виразу (6.2) переконуємося, що  $\mathfrak{I}_2 = 0$ . Отже, з урахуванням попереднього виразу справедливою є наступна рівність:

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j+1)-1] = 0. \quad (\Gamma.4)$$

У третьому аналізованому випадку знаходимо інтеграл  $\mathfrak{I}_3$  при  $m = n$  і парних:

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x) H_m(x) \exp(-x^2/2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times \rightarrow \\ &\quad \sum_{j=0}^v (-1)^j a_{jv} x^{2(v-j)} \exp(-x^2/2) dx = \end{aligned}$$

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(v-j)} \exp(-x^2/2) dx =$$

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2v-i-j)-1].$$

Як випливає з виразу (6.2), отриманий інтеграл  $\mathfrak{I}_3 = v!$ . Тому має місце рівність:

$$\sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2v-i-j)-1] = v!. \quad (\Gamma.5)$$

I, нарешті, в останньому випадку знаходимо інтеграл  $\mathfrak{I}_4$  при  $m=n$  і непарних:

$$\mathfrak{I}_4 = \int_{-\infty}^{\infty} H_n(x) H_n(x) \exp(-x^2/2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^r (-1)^i a_{ir} x^{2(r-i)+1} \times \rightarrow$$

$$\sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} \exp(-x^2/2) dx =$$

$$\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(r-i)+2(r-j)+2} \exp(-x^2/2) dx =$$

$$= \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2r+1-i-j)-1].$$

З урахуванням виразу (6.2), отриманий інтеграл  $\mathfrak{I}_4 = v!$ . Тому справедливою є наступна рівність:

$$\sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{ir} a_{jr} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2r+1-i-j)-1] = v!. \quad (\Gamma.6)$$

Зазначимо, що отримані співвідношення (Г.3)  $\div$  (Г.8) необхідні для доказу властивості ортогональності поліномів Ерміта в разі ненормованої нормальної щільності.

Розглянемо невласні інтеграли від добутків поліномів Ерміта для ненормованої нормальної щільності. Для випадку  $m \neq n$  і парних знайдемо невласний інтеграл  $R_1$ :

$$\begin{aligned} R_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times \rightarrow \\ &\quad \sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]} \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \\ &\quad \sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]} \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx. \end{aligned}$$

У роботі [215] показано, що справедливою є рівність:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(r-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1] \sigma^{2(v+r-i-j)}.$$

Тому шуканий інтеграл  $R_1$  визначається виразом:

$$R_1 = \sigma^{-2(v+r)} \left\{ \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [(2(v+r-i-j)-1)] \right\}.$$

Звертаємо увагу на те, що вираз у фігурних дужках отриманої формули відповідає інтегралу  $I_1$ , який дорівнює нулю. Отже, справедливим є співвідношення:

$$\sigma^{-2(v+r)} \left\{ \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j)-1] \right\} = 0. \quad (\Gamma.7)$$

Знайдемо вираз для інтеграла  $R_2$  при  $m=n$  і непарних. Аналогічно передньому випадку:

$$\begin{aligned} R_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)+1} \times \rightarrow \\ &\quad \sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)+2]} \sum_{j=0}^r (-1)^j a_{jr} x^{2(r-j)+1} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \\ &\quad \sigma^{-2(v+r)-1} \left\{ \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j+1)-1] \right\}. \end{aligned}$$

Фігурні дужки останнього виразу містять інтеграл  $\mathfrak{I}_2$ , який дорівнює нулю. Отже, справедливою є наступна рівність:

$$\sigma^{-2(v+r)-1} \left\{ \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^r (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jr} I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(v+r-i-j+1)-1] \right\} = 0. \quad (\Gamma.8)$$

У третьому аналізованому випадку знаходимо інтеграл  $R_3$  при  $m=n$  і парних, причому введемо позначення  $\alpha = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1}$ .

$$\begin{aligned} R_3 &= a \int_{-\infty}^{\infty} H_n(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = a \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^v (-1)^i a_{iv} x^{2(v-i)} \times \rightarrow \\ &\quad \sigma^{-[2(2v-i)+2(2v-j)]} \sum_{j=0}^v (-1)^j a_{jv} x^{2(v-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \\ &\quad a \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} \sigma^{-[2(2v-i)+2(2r-j)]} a_{iv} a_{jv} \times \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(v-i)+2(v-j)} \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \end{aligned}$$

$$\sigma^{-2(2v-i)-2(2r-j)} \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} I \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots [2(2v-i-j)-1] \sigma^{2(2v-i-j)},$$

або вираз для інтеграла набуває наступного вигляду:

$$R_3 = \sigma^{-4v} \left\{ \sum_{i=0}^v \sum_{j=0}^v (-1)^{i+j} a_{iv} a_{jv} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots [2(2v-i-j)-1] \right\}. \quad (\Gamma.9)$$

У фігурних дужках останнього виразу вміщений інтеграл  $\mathfrak{I}_3$ , тому

$$R_3 = \sigma^{-2n} n!, \text{ оскільки } 4v=2n.$$

Аналогічно, використовуючи вираз (Г.6), переконуємося, що при  $m=n$  і непарних інтегралах:

$$R_4 = a \int_{-\infty}^{\infty} H_n(x/\sigma^2) H_n(x/\sigma^2) \exp(-x^2/2\sigma^2) dx = \sigma^{-2n} n!. \quad (\Gamma.10)$$

Отримані співвідношення (Г.7)  $\div$  (Г.10) доводять справедливість того, що поліноми Ерміта ненормованої випадкової величини є ортогональними.

## Г.2. Виведення розв'язання невласного інтегралу $s$ .

Знайдемо вираз для невласного інтегралу  $s$ . Для цього, як і в попередньому випадку, скористаємося виразом стандартної щільноті ненормованої похибки, що має вигляд:

$$f_2(\xi) = \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}},$$

$$\text{де } A_m = \frac{(2m+1)! \lambda^{m+1}}{\sqrt{2} 2^{2m+1} (m!)^2}.$$

З цією метою запишемо похідну:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f_2(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{A_m}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}} \right] = - \frac{A_m(m+3/2)}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+1)+3/2}} \xi$$

та її квадрат:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f_2(\xi) \right]^2 = \frac{A_m^2 (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2m+5}} \xi^2.$$

Знаходимо вираз для  $\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f_2(\xi) \right]^2 / f_2(\xi)$ :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f_2(\xi) \right]^2 / f_2(\xi) &= \frac{A_m^2 (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{2m+5}} \xi^2 \frac{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}}{A_m} = \\ &= \frac{A_m (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} \xi^2. \end{aligned}$$

Тепер можна знайти аналітичний вираз для невласного інтеграла S:

$$S = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi} f_2(\xi) \right]^2}{f_2(\xi)} d\xi,$$

або

$$S = \int_{R1} \frac{A_m (m+3/2)^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} \xi^2 d\xi = A_m (m+3/2)^2 \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} d\xi.$$

Позначимо отриманий інтеграл через  $\mathfrak{I}$ , тобто:

$$\mathfrak{I} = \int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} d\xi$$

і знайдемо його розв'язок. Для цього скористаємося спiввiдношенням:

$$\int_{R1} \frac{A_v \partial \xi}{(\xi^2 / 2 + \lambda)^{v+3/2}} = 1,$$

звiдки

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{(\xi^2 / 2 + \lambda)^{v+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2v+1} (v!)^2}{(2v+1)! \lambda^{v+1}}.$$

Об'єднуємо параметр  $\lambda$  зi змiнною  $\xi$ , тобто:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{(\xi^2 / 2\lambda + 1)^{v+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2v+1} (v!)^2}{(2v+1)!} \lambda^{1/2},$$

або позначаючи  $\lambda^{1/2} = h^{-1/2}$ , отримаємо:

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{[h(\xi^2 / 2) + 1]^{v+3/2}} = \frac{\sqrt{2} 2^{2v+1} (v!)^2}{(2v+1)!} h^{-1/2}.$$

Позначимо  $B_v^* = \frac{\sqrt{2} 2^{2v+1} (v!)^2}{(2v+1)!}$ :

$$\int_{R1} \frac{\partial \xi}{[h(\xi^2 / 2) + 1]^{v+3/2}} = B_v^* h^{-1/2}.$$

Диференцiюємо обидвi частини отриманого рiвняння за параметром  $h$ :

$$-(v+3/2) \int_{R1} \frac{\xi^2}{2[h(\xi^2 / 2) + 1]^{(v+1)+3/2}} \partial \xi = -\frac{1}{2} B_v^* h^{-3/2}.$$

Повертаємося до параметру  $\lambda$ :

$$\int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(\nu+1)+3/2}} \partial\xi = \frac{B_\nu^*}{(\nu + 3/2)} \lambda^{-\nu-1}.$$

Вважаємо  $\nu = m+1$  і при підстановці отримаємо:

$$\int_{R1} \frac{\xi^2}{(\xi^2/2 + \lambda)^{(m+2)+3/2}} \partial\xi = \frac{B_{m+1}^*}{(m + 5/2)} \lambda^{-m-2}.$$

Звертаємо увагу на те, що інтеграл у лівій частині рівняння є шуканим інтегралом  $\mathfrak{I}$ . Тому можна записати:

$$\mathfrak{I} = \frac{B_{m+1}^*}{(m + 5/2)} \lambda^{-m-2},$$

або, підставляючи значення  $B_{m+1}^*$ :

$$\mathfrak{I} = \frac{2\sqrt{2} 2^{2m+3} [(m+1)!]^2}{(2m+5)(2m+3)!} \lambda^{-m-2}.$$

У цьому випадку інтеграл  $S$  набуває наступного вигляду:

$$S = A_m (m + 3/2)^2 \mathfrak{I},$$

тобто

$$S = \frac{(2m+3)^2}{4} \frac{(2m+1)! \lambda^{m+1}}{\sqrt{2} 2^{2m+1} (m!)^2} \frac{2\sqrt{2} 2^{2m+3} [(m+1)!]^2 \lambda^{-m-2}}{(2m+5)(2m+3)!}$$

або

$$S = \frac{(2m+3)^2}{4\lambda} \frac{2(m+1)^2}{2(m+1)} \frac{2^2}{(2m+5)(2m+3)} = \frac{(2m+3)}{\lambda} \frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Таким чином, невласний інтеграл S набуває остаточного вигляду:

$$S = \frac{(2m+3)}{\lambda} \frac{(m+1)}{2(m+5)}.$$

Оскільки для змішаного розподілу другого типу дисперсія  $\mu_2 = \frac{\lambda}{n}$  і, отже,  $\lambda = \mu_2 n$ , то для невласного інтегралу s щільності нормованої похибки навігаційних вимірювань  $g_2(x)$  дисперсія дорівнює 1 і  $\lambda = n$ . Тому невласний інтеграл s набуває наступного вигляду:

$$s = \frac{(2n+3)(n+1)}{2n(n+5)}.$$

## ДОДАТОК Д

### Д.1. Вибірки похибок навігаційних вимірювань

Для першої вибірки похибок вимірювання пеленга будуємо гістограму, що складається з 12 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=24,9'$ ). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок наведені в табл. Д.1.

Таблиця Д.1.

#### Перша вибірка похибки вимірювання пеленга

Роз- ряд	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m_i$	1	2	7	13	23	27	31	21	15	7	2	1
-68,0, -57,75, -50,45, -37,6, -40,7, -49,5, -39,5, -45,8, -43,3, -37,8, -30,15, -28,75, -29,45, -32,05, -31,15, -25,95, -30,95, -35,85, -31,65, -31,65, -32,25, -25,75, -31,95, -27,55, -24,6, -20,6, -13,2, -14,2, -21,6, -24,9, -24,1, -13,2, -19,0, -13,2, -16,4, -16,3, -22,1, -22,0, -14,0, -22,0, -19,3, -24,0, -14,90, -19,00, -15,00, -15,10, -5,65, -11,35, -10,75, -1,21, -5,95, -2,45, -2,95, -10,25, -4,25, -0,15, -1,75, -1,05, -7,85, -5,45, -0,45, -9,25, -0,55, -2,15, -3,45, -4,95, -11,85, -2,25, -10,35, -4,65, -10,05, -12,45, -10,05, -12,45, -3,45, 8,30, 0,20, 3,80, 5,80, 4,30, 10,60, 7,80, 12,00, 10,30, 0,20, 8,70, 3,00, 11,70, 2,30, 6,50, 3,40, 0,20, 7,50, 11,60, 10,00, 7,90, 4,80, 5,80, 0,50, 2,80, 3,30, 5,80, 4,50, 5,70, 16,45, 18,05, 15,25, 21,15, 21,55, 24,55, 21,15, 22,05, 17,85, 19,65, 18,75, 23,05, 15,15, 20,55, 16,75, 16,55, 22,35, 14,55, 24,75, 23,25, 21,45, 21,35, 29,30, 25,40, 27,80, 27,70, 31,60, 27,60, 30,30, 28,70, 32,80, 33,00, 30,10, 27,50, 32,60, 36,40, 38,95, 45,35, 47,65, 39,25, 39,15, 38,95, 46,05, 58,10, 58,40, 68,65.												

У другому рядку таблиці наводиться число похибок, що потрапляють до відповідного розряду. Розрахунок критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона здійснюється за формулою:

$$\chi^2 = \sum_1^s \frac{(m_i - NP_i)^2}{NP_i},$$

де  $s$  – число розрядів гістограми;  $N$  – кількість членів вибірки;

$P_i = F\left[\frac{\sigma}{2}(i - \frac{s}{2})\right] - F\left[\frac{\sigma}{2}(i - \frac{s}{2} - 1)\right]$ , тут  $F[x]$  – функція розподілу похибки. Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона для розглянутих законів розподілу представлени в табл. Д.2.

Таблиця Д.2.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона першої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	0,0065
2	Змішаний 1-го типу n=1	15,46
3	Змішаний 1-го типу n=2	12,03
4	Змішаний 1-го типу n=3	12,28
5	Змішаний 1-го типу n=4	13,01
6	Змішаний 1-го типу n=5	13,84
7	Змішаний 1-го типу n=6	14,68
8	Змішаний 2-го типу n=1	12,59
9	Змішаний 2-го типу n=2	12,05
10	Змішаний 2-го типу n=3	12,62
11	Змішаний 2-го типу n=4	13,42
12	Змішаний 2-го типу n=5	14,26

Аналіз таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для закону розподілу Гаусса, тому приймається гіпотеза про те, що похибки розподілені за нормальним законом.

Гістограма першої вибірки й крива щільності розподілу закону Гаусса представлені на рис. Д.1.

Друга вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 12 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=2,42$  м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. Д.3.

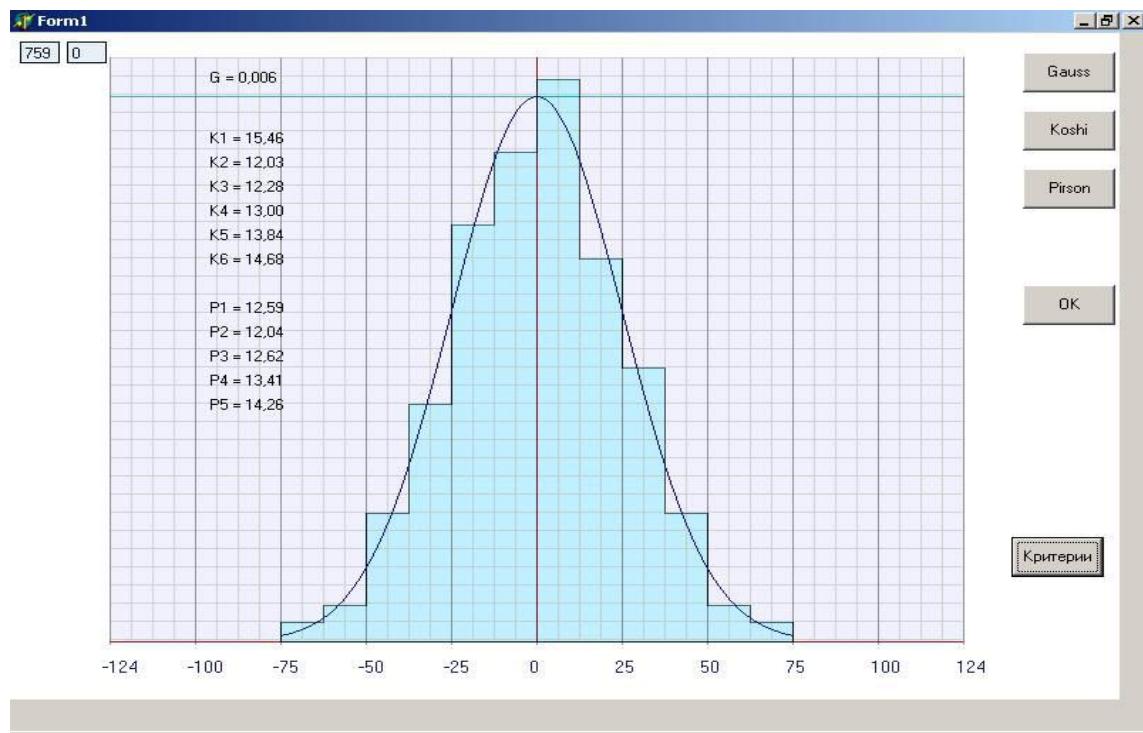


Рис. Д.1. Гістограма першої вибірки

### Таблиця Д.3.

## Статистичний ряд і друга вибірка похибки вимірювання дистанції

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона другої вибірки для розглянутих законів розподілу представлена в табл. Д.4.

Аналіз таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для закону розподілу Гаусса, тому приймається гіпотеза про те, що похиби розподілені за нормальним законом.

Таблица Д.4

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона другої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	0,006
2	Змішаний 1-го типу n=1	17,11
3	Змішаний 1-го типу n=2	13,38
4	Змішаний 1-го типу n=3	13,68
5	Змішаний 1-го типу n=4	14,48
6	Змішаний 1-го типу n=5	15,39
7	Змішаний 1-го типу n=6	16,31
8	Змішаний 2-го типу n=1	13,98
9	Змішаний 2-го типу n=2	13,41
10	Змішаний 2-го типу n=3	14,05
11	Змішаний 2-го типу n=4	14,93
12	Змішаний 2-го типу n=5	15,85

Гістограма другої вибірки й крива щільності розподілу закону Гаусса представлена на рис. Д.2.

Похиби визначення широти GPS приймачем представлена в третій вибірці, яка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=5,82$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин в метри. Статистичний ряд і третя вибірка випадкових похибок широти наведені в табл. Д.5.

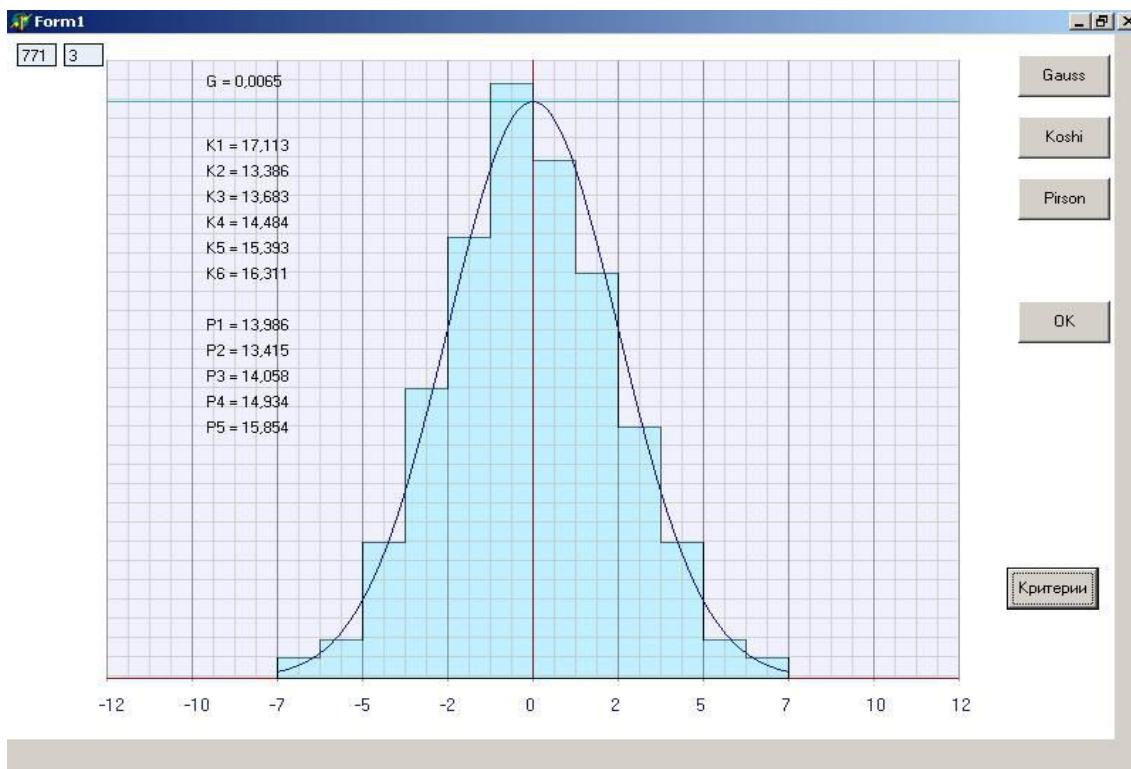


Рис. Д.2. Гістограма другої вибірки

### Таблиця Д.5.

### Статистичний ряд і третя вибірка похибки широти

У табл. Д.6 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона третьої вибірки для розглянутих 12 законів розподілу.

Як показує аналіз наведеної таблиці, критерій згоди  $\chi^2$  – Пірсона набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коші) з істотним параметром  $n = 3$ , тому приймається гіпотеза про те, що похибки третьої вибірки розподілені за даним законом.

Таблиця Д.6.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона третьої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	7,414
2	Змішаний 1-го типу $n=1$	0,097
3	Змішаний 1-го типу $n=2$	0,017
4	Змішаний 1-го типу $n=3$	0,0131
5	Змішаний 1-го типу $n=4$	0,0137
6	Змішаний 1-го типу $n=5$	0,014
7	Змішаний 1-го типу $n=6$	0,016
8	Змішаний 2-го типу $n=1$	0,029
9	Змішаний 2-го типу $n=2$	0,0138
10	Змішаний 2-го типу $n=3$	0,0133
11	Змішаний 2-го типу $n=4$	0,014
12	Змішаний 2-го типу $n=5$	0,015

Гістограма третьої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закона першого типу з істотним параметром  $n = 3$  представлені на рис. Д.3.

У четвертій вибірці представлені похибки визначення довготи GPS приймачем, яка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=6,36$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин в метри. Статистичний ряд і четверта вибірка випадкових похибок довготи наведені в табл. Д.7.

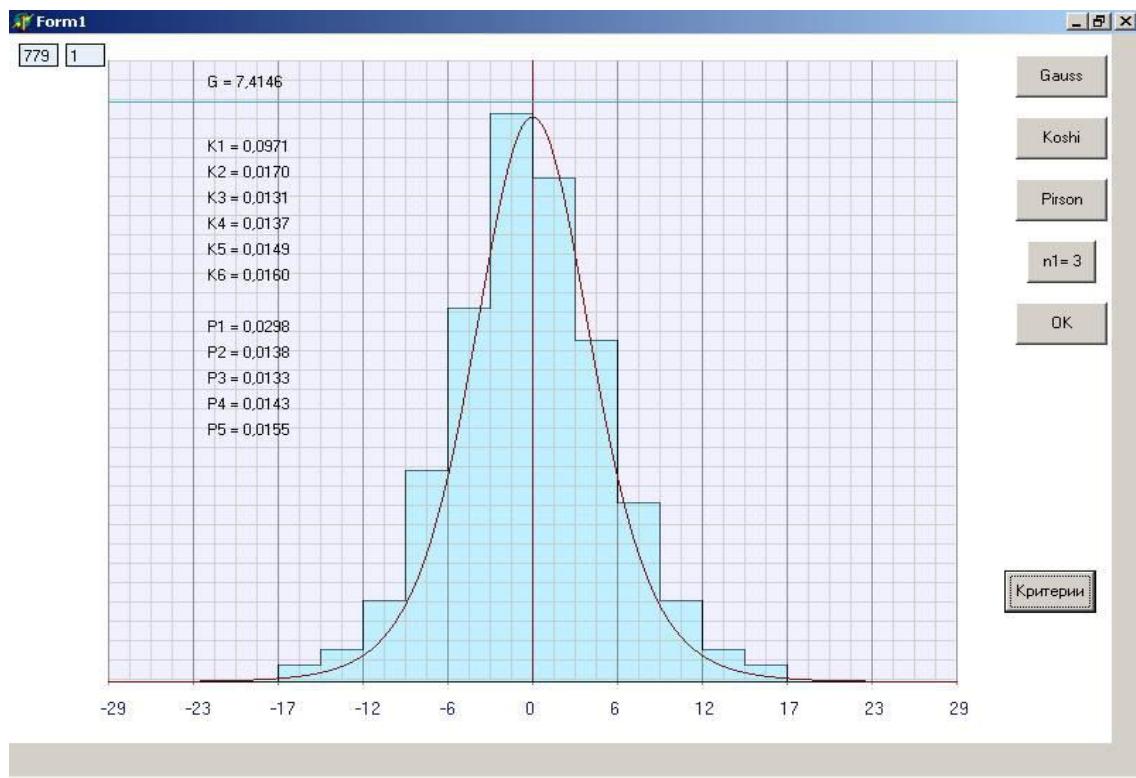


Рис. Д.3. Гістограма третьої вибірки

### Таблиця Д.7.

## Статистичний ряд і четверта вибірка похибки довготи

У табл. Д.8 представлена значення критерію згоди 4-ї вибірки.

Таблиця Д.8.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона четвертої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	9,348
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,046
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,017
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,026
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,032
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,037
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,040
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,015
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,021
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,029
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,035
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,039

З аналізу таблиці видно, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу другого типу (узагальненого Пірсона) з істотним параметром  $n = 1$ , тому приймається гіпотеза про те, що похибки четвертої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма четвертої вибірки є крива щільності розподілу змішаного закону другого типу з істотним параметром  $n = 1$  представлені на рис. Д.4.

У порту Річардс Бей отримані чотири вибірки похибок вимірювання пеленга, дистанції, широти й довготи. Число членів у кожній вибірці дорівнює 210. Наведемо результати аналізу п'ятої вибірки похибок вимірювання пеленгу, число членів якої поділяємо на 20 розрядів, причому довжина кожного розряду дорівнює половині значення с.к.в.  $\sigma$  ( $\sigma=28,3'$ ). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок наведені в табл. Д.9.

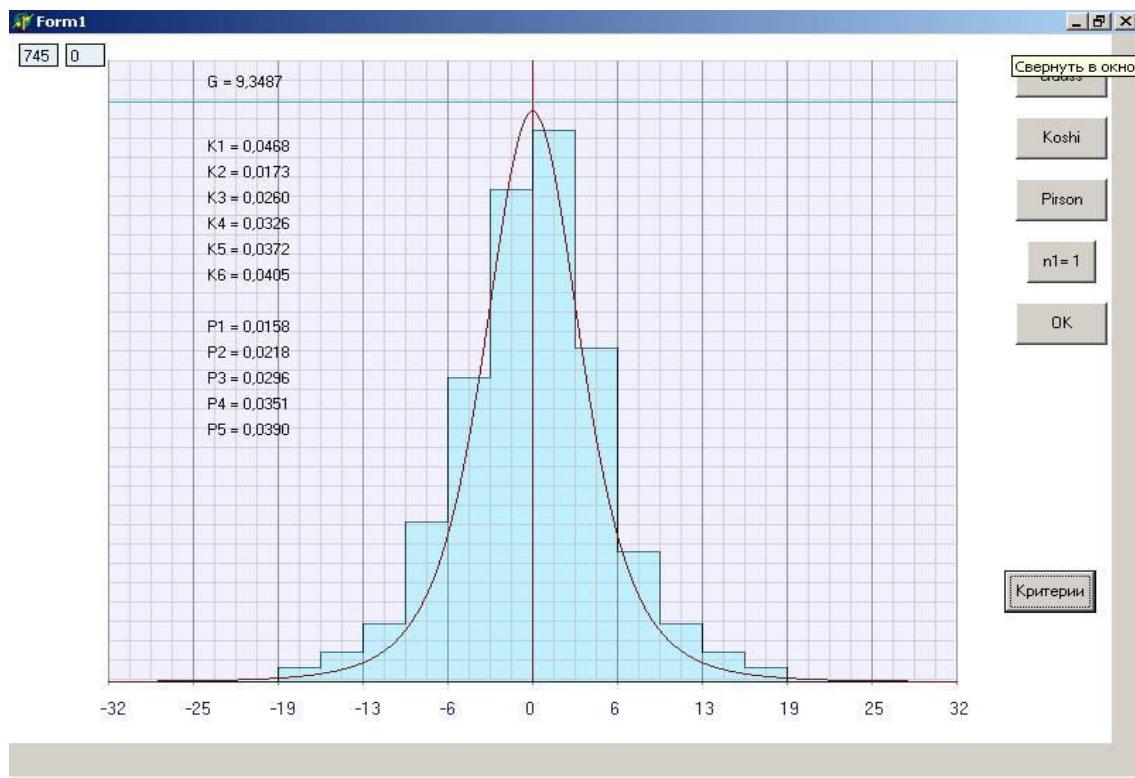


Рис. Д.4. Гістограма четвертої вибірки

### Таблиця Д.9.

## Статистичний ряд і п'ята вибірка похибки вимірювання пеленгу

Продовження табл Д.9

16,15, 25,85, 21,05, 25,05, 22,05, 25,75, 14,55, 27,15, 27,15, 24,95, 14,65, 20,75, 25,25, 26,95, 17,85, 24,75, 22,75, 28,15, 24,85, 17,85, 23,95, 18,85, 15,25, 18,75, 27,65, 26,95, 21,85, 27,95, 39,6, 39,9, 41, 30,6, 37,6, 30,9, 31, 37,9, 41,6, 29,1, 38, 33,1, 34,8, 40,9, 41,5, 47,75, 52,65, 55,15, 51,65, 42,55, 48,55, 58, 67,3, 67,4, 74,35, 85.
--

У табл. Д.10 представлена значення критерію згоди 5-ї вибірки.

Таблиця Д.10.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона 5-ї вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	7,660
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,062
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,011
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,016
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,021
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,026
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,029
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,015
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,013
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,019
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,024
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,028

Аналіз таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коші) з істотним параметром  $n = 2$ , тому приймається гіпотеза про те, що похибки п'ятої вибірки розподілені за даним законом. Гістограма п'ятої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закону першого типу з істотним параметром  $n = 2$  представлені на рис. Д.5.

Шоста вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=4,44$  м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. Д.11.

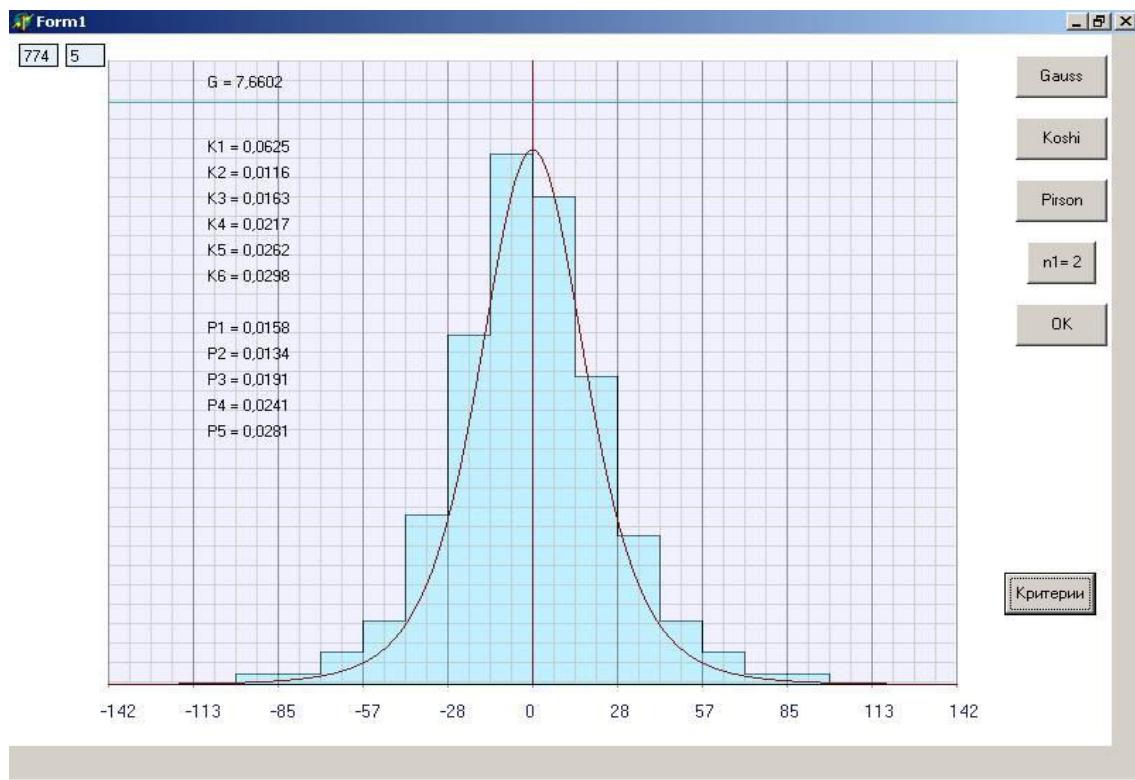


Рис. Д.5. Гістограма п'ятої вибірки

### Таблиця Д.11.

Статистичний ряд і шоста вибірка похибки вимірювання дистанції

## Продовження табл Д.11

3,52, 4,32, 2,72, 4,32, 3,42, 4,12, 2,82, 2,32, 3,92, 3,22, 2,42, 3,22, 3,82, 3,62, 2,22, 2,32, 2,42, 3,52, 3,32, 2,42, 2,72, 3,02, 2,52, 2,82, 4,02, 2,52, 3,22, 4,32, 4,74, 4,74, 6,24, 6,34, 5,54, 5,94, 6,54, 4,84, 6,14, 4,74, 4,54, 5,24, 4,64, 6,44, 4,54, 4,74, 8,76, 8,36, 6,86, 8,16, 7,66, 7,26, 6,76, 9,08, 10,18, 9,08, 11,4, 13,32.
---

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона шостої вибірки для розглянутих законів розподілу представлені в табл. Д.12.

Таблиця Д.12.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона шостої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	8,749
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,088
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,012
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,011
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,014
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,016
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,019
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,024
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,010
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,012
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,015
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,018

З аналізу таблиці видно, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу другого типу (узагальненого Пірсона) з істотним параметром  $n = 2$ . Через це приймається гіпотеза про те, що похибки шостої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма шостої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закону другого типу з істотним параметром, що дорівнює 2, представлені на рис. Д.6.

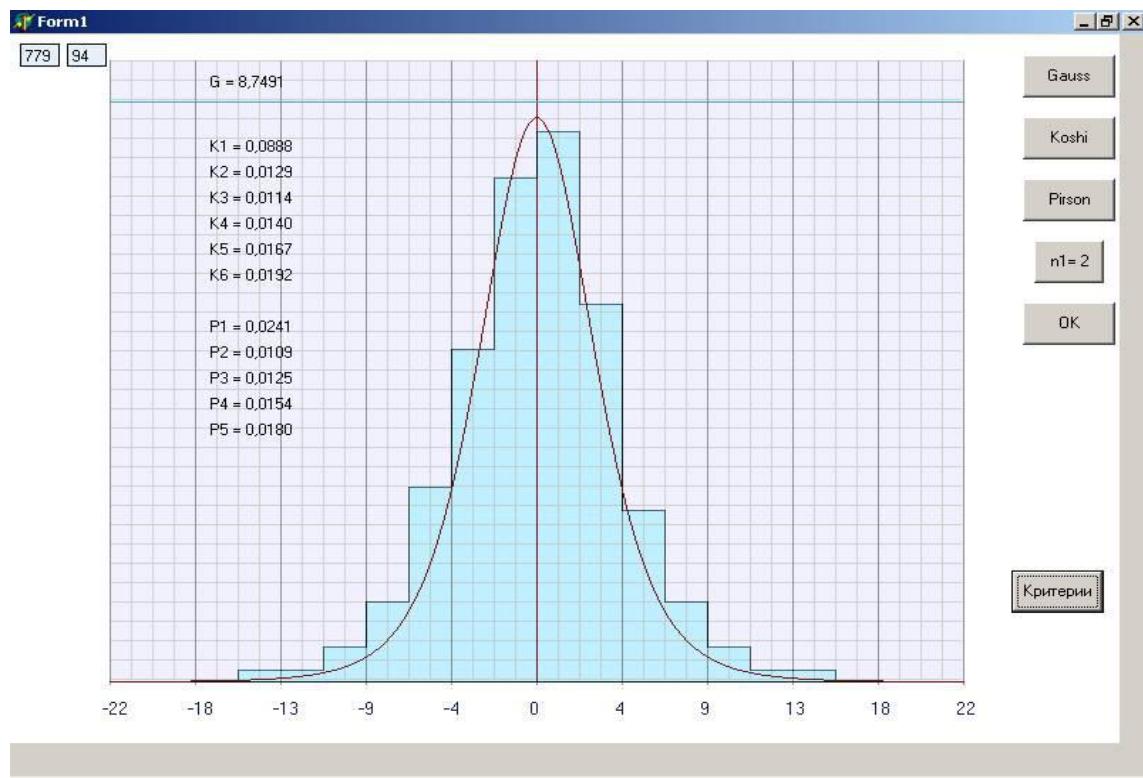


Рис. Д.6. Гістограма шостої вибірки

У сьомій вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=6,87$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин у метри.

Статистичний ряд і сьома вибірка випадкових похибок визначення широти прійомоіндикаторів супутникової системи наведені в табл. Д.13.

### Таблиця Д.13.

## Статистичний ряд і сьома вибірка похибки широти

## Продовження табл Д.13

-6,87, -5,17, -5,47, -6,27, -3,77, -4,17, -5,47, -5,87, -6,67, -4,87, -5,97, -5,57, -5,67, -6,77, -5,87, -3,77, -4,47, -3,57, -5,07, -3,87, -3,57, -4,47, -4,77, -6,27, -3,77, -4,67, -4,17, -4,77, -5,97, -0,53, -2,03, -1,13, -1,13, -0,83, -0,83, -0,83, -2,33, -3,43, -0,83, -2,83, -1,23, -1,13, -0,23, -1,43, -2,13, -0,53, -3,43, -2,93, -1,43, -0,13, -2,53, -3,23, -1,13, -2,73, -1,43, -0,53, -1,43, -1,43, -2,13, -0,53, -1,53, -0,83, -0,43, -0,63, -3,23, -3,33, -0,23, -3,23, -0,43, -2,93, -0,43, -2,73, 2,1, 2, 1, 6, 1, 2, 8, 3,1, 1,2, 1,3, 2,4, 2,3, 0,7, 1,8, 3,2, 2,3, 1, 1, 0,6, 0,6, 2,8, 1,3, 1,8, 0,9, 2,6, 0,7, 1,4, 3, 2,2, 0,2, 1, 3, 3, 1,3, 2,1, 0,1, 0,6, 2,4, 1,6, 1,3, 1,1, 2,5, 1,8, 2,8, 2,6, 5,335, 3,435, 6,035, 6,535, 5,635, 4,435, 3,435, 6,435, 4,835, 4,34, 5,35, 6,035, 6,535, 6,735, 5,735, 5,135, 6,135, 6,435, 4,635, 5,035, 5,135, 6,135, 6,735, 6,035, 5,635, 4,435, 5,335, 6,635, 5,835, 5,035, 6,235, 3,835, 8,97, 9,67, 8,97, 7,47, 6,87, 7,07, 9,97, 9,07, 9,87, 7,17, 9,97, 9,17, 8,17, 9,67, 8,67, 9,57, 8,77, 9,47, 11,20, 13,40, 11,40, 12,70, 12,50, 11,10, 12,20, 11,70, 15,84, 14,74, 14,34, 20,27.
--

У табл. Д.14 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона сьомої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.14.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона сьомої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	7,168
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,142
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,027
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,014
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,011
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,010
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,0094
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,050
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,019
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,012
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,010
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,0097

Аналіз таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коши) з істотним параметром  $n = 6$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки сьомої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма сьомої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закону першого типу з істотним параметром, що дорівнює 6 представлена на рис. Д.7.

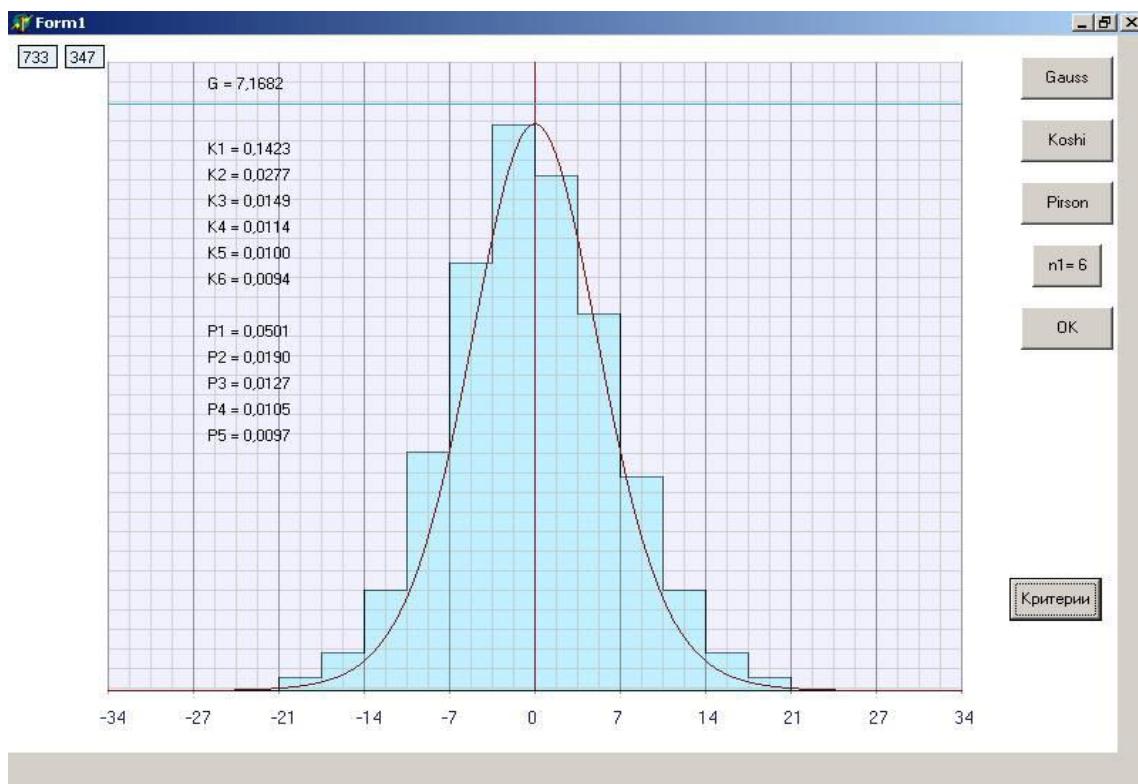


Рис. Д.7. Гістограма сьомої вибірки

Восьма вибірка похибок вимірювання довготи розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення с. к. в. ( $\sigma=6,67$  м). Статистичний ряд і восьма вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. Д.15.

Таблица Д.15.

Статистичний ряд і восьма вибірка похибки вимірювання довготи

Розряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	1	1	2	4	12	30	56	60	26	10	4	2	1	1	0
Вибірка																
-20,4, -19,6, -15,3, -13,5, -11,4, -11,4, -11,7, -12,2, -7,00, -8,70, -9,90, -9,80, -8,00, -8,10, -8,90, -6,80, -7,70, -7,90, -9,90, -3,87, -5,17, -6,07, -6,37, -5,17, -4,97, -3,97, -6,17, -3,67, -5,37, -3,67, -6,07, -4,07, -3,97, -6,07, -6,37, -4,17, -6,27, -4,97, -6,27, -5,77, -5,37, -4,17, -6,37, -5,57, -6,17, -4,27, -3,77, -2,53, -1,33, -2,63, -1,73, -2,53, -2,73, -1,53, -0,33, -2,33, -1,73, -0,43, -2,43, -0,43, -0,93, -1,43, -2,23, -0,93, -3,13, -3,03, -2,83, -2,23, -1,73, -3,13, -2,63, -1,73, -1,03, -3,33, -0,33, -2,83, -2,93, -0,93, -0,23, -2,63, -1,33, -1,43, -1,23, -0,73, -0,33, -1,93, -1,53, -0,93, -3,13, -0,43, -2,03, -0,13, -1,83, -0,83, -2,83, -1,13, -2,73, -0,93, -2,03, -3,33, -1,73, -2,53, -1,43, -0,73, -2,13, 2,4, 2,9, 1,8, 2,7, 1,6, 2,6, 0,2, 0,1, 1,5, 1,1, 1,8, 0,5, 0,1, 2,1, 2,2, 1,1, 0,1, 1,9, 2,3, 0,7, 1,2, 1,7, 2,2, 2,7, 0,5, 0,4, 0, 2,5, 0, 0,4, 2,3, 1,4, 0,4, 1, 3,1, 2,2, 1,1, 1, 0,6, 1,1, 1,8, 2,6, 1,5, 0,3, 1,7, 3, 2,5, 2,8, 0,1, 2,8, 2,9, 2,9, 1,9, 2,9, 0,2, 1,1,																
0, 5,035, 5,535, 3,535, 6,335, 4,835, 4,935, 6,535, 4,635, 3,935, 4,735, 6,435, 3,535, 4,035, 6,035, 5,935, 5,335, 5,035, 5,935, 5,735, 4,435, 4,435, 5,735, 3,935, 3,635, 6,335, 5,135, 6,435, 4,435, 6,87, 7,37, 8,17, 6,87, 8,97, 7,87, 6,67, 7,37, 6,67, 8,67, 8,57, 10,90, 12,10, 10,50, 10,80, 14,04, 16,44, 19,87, 20,11.																

У табл. Д.16 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона восьмої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.16.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона першої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	9,118
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,013
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,056
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,084
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,101
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,112
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,120

## Продовження табл Д.16

8	Змішаний 2-го типу $n=1$	0,033
9	Змішаний 2-го типу $n=2$	0,072
10	Змішаний 2-го типу $n=3$	0,094
11	Змішаний 2-го типу $n=4$	0,107
12	Змішаний 2-го типу $n=5$	0,117

Як показує аналіз останньої таблиці, критерій згоди набуває мінімально-го значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коші) з істотним параметром  $n = 1$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки восьмої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма восьмої вибірки й крива щільності розподілу змішаного зако-ну першого типу з істотним параметром, який дорівнює 1 представлена на рис. Д.8.

У порту Дакар отримані чотири вибірки випадкових похибок вимірюван-ня пеленга, дистанції, широти й довготи. Протягом двох діб проводилися ви-мірювання зазначених навігаційних параметрів, і кожна вибірка складається з 250 членів.

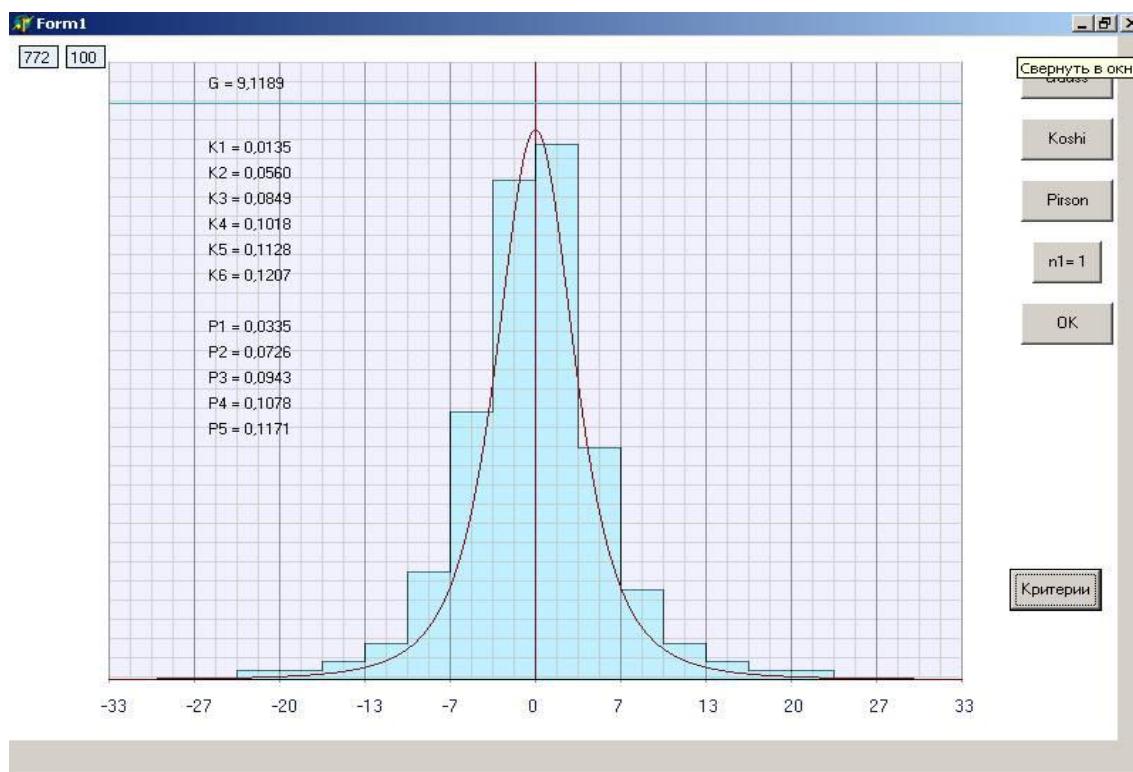


Рис. Д.8. Гістограма восьмої вибірки

Наведемо результати аналізу дев'ятої вибірки похибок вимірювання пеленга, число членів якої поділяємо на 20 розрядів, причому довжина кожного розряду дорівнює половині значення с.к.в.  $\sigma$  ( $\sigma=29,76'$ ). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок наведені в табл. Д.17.

Таблиця Д.17.

## Статистичний ряд і дев'ята вибірка похибки вимірювання пеленгу

Роз- ряд	1- 3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18- 20
N	0	1	1	4	9	21	35	55	51	39	19	9	4	1	1	0
Вибірка																
-98,6, -82,8, -63,6, -69,4, -72,1, -73,1, -53,7, -46,0, -50,2, -46,9, -48,2, -57,6, -57,1, -58,6, -53,2, -31,6, -42,8, -42,2, -37,8, -32,2, -33,9, -44,5, -31,0, -33,5, -36,5, -37,7, -40,4, -30,6, -41,4, -37,2, -31,9, -36,4, -32,0, -35,5, -39,1, -24,3, -23,9, -23,7, -20,1, -25,9, -29,0, -22,0, -15,6, -21,3, -26,6, -24,4, -25,7, -16,5, -19,1, -26,0, -17,0, -27,8, -24,6, -29,7, -21,0, -16,4, -16,4, -15,5, -28,4, -22,7, -27,3, -28,7, -19,6, -16,4, -19,3, -21,1, -23,1, -29,2, -25,2, -26,0, -26,2, -20,1, -9,18, -9,28, -12,2, -4,88, -2,38, -1,78, -14,0, -8,48, -14,4, -10,3, -3,58, -9,08, -0,68, -7,88, -6,98, -4,98, -3,38, -12,5, -4,38, -8,48, -11,6, -14,7, -10,7, -1,58, -5,98, -6,78, -8,48, -6,18, -8,78, -13,7, -3,28, -14,6, -4,28, -4,58, -12,2, -0,98, -1,38, -2,48, -13,6, -1,48, -8,38, -14,6, -14,3, -3,28, -5,48, -4,08, -5,78, -10,5, -4,38, -6,58, -0,18, -0,28, -6,38, 1,4, 14,5, 14,7, 1,6, 2,9, 0,7, 8,6, 12,9, 8, 13,4, 5,6, 7,5, 10,3, 6,3, 10,1, 6,1, 1,4, 2,7, 4,2, 2,8, 8, 11,7, 11,1, 1,4, 3,9, 10,7, 1,2, 9, 9,1, 8,3, 1,7, 8,2, 12,4, 8,9, 2,9, 10, 9,7, 4,6, 13,1, 6,9, 7,2, 3,7, 12,5, 9,3, 8,3, 2,8, 0,9, 7,5, 3,8, 10,3, 1,7, 6,4, 7,1, 20,88, 16,38, 25,68, 26,68, 26,18, 20,98, 26,48, 25,58, 26,88, 24,58, 23,98, 20,98, 22,08, 16,38, 24,28, 22,08, 22,08, 25,58, 24,58, 29,38, 22,08, 23,38, 19,58, 20,88, 22,18, 15,88,																
21,78, 24,08, 21,58, 22,98, 17,78, 27,98, 22,98, 29,18, 22,58, 18,08, 24,38, 41,06, 43,56, 33,26, 42,86, 33,16, 35,16, 40,36, 37,06, 42,96, 33,06, 40,76, 31,26, 39,06, 37,06, 33,76, 33,96, 41,96, 33,06, 34,66, 31,36, 52,04, 55,34, 47,34, 57,04, 48,74, 50,84, 48,44, 46,34, 56,44, 61,32, 69,22, 64,02, 69,32, 76,3, 96,38.																

У табл. Д.18 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона дев'ятої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.18.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона дев'ятої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	8,160
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,112
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,016
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,009
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,0089
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,009
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,011
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,033
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,011
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,0088
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,009
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,010

Критерій згоди, як показує аналіз останньої таблиці, набуває мінімально-го значення для змішаного закону розподілу другого типу (узагальненого Пірсона) з істотним параметром  $n = 3$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки дев'ятої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма дев'ятої вибірки й крива щільності розподілу змішаного зако-ну другого типу з істотним параметром, що дорівнює 3 представлена на рис. Д.9.

Десята вибірка похибок вимірювання дистанції розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=2,38$  м). Статистичний ряд і вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. Д.19.

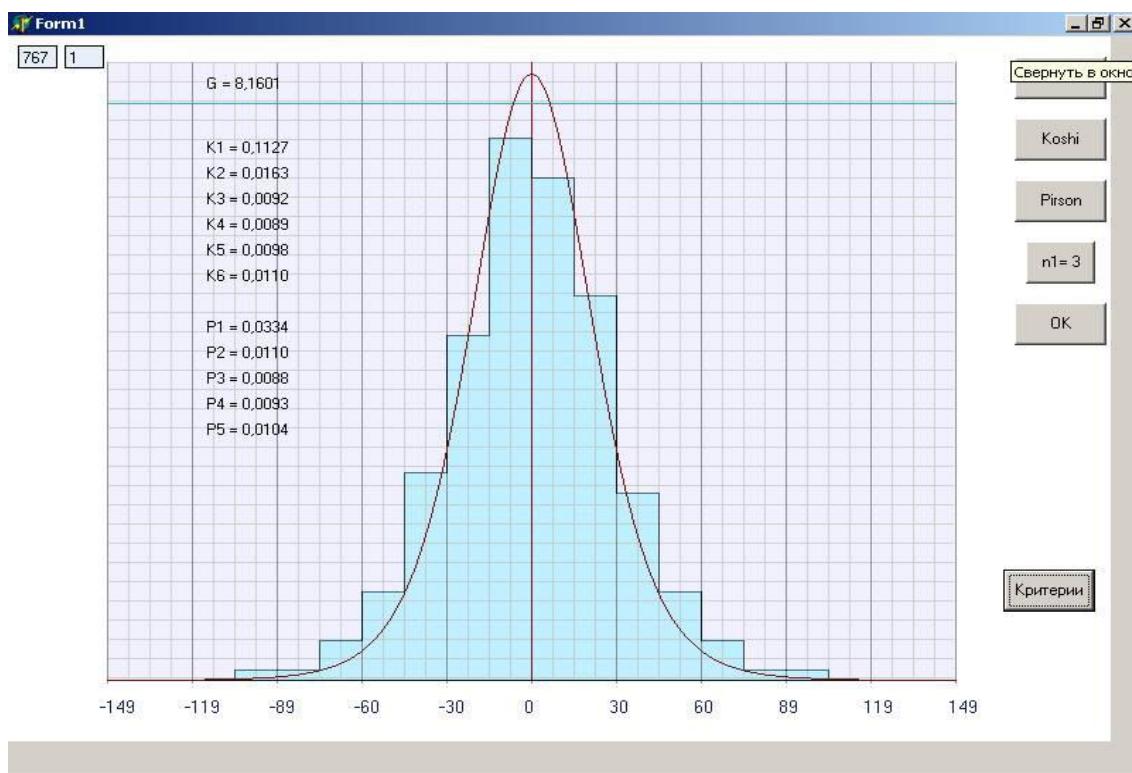


Рис. Д.9. Гістограма дев'ятої вибірки

### Таблиця Д.19.

## Статистичний ряд і десята вибірка похибки вимірювання дистанції

## Продовження табл Д.19

1,1, 0,2, 0,4, 0,1, 1,1, 0,8, 0,5, 0,4, 1,99, 2,09, 2,19, 1,39, 2,09, 2,29, 2,19, 1,39, 2,19, 1,79, 1,79, 1,99, 1,19, 1,79, 1,89, 2,09, 1,49, 1,19, 2,29, 1,59, 1,89, 2,09, 1,59, 2,29, 2,29, 1,69, 2,09, 1,69, 1,59, 2,19, 1,59, 1,89, 1,89, 1,99, 1,69, 2,29, 2,19, 2,38, 2,58, 2,78, 3,18, 2,98, 3,08, 2,38, 2,68, 2,68, 2,68, 3,48, 3,48, 2,98, 2,98, 3,48, 3,08, 2,58, 2,98, 3,28, 2,38, 4,27, 4,17, 4,07, 4,57, 3,57, 3,87, 3,67, 3,97, 3,57, 5,06, 5,56, 5,66, 5,76, 6,65, 7,24.
---

У табл. Д.20 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона десятої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.20.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона десятої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	7,237
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,112
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,016
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,009
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,0088
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,009
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,011
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,033
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,011
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,0089
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,009
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,010

Критерій згоди, як показує аналіз останньої таблиці, набуває мінімально-го значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коші) з істотним параметром  $n = 4$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки десятої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма десятої вибірки й крива щільності розподілу змішаного зако-ну першого типу з істотним параметром, що дорівнює 4 представлена на рис. Д.10.

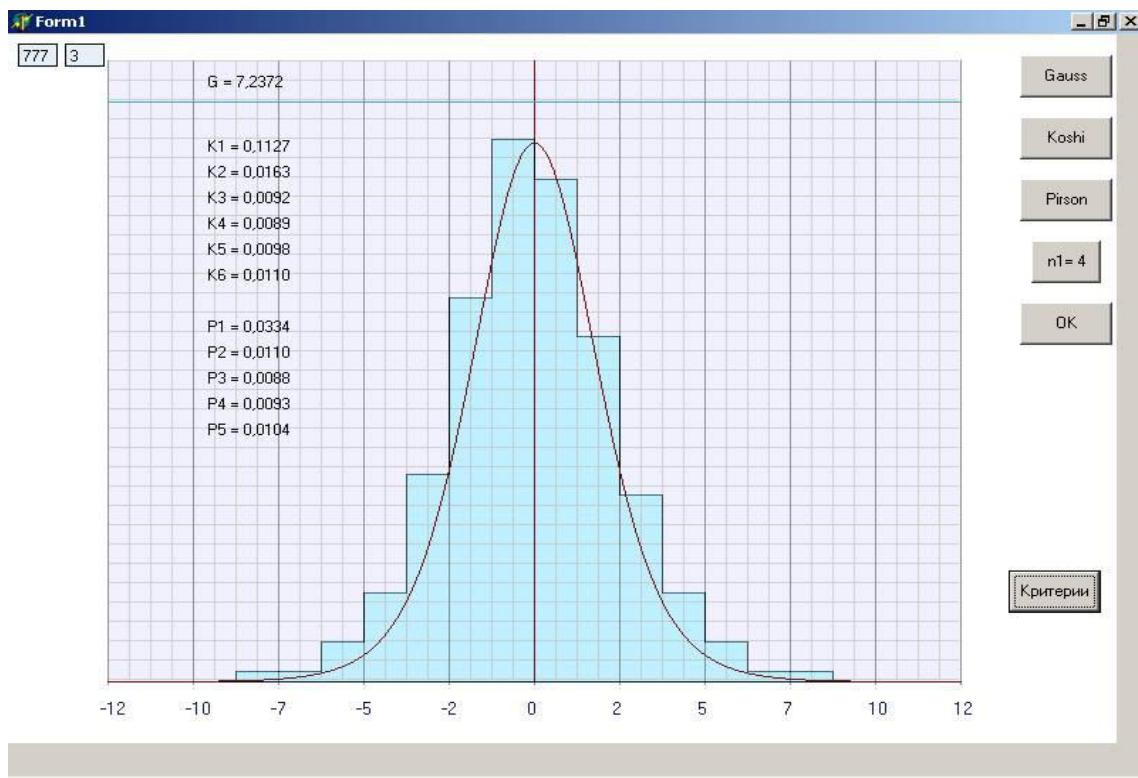


Рис. Д.10. Гістограма десятої вибірки

У одинадцятій вибірці представлені похибки визначення широти GPS приймачем. Вибірка розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення  $\sigma$  ( $\sigma=6,17$  м), причому значення похибок переведені з дугових хвилин в метри.

Статистичний ряд і одинадцята вибірка випадкових похибок широти наведені в табл. Д.21.

### Таблиця Д.21.

Статистичний ряд і одинадцята вибірка похибки широти

## Продовження табл Д.21

5,07, -3,87, -5,17, -4,77, -4,07, -5,97, -6,07, -3,27, -3,87, -4,67, -3,57, -2,08, -2,58, -1,38, -1,68, -2,68, -1,08, -2,18, -0,18, -2,58, -1,58, -2,78, -2,68, -0,38, -0,48, -2,68, -3,08, -0,98, -2,08, -0,48, -2,98, -2,88, -2,88, -2,78, -1,68, -1,18, -1,58, -0,28, -3,08, -0,08, -2,48, -1,18, -1,18, -0,68, -1,08, -2,98, -3,08, -0,78, -3,08, -2,58, -2,98, -1,28, -1,38, -2,38, -1,28, -1,98, -1,78, -0,38, -1,88, -0,88, -0,28, -0,58, -2,18, -0,88, -1,18, -2,98, -0,28, -2,08, -0,48, -0,88, -2,78, -2,58, -2,38, -2,18, -1,38, -1,98, -0,48, -2,28, -2,98, -2,18, 1,5, 2,4, 1,2, 0,8, 1,1, 0, 2,5, 0,4, 2,6, 3,0,
2,9, 0,2, 2,6, 0,5, 1,5, 1,4, 2,9, 0,9, 2,2, 2,1, 1,2, 3, 0,5, 1,7, 1,5, 2,6, 2,3, 1,4, 0,4, 0, 2,8, 1,1, 1,4, 1,5, 0,2, 1,1, 2,6, 2,8, 1,6, 2,1, 2,6, 0,1, 1,7, 3, 1,3, 1,1, 1,7, 0,2, 0,5, 1, 1,4, 0,9, 2,4, 2, 0,8, 1,8, 1,1, 2,6, 0,9, 1,8, 0,8, 0, 2,1, 0,9, 0,9, 0,9, 2, 1,5, 2,5, 5,685, 5,185, 5,585, 5,685, 3,185, 3,385, 4,985, 4,485, 5,985, 3,985, 3,385, 4,785, 3,885, 3,685, 4,485, 4,685, 3,485, 5,685, 6,085, 5,585, 3,085, 4,185, 3,985, 4,485, 5,985, 3,885, 4,385, 4,885, 5,985, 3,685, 6,085, 6,085, 3,785, 4,885, 8,07, 8,97, 6,17, 7,77, 7,47, 9,17, 7,17, 6,67, 9,17, 7,67, 8,97, 7,67, 8,87, 9,255, 9,955, 10,65, 11,45, 10,55, 13,24, 12,54, 16,02, 19,11.

У табл. Д.22 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона одинадцятої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.22.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона одинадцятої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	10,14
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,010
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,054
4	Змішаний 1-го типу n=3	0,082
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,099
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,109
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,117
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,031
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,070
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,091
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,104
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,113

Аналіз останньої таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу першого типу (узагальненого Коши) з істотним параметром  $n = 1$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки одинадцятої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма одинадцятої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закону першого типу з істотним параметром, що дорівнює 1 представлена на рис. Д.11.

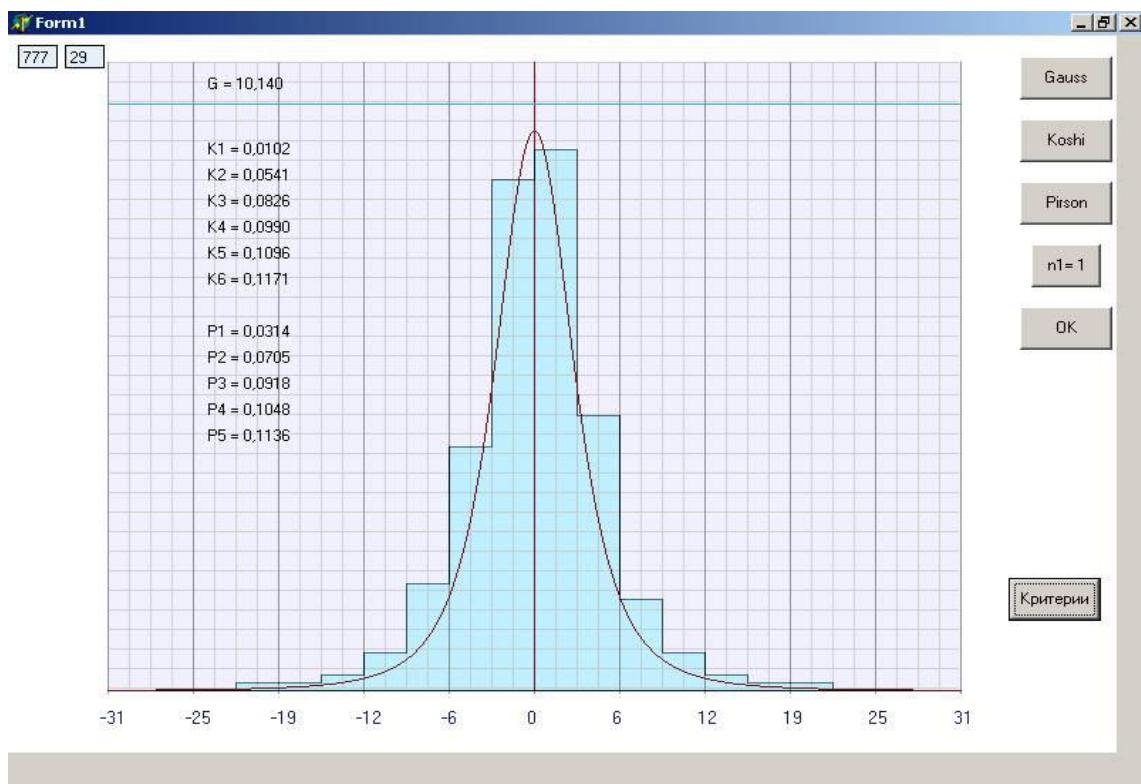


Рис. Д.11. Гістограма одинадцятої вибірки

Дванадцята вибірка похибок вимірювання довготи розділена на 20 розрядів з довжиною кожного розряду, яка дорівнює половині значення с. к. в.  $\sigma$  ( $\sigma=6,31$  м). Статистичний ряд і дванадцята вибірка випадкових похибок дистанції наведені в табл. Д.23.

Таблиця Д.23.

## Статистичний ряд і 12-а вибірка похибки вимірювання довготи

Розряд	1-3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-20
N	0	1	1	3	7	17	38	63	59	34	15	7	3	1	1	0
Вибірка																
-19,2, -17,0, -12,7, -13,8, -14,9, -10,0, -9,82, -12,6, -10,2, -10,2, -12,4, -11,2, -7,26, -7,76, -8,86, -7,56, -8,66, -9,26, -7,86, -7,26, -9,26, -7,46, -6,56, -6,76, -7,56, -7,76, -6,36, -9,16, -5,11, -4,61, -6,01, -3,21, -4,71, -5,11, -3,81, -6,01, -5,51, -5,71, -5,61, -5,41, -6,11, -6,01, -4,61, -4,21, -3,71, -3,71, -4,01, -5,41, -3,41, -4,31, -3,81, -3,31, -4,71, -5,81, -6,21, -6,01, -5,61, -6,01, -6,11, -4,81, -3,51, -5,91, -5,61, -4,71, -2,95, -1,05, -1,55, -1,55, -0,65, -1,95, -2,95, -1,25, -1,55, -0,65, -2,95, -0,15, -2,75, -1,05, -0,05, -0,85, -0,15, -0,65, -2,25, -2,55, -2,45, -2,25, -3,15, -0,95, -1,45, -0,75, -0,95, -0,45, -0,85, -0,65, -3,15, -2,35, -1,05, -1,25, -1,55, -0,05, -3,05, -3,15, -0,35, -2,75, -2,35, -1,05, -2,25, -1,65, -1,85, -1,25, -1,55, -0,25, -1,35, -1,75, -0,65, -2,35, -1,85, -1,05, -1,55, -0,85, -1,05, -0,65, -1,15, -0,45, -1,95, 2,4, 0,3, 0,0,3, 0,8, 1,4, 1,1, 2, 0,9, 3,1,																
1,6, 2,6, 2,9, 1,7, 2,5, 1, 0,3, 1,2, 2,3, 2,4, 0,8, 0,4, 1,7, 2,4, 1,5, 0,1, 2,6, 2,8, 2,6, 0,8, 0,9, 0,9, 1,1, 1,2, 1, 0, 1,7, 0,1, 0,7, 2,5, 3,1, 1,9, 2,3, 2,9, 0,2, 2,6, 1,7, 2, 2,5, 3,1, 0,3, 0,8, 2,6, 1,4, 0,6, 1,4, 1,7, 0,2, 0, 2,7, 2,3, 5,055, 3,855, 6,255, 6,155, 3,955, 5,755, 5,455, 3,555, 3,655, 5,755, 3,755, 4,555, 5,955, 4,455, 4,755, 6,255, 5,255, 5,055, 3,555, 4,255, 3,355, 5,755, 4,755, 4,555, 6,055, 3,655, 3,555, 4,055, 6,055, 5,655, 4,455, 5,755, 4,155, 5,855, 6,255, 3,355, 7,61, 6,61, 7,61, 8,01, 8,91, 6,81, 6,41, 8,31, 9,01, 7,71, 9,01, 8,81, 7,51, 6,51, 8,11, 8,01, 12,16, 11,56, 12,16, 10,66, 12,16, 12,46, 9,765, 14,72, 15,12, 13,02, 18,07, 21,03.																

У табл. Д.24 представлена значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона однадцятої вибірки для розглянутих законів розподілу.

Таблиця Д.24.

Значення критерію згоди  $\chi^2$  – Пірсона дванадцятої вибірки

N п/п	Закон розподілу	Критерій згоди $\chi^2$ – Пірсона
1	Гаусса	8,115
2	Змішаний 1-го типу n=1	0,034
3	Змішаний 1-го типу n=2	0,014

## Продовження табл Д.24

4	Змішаний 1-го типу n=3	0,025
5	Змішаний 1-го типу n=4	0,034
6	Змішаний 1-го типу n=5	0,040
7	Змішаний 1-го типу n=6	0,045
8	Змішаний 2-го типу n=1	0,009
9	Змішаний 2-го типу n=2	0,020
10	Змішаний 2-го типу n=3	0,030
11	Змішаний 2-го типу n=4	0,037
12	Змішаний 2-го типу n=5	0,042

Аналіз даної таблиці показує, що критерій згоди набуває мінімального значення для змішаного закону розподілу другого типу (узагальненого Пірсона) з істотним параметром  $n = 1$ . Тому приймається гіпотеза про те, що похибки дванадцятої вибірки розподілені за даним законом.

Гістограма дванадцятої вибірки й крива щільності розподілу змішаного закону другого типу з істотним параметром, що дорівнює 1 представлена на рис. Д.12.

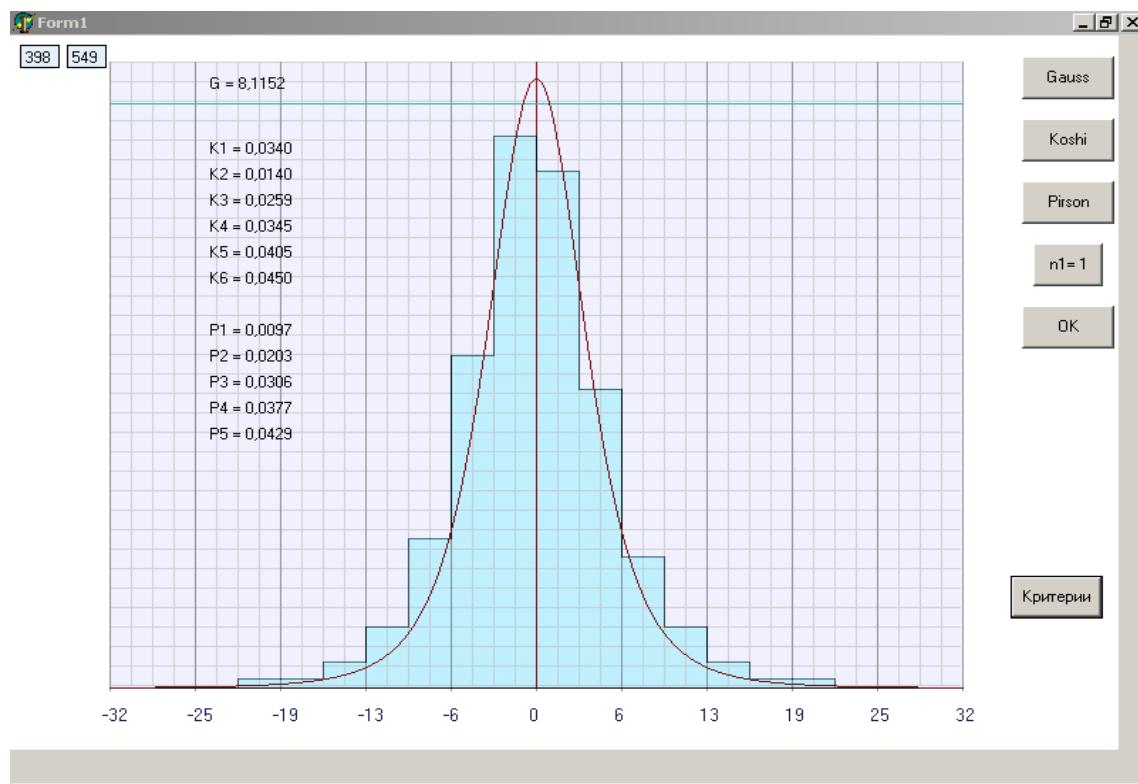
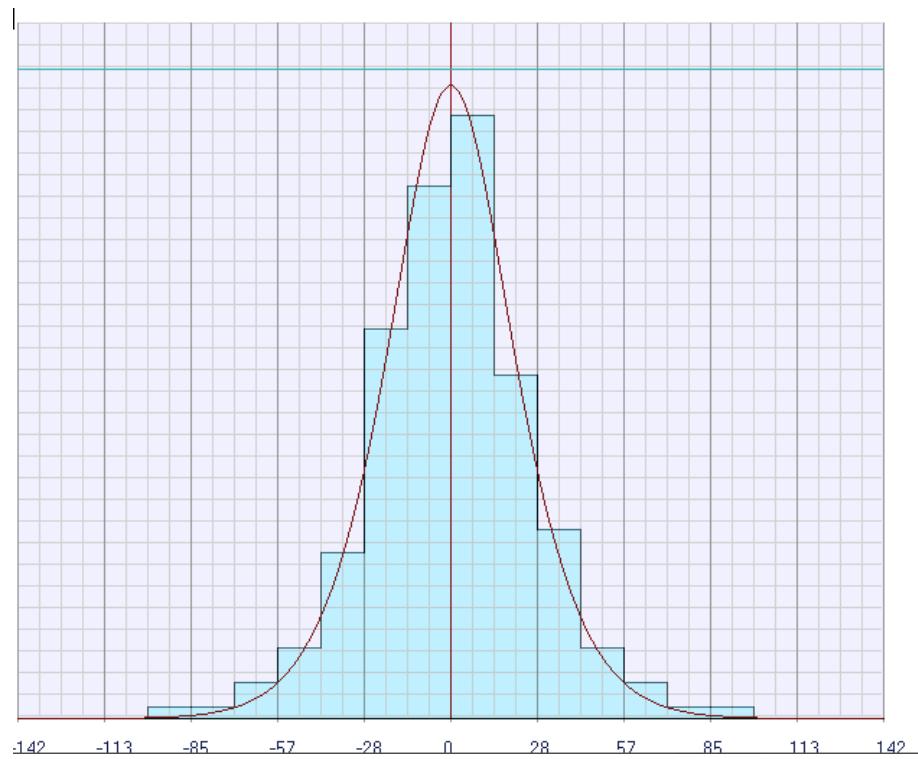
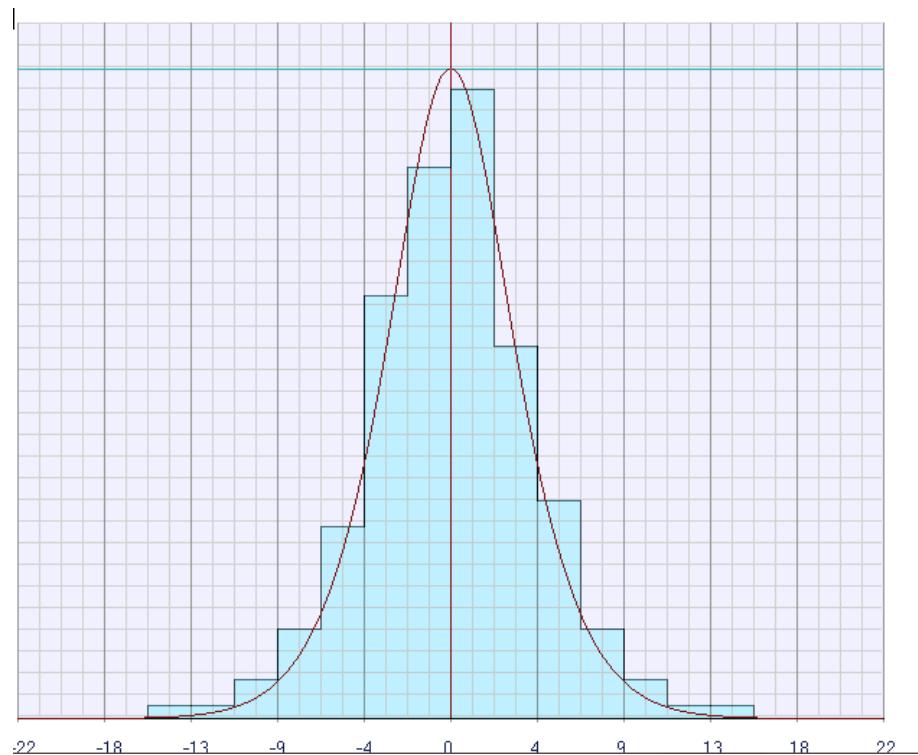


Рис. Д.12. Гістограма дванадцятої вибірки

## Д.2. Криві щільності розподілу узагальненого закону Пуассона

Рис. Д.13. Вибірка 5, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$ Рис. Д.14. Вибірка 6, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

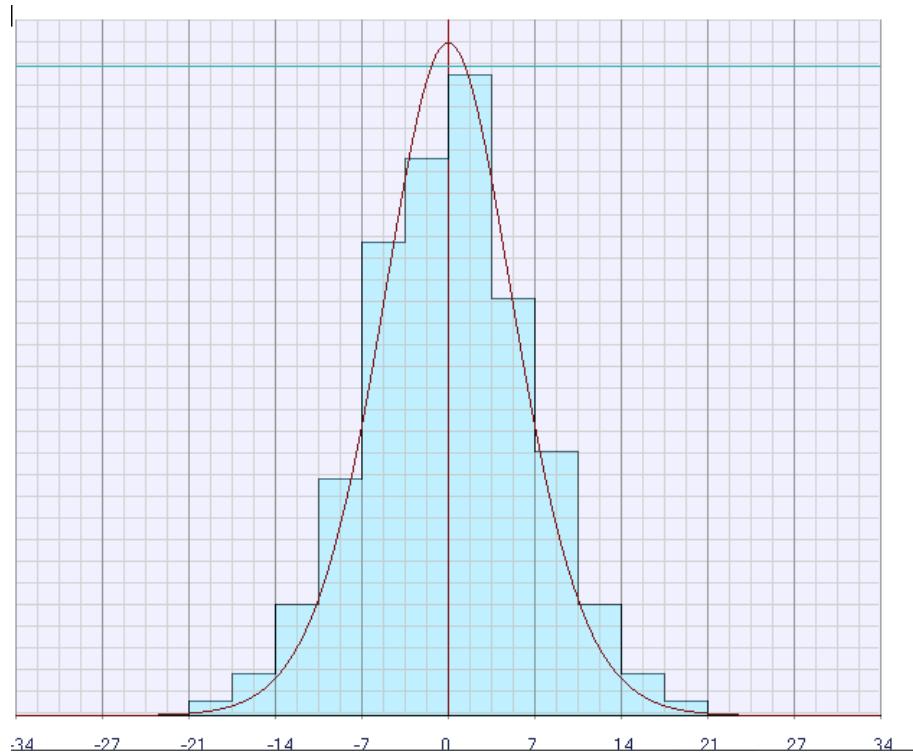


Рис. Д.15. Вибірка 7, узагальнений закон Пуассона,  $c=8$

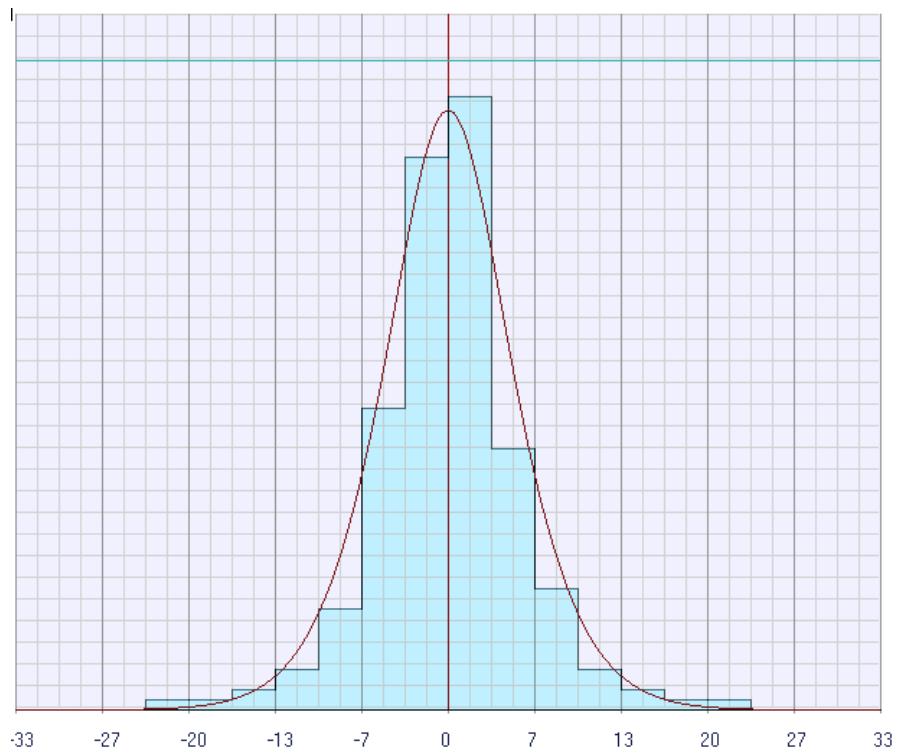
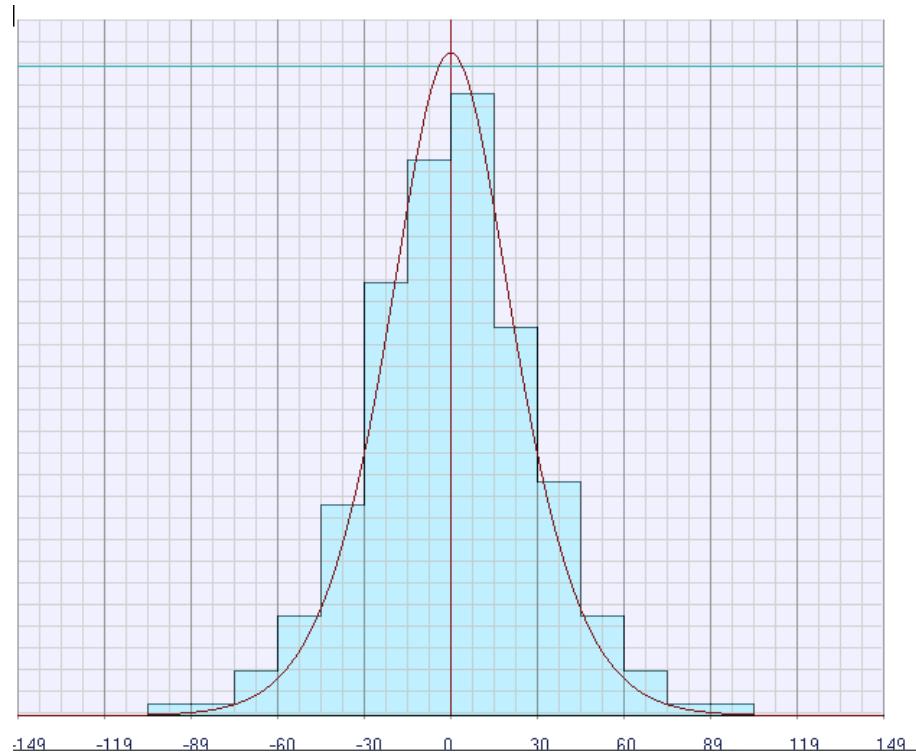
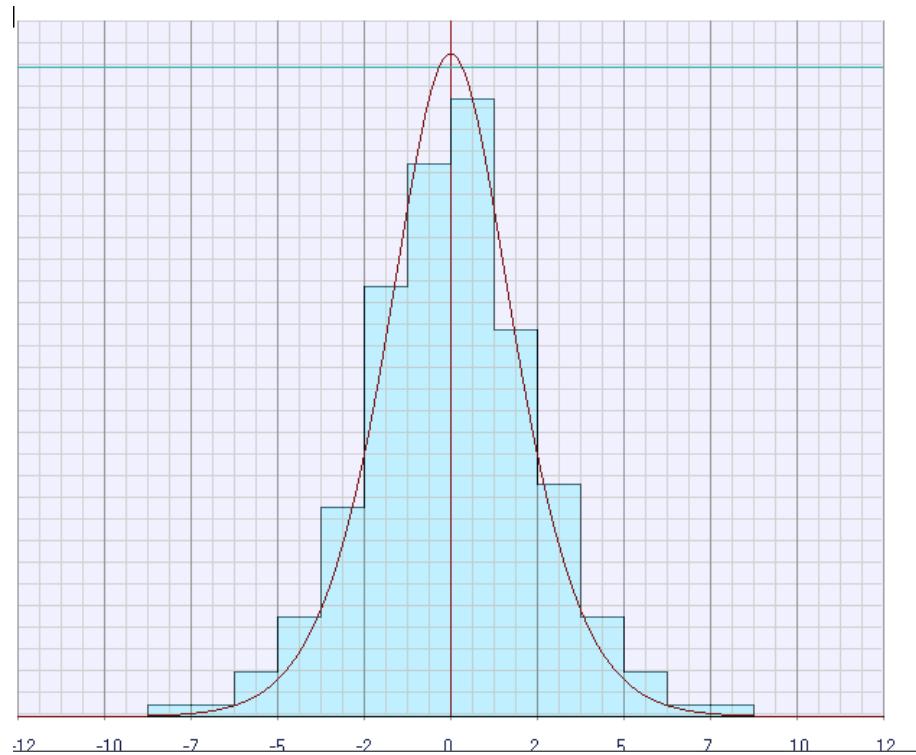


Рис. Д.16. Вибірка 8, узагальнений закон Пуассона,  $c=3,75$

Рис. Д.17. Вибірка 9, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$ Рис. Д.18. Вибірка 10, узагальнений закон Пуассона,  $c=4,25$

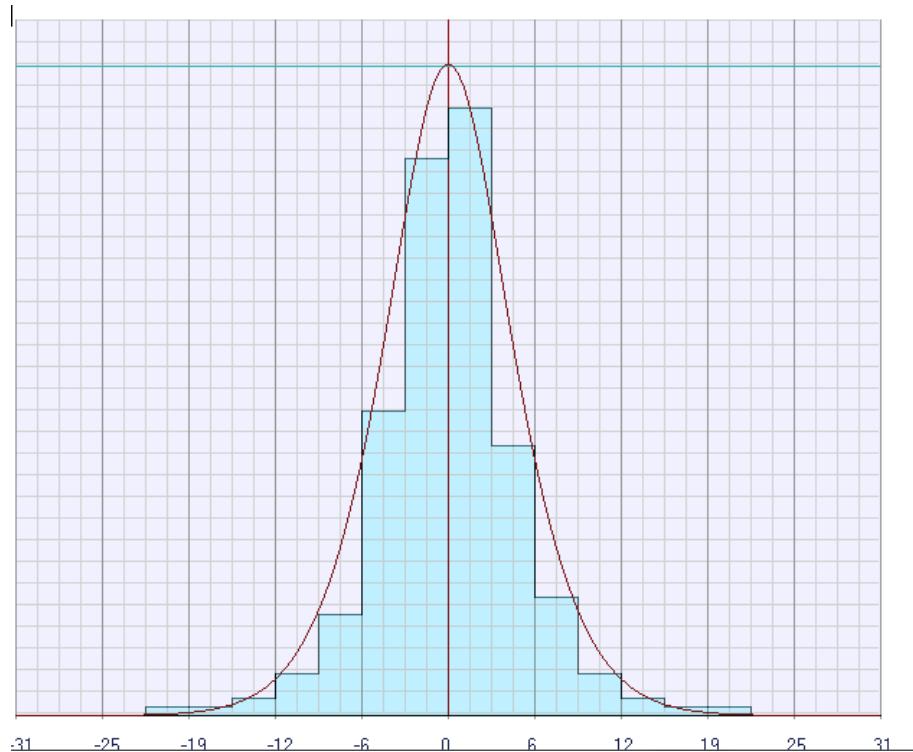


Рис. Д.19. Вибірка 11, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$

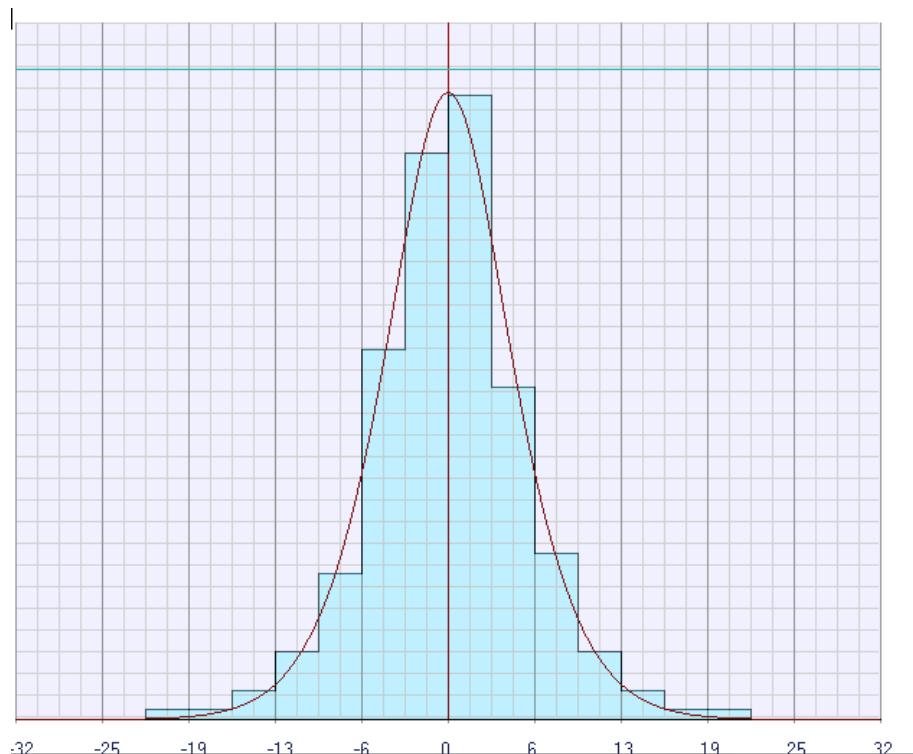


Рис. Д.20. Вибірка 12, узагальнений закон Пуассона,  $c=4$

### Д.3. Результати імітаційного моделювання ефективності координат, розрахованих методом найменших квадратів

У результаті проведеного імітаційного моделювання ефективності обсервованих координат судна, похибки ліній положення яких розподілені за змішаним законом першого типу, були розраховані другі початкові моменти  $a_{2x}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2y}^{\text{МНК}}$  методом найменших квадратів (МНК) і  $a_{2x}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2y}^{\text{ММП}}$  методом максимальної правдоподібності (ММП) складових X і Y векторіальної похибки. Після цього за їх значеннями були обчислені другі початкові моменти  $a_{2R}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2R}^{\text{ММП}}$  модуля векторіальної похибки. Покажемо, що відношення  $a_{2R}^{\text{ММП}}$  до  $a_{2R}^{\text{МНК}}$  дорівнює ефективності обсервованих координат. Дійсно, за визначенням  $a_{2R}^{\text{МНК}} = a_{2x}^{\text{МНК}} + a_{2y}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2R}^{\text{ММП}} = a_{2x}^{\text{ММП}} + a_{2y}^{\text{ММП}}$ , а з урахуванням виразів (2.3) і (2.6) для коваріаційних матриць:

$$a_{2R}^{\text{ММП}} = \frac{1}{s\Delta} \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) = \frac{n}{s\Delta};$$

$$a_{2R}^{\text{МНК}} = \frac{p}{q^2 \Delta} \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) = \frac{np}{q^2 \Delta}.$$

Очевидно, відношення других початкових моментів  $a_{2R}^{\text{ММП}}$  до  $a_{2R}^{\text{МНК}}$ :

$$\frac{a_{2R}^{\text{ММП}}}{a_{2R}^{\text{МНК}}} = \frac{nq^2 \Delta}{s\Delta np} = \frac{q^2}{sp},$$

є ефективністю обсервованих координат судна.

Значення других початкових моментів  $a_{2x}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2y}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2x}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2y}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2R}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2R}^{\text{ММП}}$ , а також величина ефективностей  $e_T^{(1)}$  і  $e_{IM}^{(1)}$  наведені в табл. Д.25. У цій

же таблиці представлені значення дисперсій  $D_x^{\text{МНК}}$ ,  $D_y^{\text{МНК}}$ ,  $D_R^{\text{МНК}}$ ,  $D_x^{\text{ММП}}$ ,  $D_y^{\text{ММП}}$ ,  $D_R^{\text{ММП}}$ .

Таблиця Д.25.

## Ефективність змішаного розподілу першого типу

$m$	1	2	3	4	5	6
$e_T^{(1)}$	<b>0,5</b>	<b>0,8</b>	<b>0,893</b>	<b>0,934</b>	<b>0,955</b>	<b>0,968</b>
$a_{2x}^{\text{МНК}}$	121,25	78,07	55,26	42,33	33,98	27,48
$a_{2y}^{\text{МНК}}$	5,43	4,52	4,06	2,39	2,85	1,72
$a_{2R}^{\text{МНК}}$	126,68	82,59	59,32	45,72	36,83	29,20
$a_{2x}^{\text{ММП}}$	61,22	50,56	41,13	34,99	29,68	24,97
$a_{2y}^{\text{ММП}}$	3,11	1,96	1,00	1,22	1,28	0,97
$a_{2R}^{\text{ММП}}$	64,33	52,52	42,13	36,21	30,96	25,94
$e_{IM}^{(1)}$	<b>0,507</b>	<b>0,636</b>	<b>0,710</b>	<b>0,792</b>	<b>0,8</b>	<b>0,888</b>
$D_x^{\text{МНК}}$	0,265	0,275	0,486	0,371	0,198	0,219
$D_y^{\text{МНК}}$	3,149	3,215	3,100	2,587	2,135	1,257
$D_R^{\text{МНК}}$	3,414	3,490	3,586	2,958	2,548	1,476
$D_x^{\text{ММП}}$	0,451	0,130	0,157	0,188	0,163	0,237
$D_y^{\text{ММП}}$	1,912	0,905	0,223	0,447	0,599	0,509
$D_R^{\text{ММП}}$	2,363	1,035	0,380	0,635	0,722	0,746

Як випливає з табл. Д.25 імітаційне моделювання підтверджує коректність отриманого аналітичного виразу для розрахунку ефективності обсервованих координат методом найменших квадратів при розподілі похибок ліній положення за змішаним законом першого типу. Імітаційною програмою передбачено графічні відображення розсіювання обсервованих точок відносно

математичного сподівання. Так, на рис. Д.21 показано розсіювання обсервованих точок для істотного параметра  $m = 1$  з дисперсією  $D_R^{MНК} = 3,414$ .

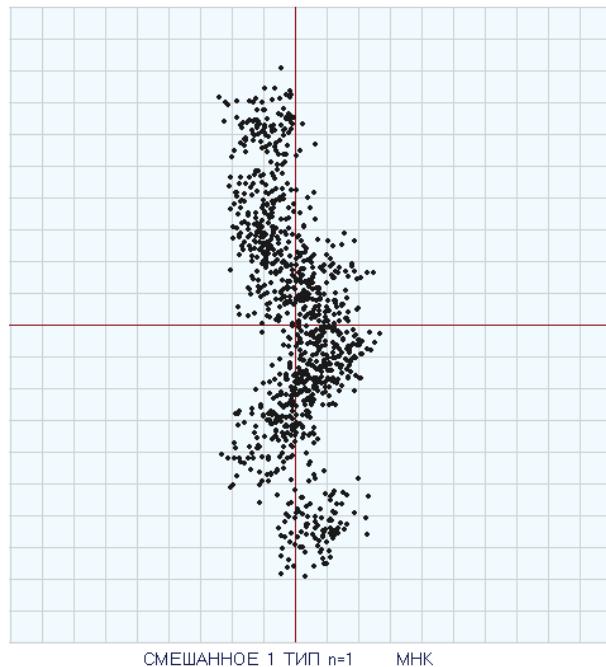
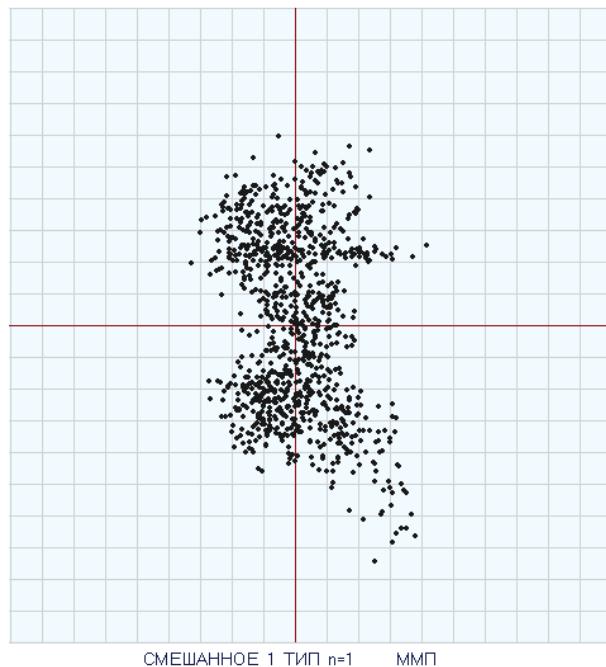


Рис. Д.21. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=1$

Для тих же похибок ЛП при розрахунку координат обсервованих точок ММП їх розсіювання з дисперсією  $D_R^{ММП} = 2,363$  показано на рис. Д.22.



Д.22. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=1$

На рис. Д.23 показана порівняльна характеристика розсіювання обсервованих точок, отриманих МНК і ММП при  $m = 1$  для одних і тих самих ЛП.

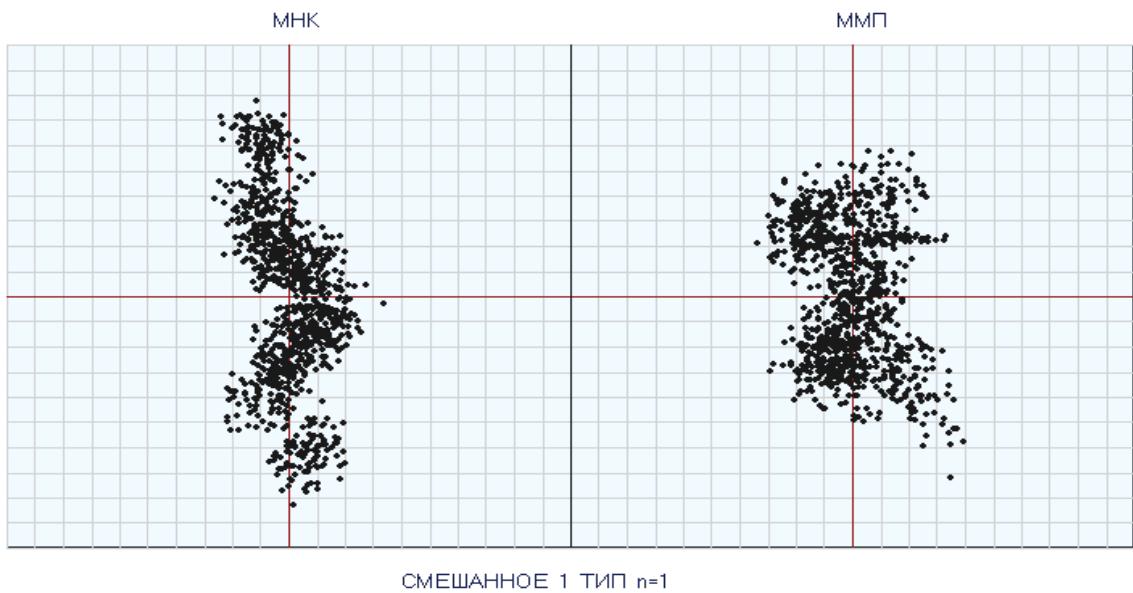


Рис. Д.23. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=1$

Розсіювання обсервованих точок для істотного параметра  $m = 2$  з дисперсією  $D_R^{\text{MНК}} = 3,490$  показано на рис. Д.24, а на рис. Д.25 – з дисперсією  $D_R^{\text{ММП}} = 1,035$ .

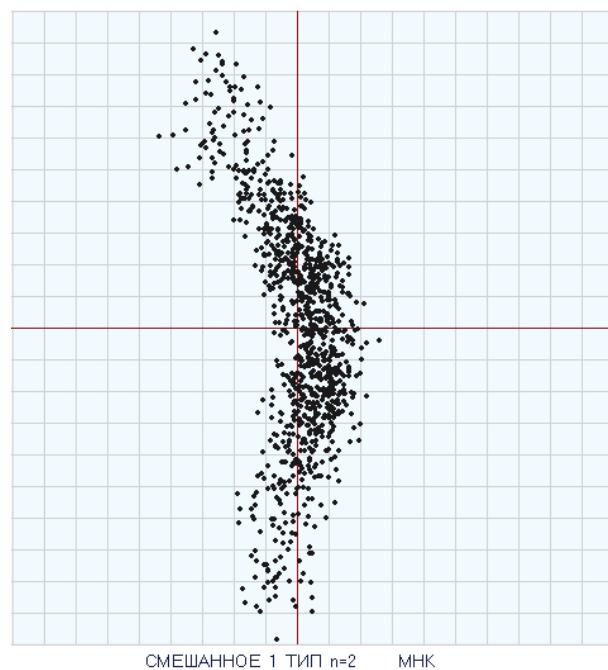


Рис. Д.24. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=2$

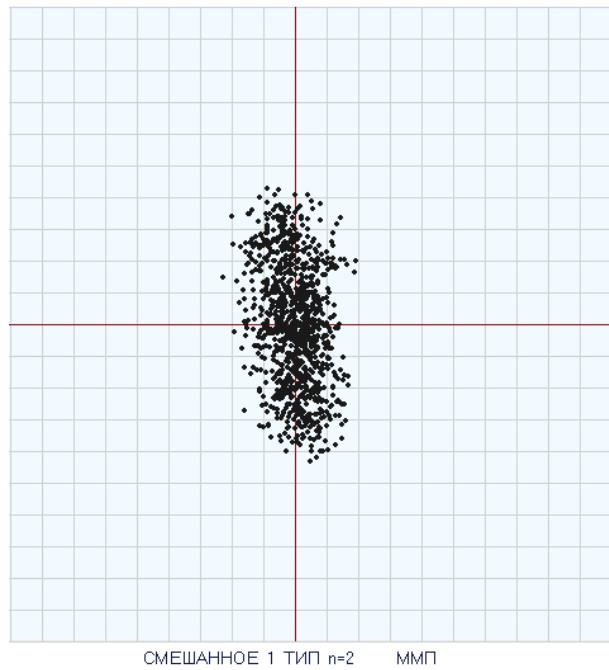


Рис. Д.25. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=2$

Порівняльна характеристика розсіювання обсервованих точок, отриманих МНК і ММП при  $m = 2$  для одних і тих самих ЛП представлена на рис. Д.26.

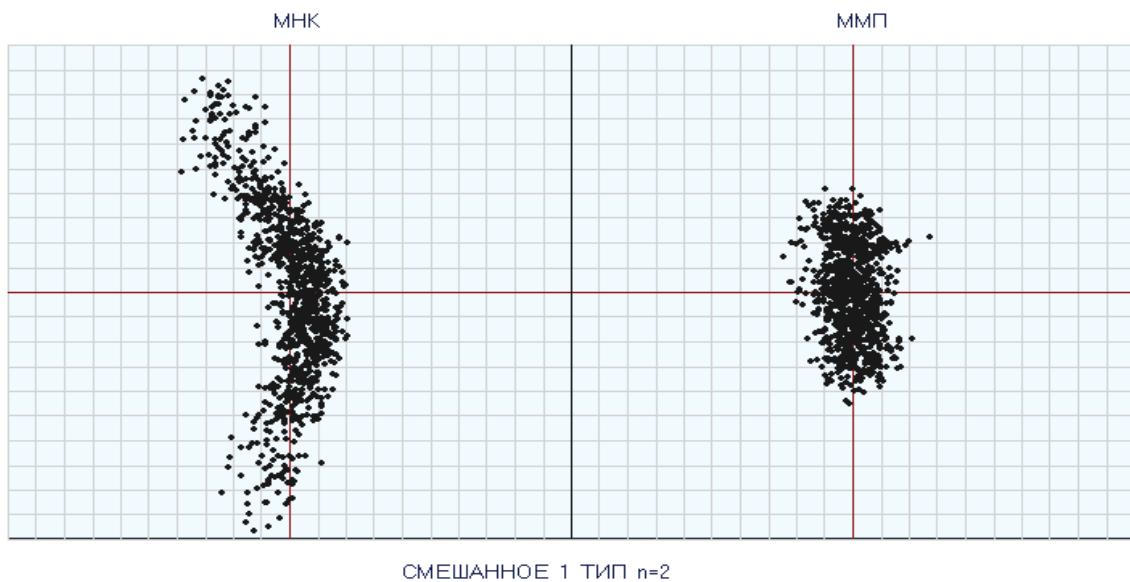


Рис. Д.26. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=2$

Розсіювання точок при  $m = 3$  з дисперсією  $D_R^{\text{МНК}} = 3,586$  показано на рис. Д.27, а на рис. Д.28 – з дисперсією  $D_R^{\text{ММП}} = 0,380$ .

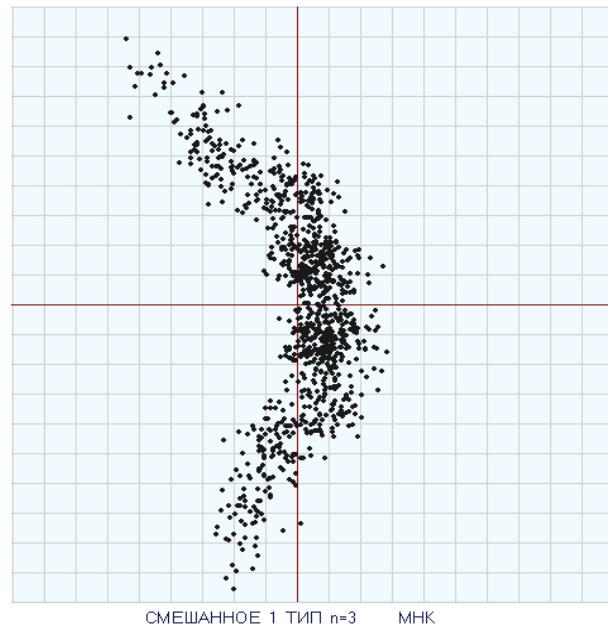


Рис. Д.27. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=3$

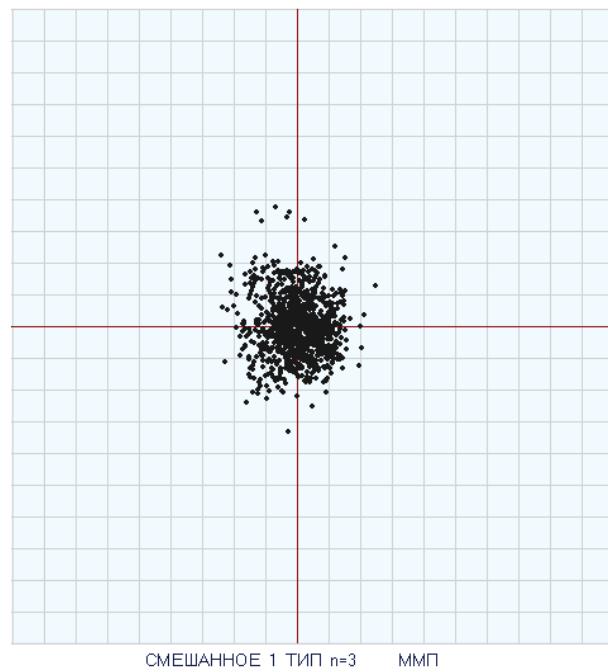


Рис. Д.28. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=3$

На рис. Д.29 наведено порівняльну характеристику розсіювання обсервованих точок, отриманих МНК і ММП при  $m=3$ .

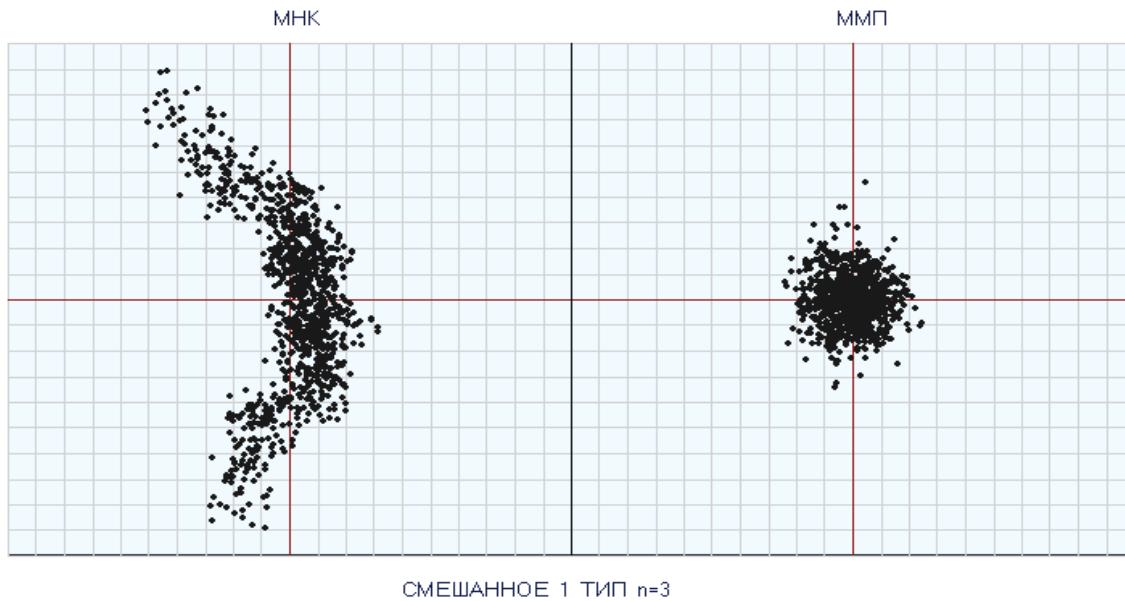


Рис. Д.29. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=3$

На рис. Д.30 показано розсіювання обсервованих точок місця судна з дисперсією  $D_R^{\text{МНК}} = 2,958$ , отриманих МНК при значенні істотного параметра  $m = 4$ , на рис. Д.31 – з дисперсією  $D_R^{\text{ММП}} = 0,635$ , розрахованих ММП, а на рис. Д.32 представлено порівняння розсіяння обсервованих точок розрахованих обома методами за одними й тими ж лініями положення, що містять похибки розподілені за змішаним законом першого типу.

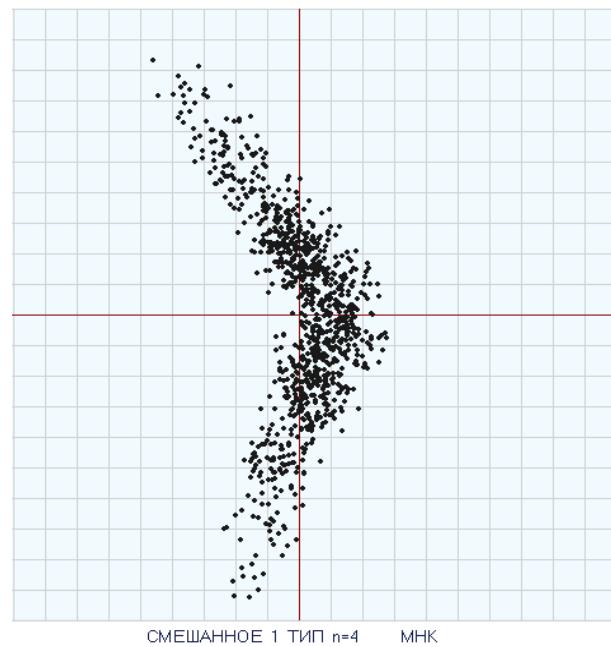


Рис. Д.30. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=4$

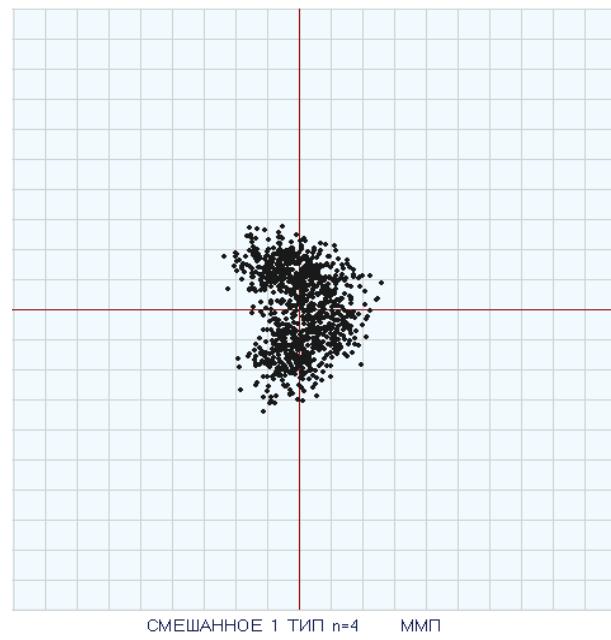


Рис. Д.31. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=4$

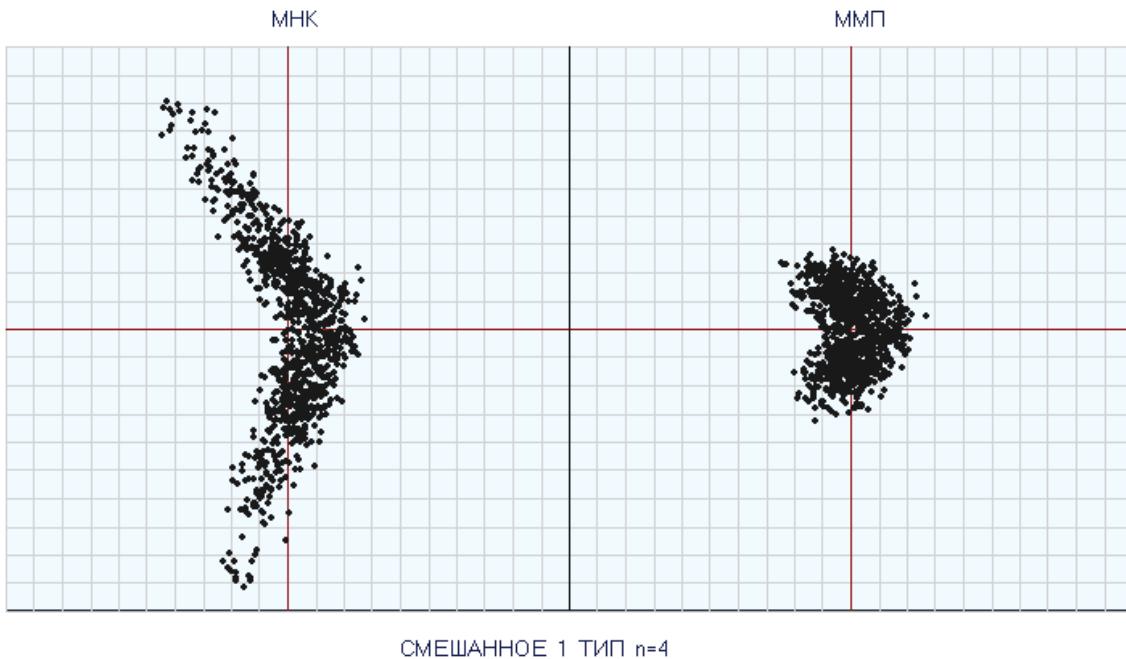


Рис. Д.32. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=4$

На рис. Д.33 показано розсіювання точок при  $m = 5$  з дисперсією  $D_R^{MНК}=2,548$ , а на рис. Д.34 – з дисперсією  $D_R^{MМП}=0,722$ .

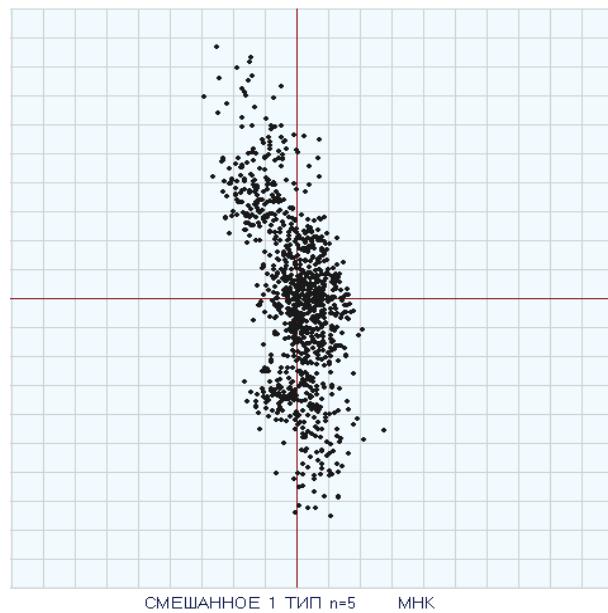


Рис. Д.33. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=5$

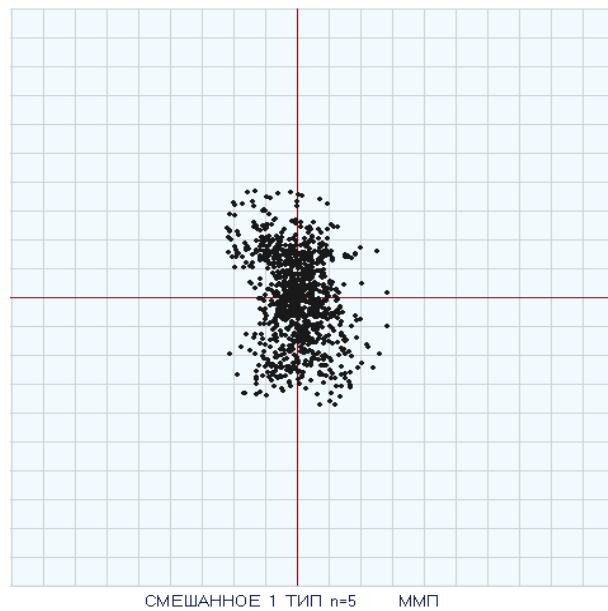


Рис. Д.34. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=5$

На рис. Д.35 наведено порівняльну характеристику розсіювання обсервованих точок, отриманих МНК і ММП при  $m=5$ .

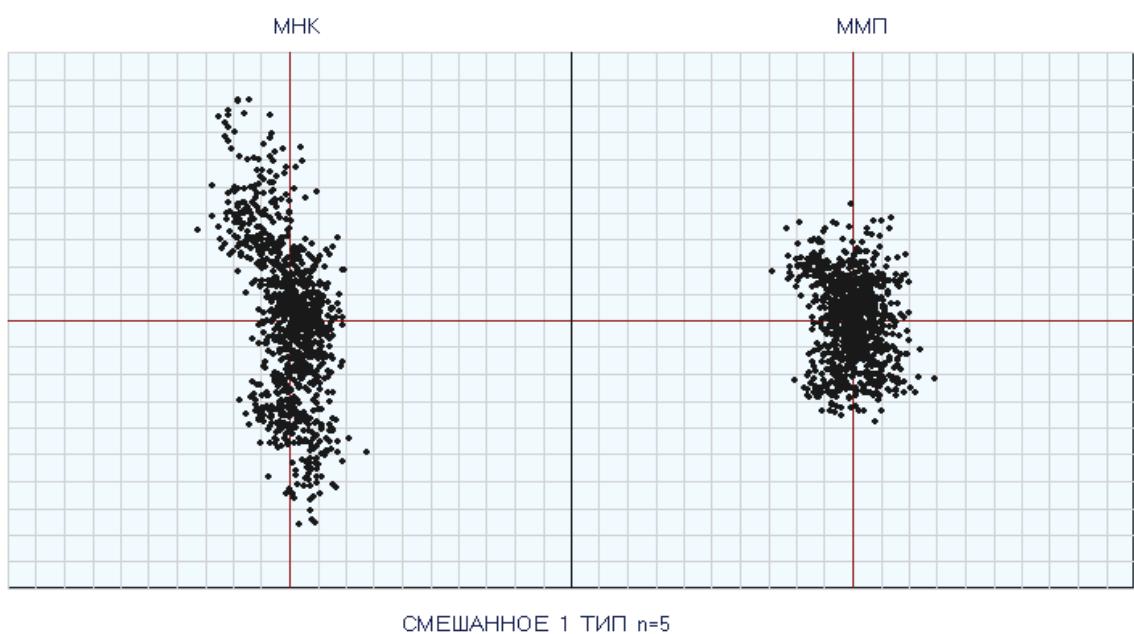


Рис. Д.35. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=5$

Розсіювання обсервованих точок місця судна з дисперсією  $D_R^{\text{МНК}}=1,476$ , отриманих МНК при значенні істотного параметра  $m = 6$ , показано на рис. Д.36, а на рис. Д.37 – з дисперсією  $D_R^{\text{ММП}}=0,746$ , розрахованих ММП. Порівняння розсіювання обсервованих точок розрахованих обома методами за одними й тими ж лініями положення, з похибками, розподіленими за змішаним законом першого типу, представлено на рис. Д.38.

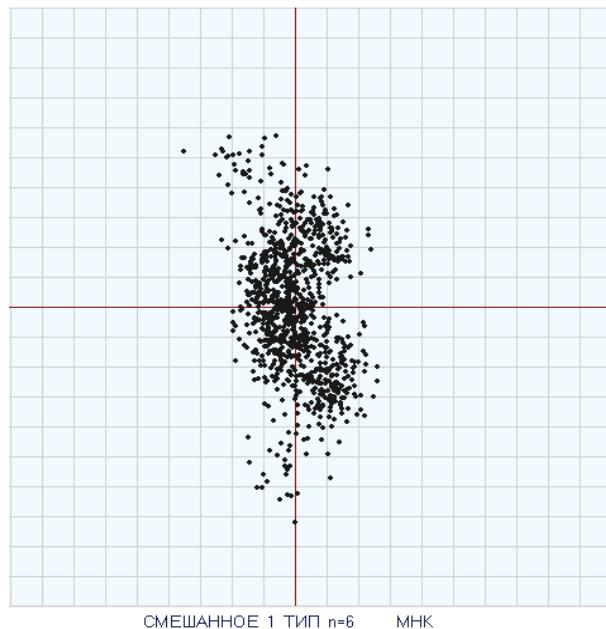


Рис. Д.36. Обсервовані точки, отримані МНК при  $m=6$

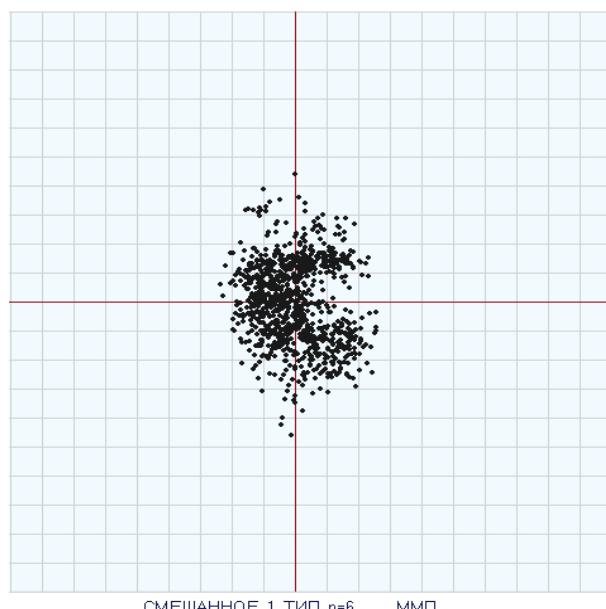


Рис. Д.37. Обсервовані точки, отримані ММП при  $m=6$

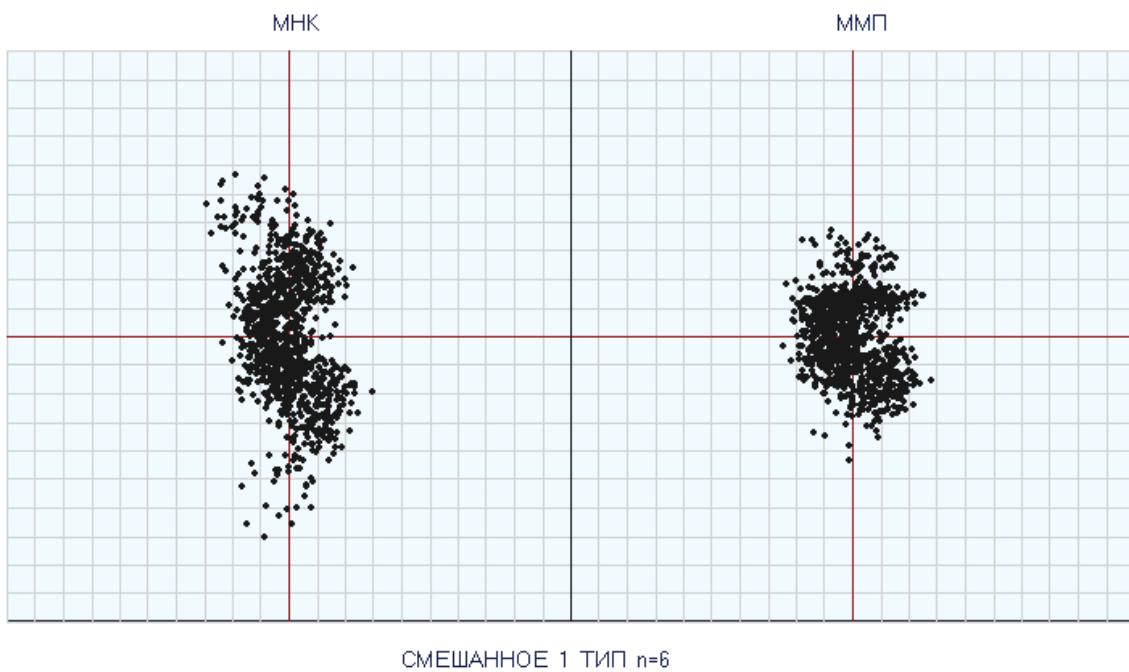


Рис. Д.38. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=6$

Результати імітаційного моделювання оцінки ефективності обсервованих координат судна в разі розподілу похибок ліній положення за змішаним законом другого типу наведено в табл. Д.26, до яких належать значення других початкових моментів  $a_{2x}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2y}^{\text{МНК}}$ ,  $a_{2x}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2y}^{\text{ММП}}$ ,  $a_{2R}^{\text{МНК}}$  і  $a_{2R}^{\text{ММП}}$ , а також значення ефективностей  $e_T^{(2)}$  та  $e_{IM}^{(2)}$ . Крім цього в даній таблиці представлені значення дисперсій  $D_x^{\text{МНК}}$ ,  $D_y^{\text{МНК}}$ ,  $D_R^{\text{МНК}}$ ,  $D_x^{\text{ММП}}$ ,  $D_y^{\text{ММП}}$ ,  $D_R^{\text{ММП}}$ , отриманих при розрахунку методом найменших квадратів і методом максимальної правдоподібності.

Таблиця Д.26.

Ефективність змішаного розподілу другого типу

$m$	1	2	3	4	5
$e_T^{(2)}$	<b>0,7</b>	<b>0,857</b>	<b>0,917</b>	<b>0,945</b>	<b>0,962</b>
$a_{2x}^{\text{МНК}}$	65,19	64,38	47,58	37,42	30,29
$a_{2y}^{\text{МНК}}$	4,09	4,29	3,23	2,80	2,26

Продовження табл. Д.26

$a_{2R}^{MHK}$	69,28	68,67	50,81	40,22	32,55
$a_{2x}^{MMPI}$	45,46	44,66	37,22	32,17	27,18
$a_{2y}^{MMPI}$	1,08	1,19	0,95	1,16	1,14
$a_{2R}^{MMPI}$	46,54	45,85	38,17	33,33	28,32
$e_{IM}^{(2)}$	<b>0,671</b>	<b>0,668</b>	<b>0,751</b>	<b>0,829</b>	<b>0,870</b>
$D_x^{MHK}$	0,320	0,346	0,394	0,241	0,157
$D_y^{MHK}$	3,105	3,201	2,510	2,244	1,683
$D_R^{MHK}$	3,425	3,547	2,904	2,485	1,84
$D_x^{MMPI}$	0,222	0,162	0,143	0,157	0,149
$D_y^{MMPI}$	1,467	0,375	0,348	0,566	0,590
$D_R^{MMPI}$	1,689	0,537	0,491	0,723	0,739

З наведеної табл. Д.26 випливає, що імітаційним моделюванням підтверджується коректність отриманого аналітичного виразу для розрахунку ефективності обсервованих координат методом найменших квадратів при розподілі похибок ліній положення за змішаним законом другого типу. Причому значення ефективностей, отриманих при імітаційному моделюванні й шляхом розрахунку за аналітичним виразом, відрізняються не більш як 20%, що свідчить про коректність теоретичної моделі оцінки ефективності обсервованих координат судна методом найменших квадратів при розподілі похибок ліній положення за змішаним законом другого типу.

Порівняння розсіювання обсервованих точок розрахованих обома методами для похибок ліній положення, розподілених за змішаним законом другого типу для істотного параметра  $m = 1$ , з дисперсіями  $D_R^{MHK}=3,425$  і  $D_R^{MMPI}=1,689$  представлено на рис. Д.39.

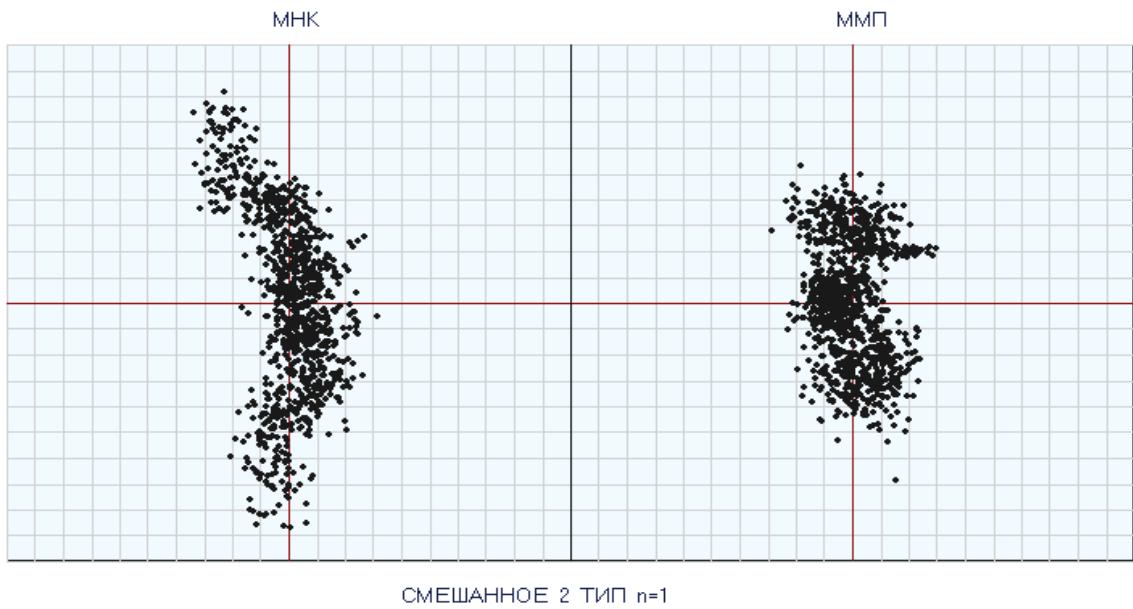


Рис. Д.39. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=1$

На рис. Д.40 представлено розсіювання обсервованих точок з дисперсіями  $D_R^{\text{MНК}} = 3,547$  і  $D_R^{\text{ММП}} = 0,537$  при значенні істотного параметра  $m=2$ .

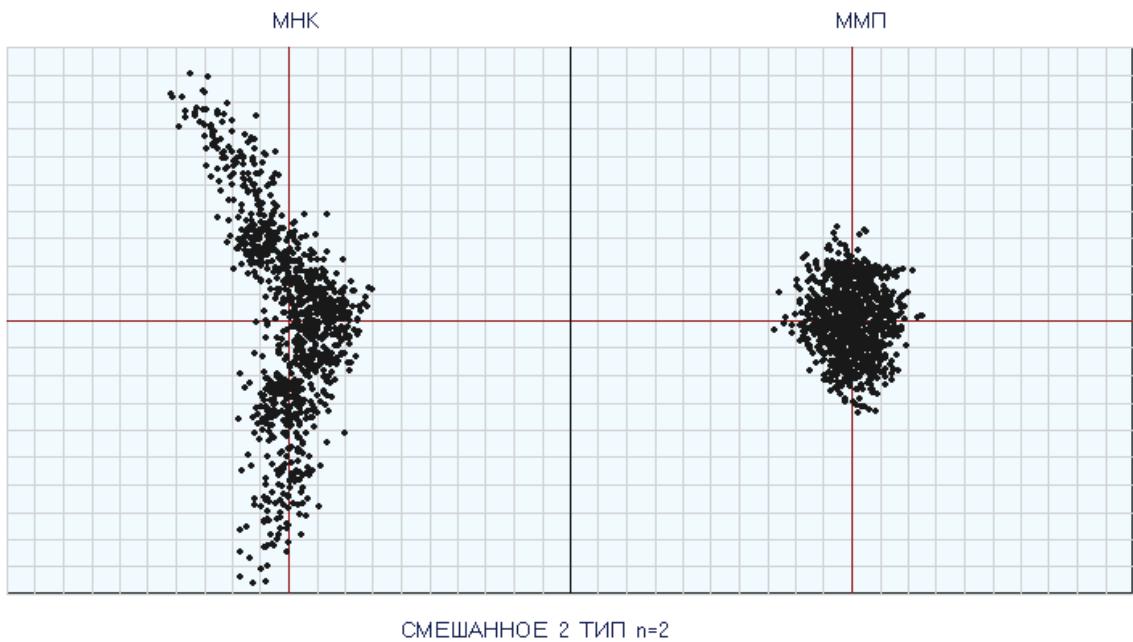


Рис. Д.40. Розсіювання обсервованих точок при  $m=2$ .

Для істотного параметра  $m=3$  на рис. Д.41 представлена розсіювання обсервованих точок з дисперсіями  $D_R^{\text{MНК}} = 2,904$  і  $D_R^{\text{ММП}} = 0,491$ .

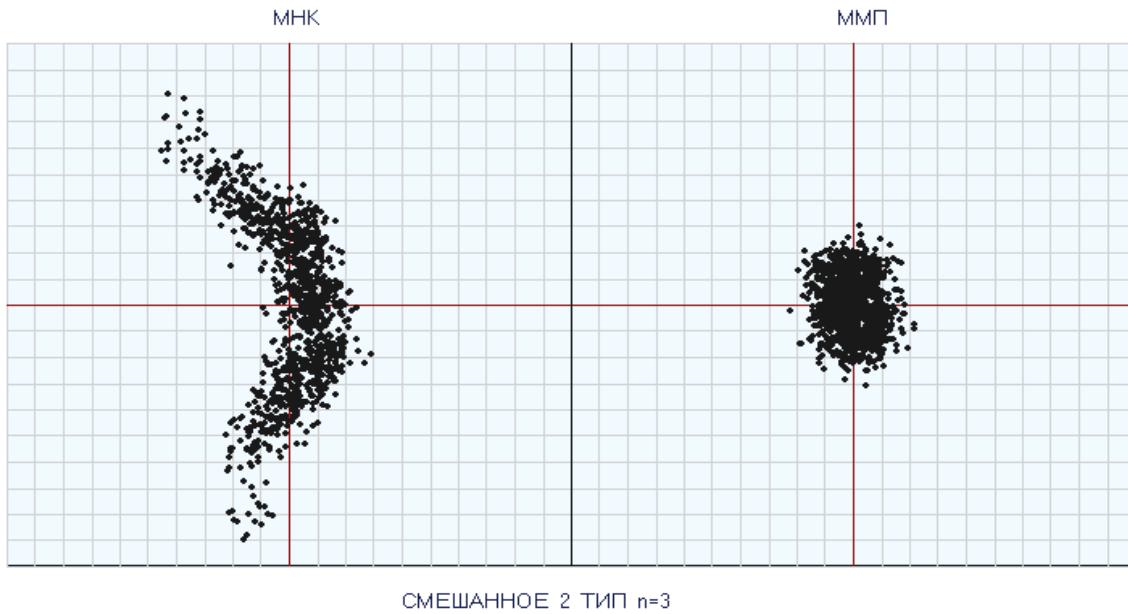


Рис. Д.41. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=3$

На рис. Д.42 представлено порівняння розсіювання обсервованих точок з дисперсіями  $D_R^{\text{MHK}} = 2,485$  і  $D_R^{\text{MMPI}} = 0,723$  при значенні істотного параметра  $m = 4$ , а на рис. Д.43 – з дисперсіями  $D_R^{\text{MHK}} = 1,840$  и  $D_R^{\text{MMPI}} = 0,739$  при значенні  $m=5$ .

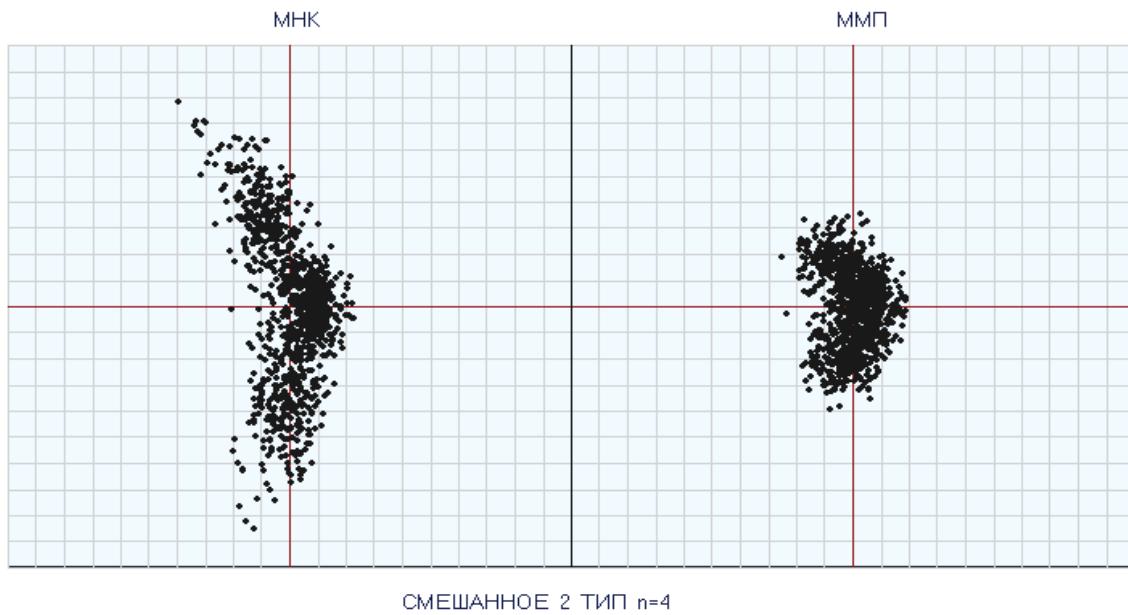


Рис. Д.42. Розсіювання обсервованих точок при  $m=4$

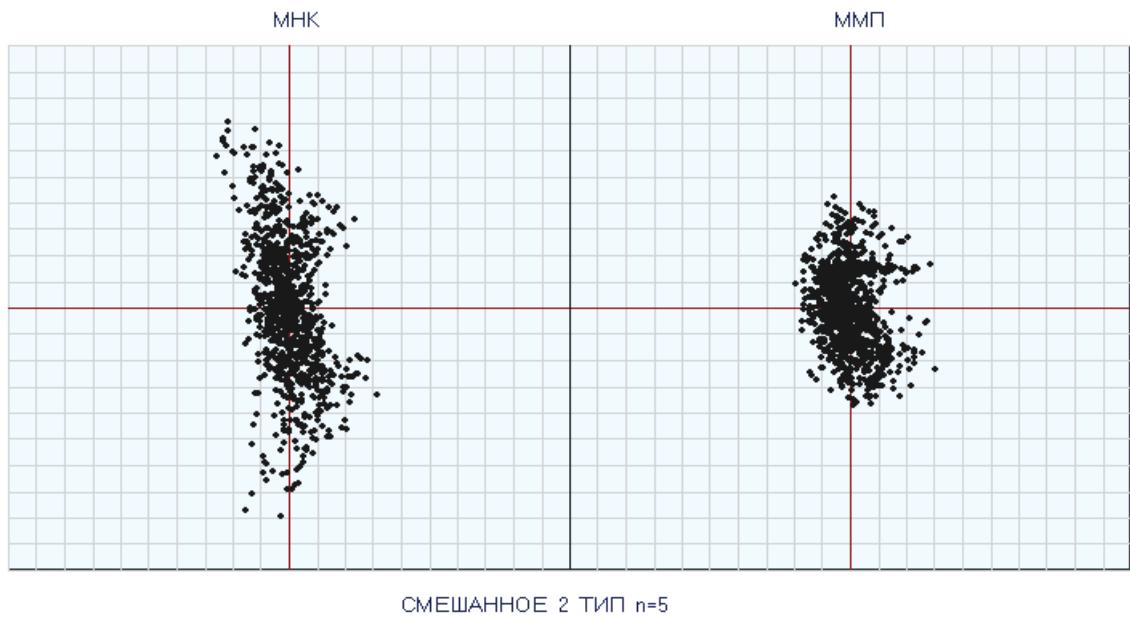


Рис. Д.43. Порівняльна характеристика розсіювання точок при  $m=5$

## ДОДАТОК Е

Список публікацій здобувача та відомості про апробацію  
результатів дисертації

1. Ворохобин И.И. Разработка теории и методов оценки повышения надежности судовождения: монография / И.И. Ворохобин / – Одесса: НУ «ОМА», 2019 – 252 с; ISBN: 978-966-7591-78-6; [включена до МНБ: Google Scholar].
2. Vorokhobin I. Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements / I. Vorokhobin, A. Golikov, O. Haichenia, V. Sikirin, V. Severin / Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – P. 707-710; внесок автора: перевірка застосування загального розподілу Пуасону з допомогою експериментальних даних похибок вимірювання, одержаних в натурних спостереженнях; [включена до МНБ: Scopus, Google Scholar].
3. Ворохобин И.И. Журнал лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 22. – Одеса: «ВидавІнформ», 2013 – С. 76 – 85; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].
4. Ворохобин И.И. Документирование при планировании и выполнении лоцманской проводки / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 23. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 45 – 55; ISSN 2306-5761; [включена до МНБ: Google Scholar].
5. Ворохобин И.И. Процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах / И.И. Ворохобин., В.В. Северин. // Проблеми техніки: Науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4 . – С. 119 – 126; внесок автора: визначення вірогідності безаварійного плавання судна в стислих водах; ISSN 2306-241X; [включена до МНБ: Google Scholar].
6. Ворохобин И.И. Способы предупреждения аварийного происшествия при лоцманской проводке судов / И.И. Ворохобин // Проблеми інформаційних

технологій: Зб. наук. праць / ХНТУ. Вип. 1(15). – Херсон: «Херсонський національний технічний університет», 2014 – С. 240 – 245; ISSN 1998-7005; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

7. Ворохобин И.И. Совершенствование структуры лоцманского навигационного устройства / И.И. Ворохобин // Водний транспорт: Зб. наук. праць / КДАВТ. Вип. 2(20). – Київ: «Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного», 2014 – С. 41 – 47; ISSN 2226-8553; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

8. Бобыр В.А. Оценка эффективности судовых эргатических функций / В.А. Бобыр, И.И. Ворохобин // Судовые энергетические установки: научно-технический сборник Вып. 32./ – Одеса: ОНМА, 2014 – С. 74 – 82; внесок автора: способ аналитичной оценки эффективности судовых эргатических функций; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

9. Соколенко В.И. Содержательные алгоритмы планирования пути движения судна в стесненных водах / В.И. Соколенко, И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 24. – Одеса: «ВидавІнформ», 2014 – С. 147 – 155; внесок автора: алгоритм планування маршруту судна в стислих водах, який управлює і контролює процес переміщення судна по траєкторії; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

10. Ворохобин И.И. Использование полиномов Эрмита в ортогональном разложении плотностей распределения погрешностей измерений навигационных параметров / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Проблемы техники: Науково-виробничий журнал. – 2014. № 4. – С.55 – 64; внесок автора: використання поліномів Ерміту в ортогональному розкладанні щільності розподілу похибок вимірювань; ISSN 2306-241X; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

11. Мальцев А.С. Маневрирование судов при расхождении / А.С. Мальцев, Е.Е. Тюпиков, И.И. Ворохобин / Одеса: ОНМА, 2013. –246 С; внесок автора: способ визначення смуги руху судна на криволінійній траєкторії; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

12. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В.Северин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / ОНМА. Вип. 25. – Одеса: «ВидавІнформ», 2015 – С. 40 – 47; внесок автора: математична модель оцінки вірогідності безаварійного плавання судна в стислих водах; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
13. Ворохобин И.И. Количественная оценка безопасности судовождения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2015. – Вып. 21. Одесса: ОНМА. – С. 34 – 39; внесок автора: математична модель оцінки вірогідності безаварійного плавання судна в стислих водах; ISSN 1819-3293; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
14. Ворохобин И.И. Векториальные погрешности, возникающие при повороте судна / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 60 – 64; внесок автора: модель формування похибок повороту за неточністю положення керма; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
15. Ворохобин И.И. Повышение точности управления судном минимизацией ковариационной матрицы векториальной погрешности его поворота / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2016. – Вып. 22. Одесса: НУ «ОМА». – С. 29 – 32; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [включена до МНБ: *Google Scholar*].
16. Ворохобин И.И. Выражение плотности бокового отклонения судна от программной траектории движения при нормальном законе распределения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 26. – Одеса: «ВидавІнформ», 2016. – С. 56 – 59; внесок автора: загальний вираз щільності бокового відхилення судна від програмної траєкторії руху; ISBN 39.471; [включена до МНБ: *Google Scholar*].
17. Ворохобин И.И. Определение эффективных координат судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин // Автоматизация судовых техниче-

ских средств: науч.-техн. сб. – 2017. – Вып. 23. Одесса: НУ «ОМА». – С. 25 – 29; ISSN 1819-3293 (print); ISSN 2415-3915 (on line); [включена до МНБ: Google Scholar].

18. Ворохобин И.И. Преобразование векториальной погрешности в погрешность бокового отклонения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 27. – Одеса: «ВидавІнформ», 2017. – С. 71 – 76; внесок автора: залежність похибки бокового відхилення судна від векторіальної позиційної похибки; ISBN 39.471; [включена до МНБ: Google Scholar].

19. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной погрешности поворота судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Эксплуатация морского транспорта. Вестник Государственного морского университета им. адмирала Ф.Ф. Ушакова. Новороссийск. – 2017. – выпуск 3 (84). – С. 65 – 69; ISSN 1992-8181 (print) внесок автора: загальний вираз щільності розподілу векторіальної похибки повороту судна; [включена до МНБ: РИНЦ; Google Scholar].

20. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотности распределения погрешностей навигационных измерений в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – № 2(17). – 2017. – С. 14 – 20; внесок автора: використання поліномів Ерміту в ортогональному розкладанні щільності розподілу похибок вимірювань; ISSN 2313-4763; [включена до МНБ: Index Copernicus, РИНЦ; Google Scholar].

21. Ворохобин И.И. Траекторная погрешность поворота судна и способы снижения ее величины / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017. – С.101 – 104; внесок автора: способы зниження величини траєкторної векторіальної похибки повороту судна; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific In-

*dexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu].*

22. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей / И.И. Ворохобин, В.Е. Сикирин, И.Ю. Фусар // East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, volume 1. – С. 25 – 31; внесок автора: процедура визначення ефективності використання поліномів Ерміту для ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювань; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar].

23. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Д.В. Астайкин, В.Е. Сикирин, И.И. Ворохобин, Б.М. Алексейчук – Saarbrucken, Deutschland / Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с; ISBN 978-3-330-07701-0; внесок автора: застосування виразу щільності розподілу векторіальної позиційної похибки для формування алгоритму розрахунку ефективних координат судна при надмірних вимірюваннях; [включена до МНБ: Google Scholar].

24. Ворохобин И.И. Универсальный способ стохастического описания случайных погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, В.Г. Алексишин, И.Ю. Фусар // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 28. – Одеса: «ВидавІнформ», 2018 – С. 42 – 47; ISSN 2306-5761; внесок автора: розробка загального способу стохастичного опису випадкових похибок; [включена до МНБ: Google Scholar].

25. Ворохобин И.И. Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар, Б.М. Алексейчук // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(18), Issue: 158, 2018. – С. 84 – 88; внесок автора: використання поліномів Ерміту в ортогональному розкладанні щільності розподілу похибок вимірювань; ISSN

2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].

26. Ворохобин И.И. Повышение точности обсервации судна при избыточных измерениях / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2018. – Вып. 24. Одесса: НУ «ОМА». – С. 27 – 33; ISSN 1819-3293; внесок автора: дослідження залежності точності координат судна від способу їх розрахунку; [включена до МНБ: *Index Copernicus, Google Scholar*].

27. Ворохобин И.И. Оценка навигационной безопасности при плавании судов в стесненных водах / И.И. Ворохобин, Ю.В. Казак, В.В. Северин – LAP LAMBERT Academic Publishing, – 2018. – 240 с; ISBN 978-613-9-87198-8; внесок автора: використання інтенсивностей випадкових потоків аварійних подій в якості характеристики надійності судноводіння; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

28. Ворохобин И.И. Плотность распределения векториальной позиционной погрешности при избыточных измерениях и ее применение. / И.И. Ворохобин // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, VI(22), Issue: 186, 2018. – С. 95 – 99; ISSN 2308-5258 (print); ISSN 2308-1996 (on line); [включена до МНБ: *Index Copernicus, Global Impact Factor, Inno Space Scientific Journal Impact Factor, ISI (International Scientific Indexing) Impact Factor, Google Scholar, Directory of Research Journal Indexing, Ulrichs Web Global Serials Directory, Union of International Associations Yearbook, Scribd, Academia.Edu*].

29. Ворохобин И.И. Влияние закона распределения погрешности бокового отклонения на вероятность безопасного прохождения судном стесненного маршрута / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №5 (33), 2018, volume 1. – С. 30 – 36; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: *Index Copernicus*,

*Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar].*

30. Ворохобин И.И. Определение места судна при избыточных измерениях применением ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин, Д.В. Астайкин // Austria - Science, Issue: – 11, – 2018. – С. 39 – 44; внесок автора: спосіб визначення місця судна використанням ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювань; [включена до МНБ: Google Scholar].

31. Ворохобин И.И. Свойство ортогональности полиномов Эрмита плотности распределения закона Гаусса ненормированной погрешности навигационных измерений / И.И. Ворохобин // Austria – Science, Issue: –16, –2018. – С. 49 – 56; [включена до МНБ: Google Scholar].

32. Ворохобин И.И. Влияние способа расчета координат судна при избыточных измерениях на их точность / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Austria – Science, Issue: 26, 2019. – С. 3 – 8; внесок автора: дослідження залежності точності координат судна від способу їх розрахунку; [включена до МНБ: Google Scholar].

33. Ворохобин И.И. Применение метода максимального правдоподобия для оценки эффективных координат судна / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №2 (42), 2019, volume 1. – С. 10 – 16; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar].

34. Ворохобин И.И. Проверка статистических гипотез распределения погрешностей измерения навигационных параметров / И.И. Ворохобин // East European Scientific Journal, №4 (44), 2019, volume 3. – С. 11 – 18; ISSN 2468-5380; [включена до МНБ: Index Copernicus, Cosmos Impact Factor, International Scientific Indexing, Google Scholar].

35. Ворохобин И.И. Зависимость вероятности безопасного прохождения судном стесненного района от закона распределения погрешности смещения / И.И. Ворохобин // Судноводіння: Зб. наук. праць / НУ «ОМА». Вип. 30. – Одеса: «ВидавІнформ», 2020. – С. 57 – 65; ISSN 2306-5761; [включена до

*МНБ: Google Scholar].*

36. Патент на корисну модель № 78679 України. Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна / А.С. Мальцев, В.В. Голиков, І.І. Ворохобін, В.І. Соколенко /, опубл. 25.03.2013, Бюл. №6. внесок автора: алгоритм оцінки точності проводки судна стислим маршрутом.

37. Патент на корисну модель № 134690 України. Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10. внесок автора: пристарій забезпечений блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності.

38. Патент на корисну модель № 134691 України. Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден при їх зовнішньому управлінні / І.І. Ворохобін, І.О. Бурмака, Е.М. П'ятаков /, опубл. 27.05.2019, Бюл. №10 / внесок автора: пристарій містить блок формування масиву заданого розміру із значень пеленгу та дистанції між суднами і параметрів їх руху та розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву методом ортогонального розкладання щільності розподілу похибки вимірювання.

39. Gladkykh I. Development Prospects of the Ukrainian Section of the Shipping Route E-40 / I. Gladkykh, A. Golikov, I. Vorokhobin, M. Kulakov // Proceedings of the 24<sup>th</sup> International Scientific Conference «Transport Means 2020», September 30 – October 02 , 2020 – Online Conference Kaunas, Lithuania, 2020. ISSN 1822-296 X (print); ISSN 2351-7034 (online) – P. 860-864; внесок автора: спосіб розрахунку приросту радіусу дуги водного шляху на криволінійних ділянках каналу; [*включена до МНБ: Scopus, Google Scholar*].

40. Ворохобин І.І. Оценка возможной вероятности обеспечения безаварийного плавания судна в стесненном районе / И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд: Матеріали Всеукраїнської наук.-тех. конф., 21-23 травня 2014 р. – Миколаїв : МУК, 2014. – С. 43 – 45;

внесок автора: визначення вірогідності безаварійного плавання судна в стислих водах; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

41. Ворохобин И.И. Ортогональное разложение плотностей распределения погрешностей измерений полиномами Эрмита / И.И. Ворохобин, С.С. Данильченко // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 25 – 27; внесок автора: процедура визначення ефективності використання поліномів Ерміту для ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювань; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

42. Ворохобин И.И. Определение вероятности обеспечения безаварийного плавания судов в стесненных районах / Ворохобин И.И., Северин В.В., Казак Ю.В. // Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві: Матеріали наук.-техн. конф., 18–19 листопада 2014 – Одеса: ОНМА, 2014. – С. 161 – 163; внесок автора: процедура визначення вірогідності безаварійної проводки судна стислим маршрутом; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

43. Ворохобин И.И. Формирование процедуры оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных районах / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MIN-TT-2015)», – 26–28 травня 2015, Херсон: ХДМА, – С. 99 – 101; внесок автора: процедура визначення вірогідності безаварійної проводки судна стислим маршрутом; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

44. Ворохобин И.И. Определение закона распределения бокового отклонения судна / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали науково-методичної конференції «Морські перевезення та інформаційні технології в судноплавстві», - 19-20 листопада 2015, Одеса: НУ «ОМА», – С. 117 – 118; внесок автора: процедура визначення закону розподілу похибки бокового відхилення судна; [включена до МНБ: *Google Scholar*].

45. Ворохобин И.И. Связь плотности погрешности бокового отклонения с плотностью векториальной позиционной погрешности. / И.И. Ворохобин,

В.В. Северин // Матеріали науково-технічної конференції «Річковий та морський транспорт: інфраструктура, судноплавство, перевезення, безпека», – 16–17 листопада 2016, Одеса: НУ «ОМА», – С. 58 – 59; внесок автора: залежність похибки бокового відхилення судна від векторіальної позиційної похибки; *[включена до МНБ: Google Scholar]*.

46. Ворохобин И.И. Формальная модель оценки навигационной безопасности судовождения / И.И. Ворохобин // Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2016)», 24-26 травня. 2016 – Херсон: ХДМА, 2016. – С. 119 – 121; *[включена до МНБ: Google Scholar]*.

47. Ворохобин И.И. Двумерная плотность распределения вероятностей векториальной погрешности / И.И. Ворохобин // Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференции «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2017)», 23–25 травня. 2017 – Херсон: ХДМА, 2017. – С. 98 – 100; *[включена до МНБ: Google Scholar]*.

48. Ворохобин И.И. Векториальная погрешность и ее плотность распределения. / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд», 17–18 травня 2017 р., Миколаїв, НУК, 2017, – С. 25 – 26; внесок автора: щільність розподілу векторіальної похибки; *[включена до МНБ: Google Scholar]*.

49. Ворохобин И.И. Стохастическое описание случайных погрешностей навигационных измерений. / И.И. Ворохобин, И.Ю. Фусар // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 16–17 листопада 2017 – Одеса : НУ «ОМА», 2017. – С. 123 – 125; внесок автора: процедура стохастичного опису випадкових похибок навігаційних вимірювань; *[включена до МНБ: Google Scholar]*.

50. Ворохобин И.И. Учет избыточных линий положения при определе-

нии координат судна / И.И. Ворохобин // Развитие науки в XXI веке: Материалы XXVII международной научно-практической конференции, 2017 – Харьков: научно-информационный центр «Знание», 2017. – С. 49 – 51; ISSN 5672-2605; [включена до МНБ: Google Scholar].

51. Ворохобин И.И. Розложение плотности распределения обобщенного закона Пуассона в ряд Грама-Шарльє типа А / И.И. Ворохобин // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT-2018)», 29–31 травня 2018 – Херсон: ХДМА, 2018. – С. 107 – 109; [включена до МНБ: Google Scholar].

52. Ворохобин И.И. Оценка эффективности обсервованных координат при использовании ортогонального разложения плотности погрешностей навигационных измерений / И.И. Ворохобин // Матеріали науково-технічної конференції «Транспортні технології: інфраструктура, судноплавство, перевезення, автоматизація», 15–16 листопада 2018 – Одеса: НУ «ОМА», – 2018. – С. 113 – 116; [включена до МНБ: Google Scholar].

## ДОДАТОК Ж

Акти впровадження



(11) 78679

(19) UA

(51) МПК (2013.01)  
G08G 3/00  
B63B 49/00

- (21) Номер заявики: **и 2012 11569**
- (22) Дата подання заявики: **08.10.2012**
- (24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: **25.03.2013**
- (46) Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюлетеня: **25.03.2013, Бюл. № 6**

(72) Винахідники:  
**Мальцев Анатолій Сидорович, UA,**  
**Ворохобін Igor Ігорович, UA,**  
**Голіков Володимир Володимирович, UA,**  
**Соколенко Василь Іннокентійович, UA**

(73) Власники:  
**ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА МОРСЬКА АКАДЕМІЯ,**  
 вул. Дідріхсона, 8, м. Одеса,  
 65029, UA,  
**Мальцев Анатолій Сидорович,**  
 вул. Середньофонтанска, 30,  
 кв. 134, м. Одеса, 65039, UA,  
**Ворохобін Igor Ігорович,**  
 пр-т Добровольського, 114, кв.  
 58, м. Одеса, 65111, UA,  
**Голіков Володимир Володимирович,**  
 вул. Львівська, 14-а, м. Одеса,  
 65016, UA,  
**Соколенко Василь Іннокентійович,**  
 вул. Маршала Жукова, 37, кв.  
 1, м. Одеса, 65114, UA

- (54) Назва корисної моделі:

**ПРИСТРІЙ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЛОЦМАНСЬКОЇ ПРОВОДКИ МОРСЬКОГО СУДНА**

- (57) Формула корисної моделі:

Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна, що містить систему первинної обробки, яка включає блок координат шляхових точок та блок визначення координат антени приймача, зв'язані з блоком перерахунку координат на центр ваги, зв'язаний з блоком розрахунку характеристик поворотності, який в свою чергу зв'язаний з блоком розрахунку координат траекторійних точок прямолінійних і криволінійних траекторій, система первинної обробки зв'язана з системою вторинної обробки, яка містить електронну обчислювальну машину і сполучена з індикатором, що містить дисплей, блок вибору заданого відхилення, блок автоматичного порівняння заданого і автоматичного відхилення, блок аварійної сигналізації, блок розрахунку даних для коригування курсу, блок органів керування, який відрізняється тим, що система первинної обробки додаткового забезпечення блоком вхідних даних судна, яке підлягає проводці, який безпосередньо зв'язаний з системою вторинної обробки, а індикатор додатково містить блок контролю небезпеки зіткнення та блок побудови траекторії руху.

(11) 78679

Пронумеровано, прошито металевими  
люверсами та скріплено печаткою  
2 арк.  
25.03.2013

Уповноважена особа



(підпись)



УКРАЇНА

(19) UA (11) 78679 (13) U

(51) МПК (2013.01)

G08G 3/00

B63B 49/00

ДЕРЖАВНА СЛУЖБА  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ  
УКРАЇНИ

**(12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ**

(21) Номер заявки:	и 2012 11569	(72) Винахідник(и):
(22) Дата подання заявки:	08.10.2012	Мальцев Анатолій Сидорович (UA),
(24) Дата, з якої є чинними	25.03.2013	Ворохобін Ігор Ігорович (UA),
права на корисну		Голіков Володимир Володимирович
модель:		(UA),
(46) Публікація відомостей	25.03.2013, Бюл.№ 6	Соколенко Василь Іннокентійович (UA)
про видачу патенту:		
		(73) Власник(и):
		ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА МОРСЬКА
		АКАДЕМІЯ,
		вул. Дідріхсона, 8, м. Одеса, 65029 (UA),
		Мальцев Анатолій Сидорович,
		вул. Середньофонтанська, 30, кв. 134, м.
		Одеса, 65039 (UA),
		Ворохобін Ігор Ігорович,
		пр-т Доброзвільського, 114, кв. 58, м. Одеса,
		65111 (UA),
		Голіков Володимир Володимирович,
		вул. Львівська, 14-а, м. Одеса, 65016 (UA),
		Соколенко Василь Іннокентійович,
		вул. Маршала Жукова, 37, кв. 1, м. Одеса,
		65114 (UA)

**(54) ПРИСТРІЙ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЛОЦМАНСЬКОЇ ПРОВОДКИ МОРСЬКОГО СУДНА****(57) Реферат:**

Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна містить систему первинної обробки, яка включає блок координат шляхових точок та блок визначення координат антени приймача, блок перерахунку координат на центр ваги, блок розрахунку характеристик поворотності, блок розрахунку координат траекторійних точок прямолінійних і криволінійних траекторій. При цьому система первинної обробки додатково забезпечена блоком вхідних даних судна, яке підлягає проводці, який безпосередньо з'язаний з системою вторинної обробки, яка містить електронну обчислювальну машину і сполучена з індикатором, що містить дисплей, блок вибору заданого відхилення, блок автоматичного порівняння заданого і автоматичного відхилення, блок аварійної сигналізації, блок розрахунку даних для коригування курсу, блок органів керування, та, додатково, блок контролю небезпеки зіткнення та блок побудови траекторії руху.

UA 78679 U

Корисна модель належить до засобів інформаційного забезпечення управління рухом судна при лоцманському проведенні і може бути використана як засіб автоматичного планування заданого алгоритму управління рухом суден і управління при прямолінійному і криволінійному русі.

- 5 Найбільш близьким по технічній суті є пристрій для попередження посадки судна на мілину (КМ України № 57713, МПК 9 G08G 3/00, опубл. 10.03.2011, бюл. № 5), що містить блок координат шляхових точок, блок розрахунку кута повороту, блок вибору кута перекладки руля, блок розрахунку координат шляхових точок, які входять в систему первинної обробки, пов'язану з системою вторинної обробки, що містить електронну обчислювальну машину, зв'язану з індикатором, що має дисплей, блок графічного зображення траєкторії судна, блок органів керування. Система первинної обробки інформації містить блок розрахунку координат траєкторії руху між шляховими точками суден на підставі інформації, яка надходить з блока визначення шляхових точок і параметрів поворотності, який підключено до системи вторинної обробки і індикації координат шляху судна.
- 10 15 Недоліком зазначененої системи є те, що визначення маневрових характеристик і планування траєкторії проводиться по повним даним, які маються на судні, і не завжди відомі лоцману, крім того, неможливо оцінити небезпеку зіткнення, планувати траєкторію руху при швартуванні, готовувати лоцманський план проводки, що дає значну затримку в прийнятті необхідних рішень з маневрування.
- 20 25 30 35 40 45 50 55 60 В основу корисної моделі поставлено задачу створення пристрою для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна, шляхом удосконалення системи первинної обробки та індикатора небезпеки зіткнення забезпечити зниження ризиків виникнення аварійних ситуацій при проводці судна в складних навігаційних умовах та в умовах обмеженої видимості при маневруванні.
- Поставлена задача вирішується тим, що в пристрії для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна, що містить систему первинної обробки, яка включає блок координат шляхових точок та блок визначення координат антени приймача, що зв'язані з блоком перерахунку координат на центр ваги, який зв'язаний з блоком розрахунку характеристик поворотності, який в свою чергу зв'язаний з блоком розрахунку координат траєкторійних точок прямолінійних і криволінійних траєкторій, система первинної обробки зв'язана з системою вторинної обробки, яка містить електронну обчислювальну машину, сполучену з індикатором, що містить дисплей, блок вибору заданого відхилення, блок автоматичного порівняння заданого і автоматичного відхилення, блок аварійної сигналізації, блок розрахунку даних для коригування курсу, блок органів керування, згідно з корисною моделлю, система первинної обробки додаткового забезпечення блоком вхідних даних судна, яке підлягає проводці, який зв'язаний безпосередньо з системою вторинної обробки, а індикатор додатково містить блок контролю небезпеки зіткнення та блок побудови траєкторії руху.
- Причинно-наслідковий зв'язок між сукупністю ознак корисної моделі і технічним результатом, що досягається, полягає у наступному.
- Блок вхідних даних судна, яке підлягає проводці, забезпечує зниження ризику виникнення аварійних пригод за рахунок підвищення інформаційного забезпечення, а саме шляхом високоточного розрахунку маневрових характеристик і, як результат, отримання оптимальної траєкторії.
- Блок контролю небезпеки зіткнення забезпечує своєчасне визначення моменту виникнення надмірного наближення і розвитку аварійної ситуації.
- Блок побудови траєкторії руху забезпечує оптимальний заданий алгоритм управління судном в вигляді матриць траєкторійних точок прямолінійних і криволінійних відрізків шляху для безпечноного руху.
- Суть корисної моделі пояснюється кресленнями. На фіг. 1 - блок-схема пристроя; фіг. 2 - трансформація графічного зображення заданого і фактичного шляху: а) - за даними блоку 1, б) - за даними блоку 6, в) - на індикаторі 7 при русі.
- Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна має систему первинної обробки, що містить блок координат шляхових точок переходу судна 1, блок визначення по АІС координат антени приймача 2, які зв'язані з блоком перерахунку обсервованих координат на центр ваги 3, зв'язаного з блоком розрахунку траєкторійних точок 5 прямолінійних і криволінійних траєкторій через 0,2 кабельтов у відкритому морі і через 0,05 кабельтов у стислих умовах, підключенного до системи вторинної обробки 6 та безпосередньо зв'язаний з системою вторинної обробки 6 блок вхідних даних судна 7, яке підлягає проводці. Система вторинної обробки містить електронну обчислювальну машину(далі - ЕОМ) 6, яка

UA 78679 U

5 визначає відхилення обсервованих координат від планових, зв'язану з індикатором, що має дисплей 8, блок вибору заданого відхилення 9 відповідно до умов плавання, блок автоматичного порівняння заданого і допустимого відхилення 10, блок аварійної сигналізації про недопустиме відхилення 11, блок розрахунку даних для коригування курсу 12, блок органів керування 13, блок контролю небезпеки зіткнення 14, блок побудови траекторій руху 15 при лоцманському проведенні і швартуванні від місця прийому лоцмана до причалу і в зворотному напрямку.

Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна працює наступним чином.

10 Для використання інформаційного забезпечення існує два режими: планування і управління при проводці.

15 При плануванні у системі первинної обробки від датчика шляхових точок 1 координати надходять у блок розрахунку координат траекторних точок 5 інверсним методом від причалу до точки прийому/висадки лоцмана в вигляді прямолінійних і криволінійних траекторій через 0,2 кабельтов у відкритому морі і через 0,05 кабельтов у стислих умовах. В результаті система отримує заданий алгоритм управління в вигляді таблиць координат і графічному вигляді, як показано на фіг. 2 - а), б).

20 При управлінні під час руху сигнали блоку визначення по АІС координат антени приймача 2 надходять у блок перерахунку обсервованих координат на центр ваги 3, потім (обсервовані і задані координати) надходять у блок вторинної обробки 6 для визначення відхилення обсервованих координат від планових і отриманий сигнал надходить на дисплей 7 індикатора. У системі вторинної обробки за допомогою ЕОМ 6 обчислюють відхилення по сигналу блоку вибору заданого відхилення 9 і блоку автоматичного порівняння заданого і фактичного відхилення 10, і коли їх різниця перевищує допустиме значення спрацьовує блок аварійної сигналізації 11, а блок розрахункових даних по вибору безпечного курсу 12 висвітлює на дисплеї 8 індикатора значення безпечного курсу, кути необхідної зміни курсу судна (Фіг. 2, в). Після цього сигнал надходить на ЕОМ 6 і на індикаторі отримують необхідну інформацію з безпечного подальшого руху. Контроль режиму роботи системи здійснюється за допомогою блоку органів керування 13. Контроль небезпеки зіткнення виконується автоматично блоком 14 і на дисплеї 8 зображення інформація про небезпечне наближення.

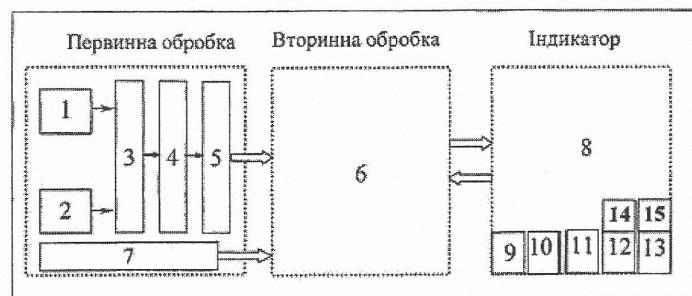
25 Принцип дії приладу засновано на відслідковуванні характеру змін положення судна відносно запланованих безпечних точок через 0,2 кабельтов у відкритому морі і на 0,05 кабельтов у стислих умовах, і є важливим показником для оцінки небезпеки посадки судна на мілінну. Відслідковування змін відхилення від планової траекторії центра ваги судна дозволяє отримувати інформацію стосовно необхідності маневрування без затримок, притаманних 35 приладам, що оцінюють відхилення за показниками, що спостерігаються. При ретельному спостереженні за положенням заданого і фактичного місця безаварійне плавання можна забезпечити навіть в умовах обмеженої видимості і виключити втрату орієнтації.

40 Застосування даного пристрою дозволить судноводію і лоцману оперативно управляти рухом судна без визначення місця, шляхом утримання рухомої точки по траекторних точках, координати яких визначені високоточним способом з урахуванням маневрених характеристик судна. При плануванні траекторних точок кути перекладки і режими роботи головного двигуна вибирають з запасом, для того, щоб скоригувати рух, коли виникають непередбачені ситуації.

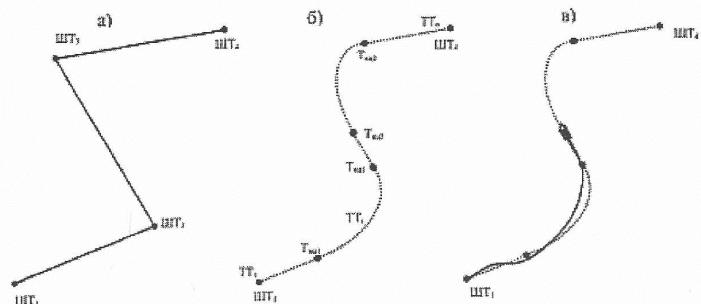
#### 45 ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

Пристрій для інформаційного забезпечення лоцманської проводки морського судна, що містить систему первинної обробки, яка включає блок координат шляхових точок та блок визначення координат антени приймача, зв'язані з блоком перерахунку координат на центр ваги, зв'язаний з блоком розрахунку характеристик поворотості, який в свою чергу зв'язаний з блоком розрахунку координат траекторних точок прямолінійних і криволінійних траекторій, система первинної обробки зв'язана з системою вторинної обробки, яка містить електронну обчислювальну машину і сполучена з індикатором, що містить дисплей, блок вибору заданого відхилення, блок автоматичного порівняння заданого і автоматичного відхилення, блок аварійної сигналізації, блок розрахунку даних для коригування курсу, блок органів керування, який відрізняється тим, що система первинної обробки додатково забезпечена блоком вхідних даних судна, яке підлягає проводці, який безпосередньо зв'язаний з системою вторинної обробки, а індикатор додатково містить блок контролю небезпеки зіткнення та блок побудови траекторії руху.

UA 78679 U



Фіг. 1



Фіг. 2

Комп'ютерна верстка М. Ломалова

Державна служба інтелектуальної власності України, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСТП, 03680, Україна

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601



(11) 134691

(19) UA

(51) МПК  
G08G 3/02 (2006.01)

(21) Номер заявики: u 2019 00786

(72) Винахідники:  
Ворохобін Ігор Ігорович, UA,  
Бурмака Ігор Олексійович,  
UA,  
П'ятаков Едуард  
Миколайович, UA

(22) Дата подання заявики: 25.01.2019

(24) Дата, з якої є чинними  
права на корисну модель:(46) Дата публікації відомостей 27.05.2019,  
про видачу патенту та Бюл. № 10  
номер бюлетеня:(73) Власники:  
Ворохобін Ігор Ігорович,  
вул. Махачкалинська, 7-А, кв.  
21, м. Одеса, 65111, Україна,  
UA,  
Бурмака Ігор Олексійович,  
вул. Піонерська, 5, коп. 6, кв.  
85, м. Одеса, 65009, Україна,  
UA,  
П'ятаков Едуард  
Миколайович,  
вул. Котовського, 150, м.  
Херсон, 73013, Україна, UA

(54) Назва корисної моделі:

**ПРИСТРІЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВИСОКОТОЧНИХ ПАРАМЕТРІВ МАНЕВРУ РОЗХОДЖЕННЯ  
СУДЕН ПРИ ЇХ ЗОВНІШНЬОМУ УПРАВЛІННІ**

(57) Формула корисної моделі:

Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням, що містить модуль вимірювання параметрів ситуації зближення суден, який складається із блока визначення поточних параметрів руху суден, блока інформації про поточні положення суден відносно зовнішнього управління та блока розрахунку пеленга та відстані між суднами, які зв'язані з системою первинної обробки, що включає блок формування масиву заданого розміру із значень пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху, та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин, який безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки, що реалізована за допомогою комп'ютера і містить блок визначення наявності небезпеки зіткнення суден та з'єднаний з ним блок розрахунку ефективності альтернативних типів маневру розходження і розрахунку меж області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження що має зв'язок з індикатором, до складу якого входять дисплей, блок вибору безпечного маневру розходження суден за допомогою відповідної області допустимих параметрів, блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами, який відрізняється тим, що система первинної обробки додатково забезпечена блоком формування масиву заданого розміру із значень пеленга та дистанції між суднами і параметрів їх руху та розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву методом ортогонального розкладання щільності розподілу похиби вимірювання, а для оперативного розрахунку параметрів маневру розходження зовнішнім управлінням використано блок визначення ефективності альтернативних типів маневру розходження і розрахунку меж області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження.

(11) 134691

Державне підприємство  
«Український інститут інтелектуальної власності»  
(Укрпатент)

Оригіналом цього документа є електронний документ з відповідними реквізитами, у тому числі з накладеним електронним цифровим підписом уповноваженої особи Міністерства економічного розвитку і торгівлі України та сформованою позначкою часу.

Ідентифікатор електронного документа 4329220519.

Для отримання оригіналу документа необхідно:

1. Зайти до ІДС «Стан діловодства за заявками на винаходи та корисні моделі», яка розташована на сторінці <http://base.uipv.org/searchInvStat/>.
2. Виконати пошук за номером заявки.
3. У розділі «Документи Укрпатенту» поруч з реєстраційним номером документа натиснути кнопку «Завантажити оригінал» та ввести ідентифікатор електронного документа.

Ідентичний за документарною інформацією та реквізитами паперовий примірник цього документа містить 2 арк., які пронумеровані та прошиті металевими люверсами.

Уповноважена особа Укрпатенту

I.Є. Матусевич

27.05.2019





УКРАЇНА

(19) UA (11) 134691 (13) U

(51) МПК

G08G 3/02 (2006.01)

МІНІСТЕРСТВО  
ЕКОНОМІЧНОГО  
РОЗВИТКУ І ТОРГІВЛІ  
УКРАЇНИ

**(12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ**

- (21) Номер заявики: u 2019 00786  
 (22) Дата подання заявики: 25.01.2019  
 (24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель:  
 (46) Публікація відомостей 27.05.2019, Бюл.№ 10 про видачу патенту:

- (72) Винахідник(и):  
 Ворохобін Ігор Ігорович (UA),  
 Бурмака Ігор Олексійович (UA),  
 П'ятаков Едуард Миколайович (UA)  
 (73) Власник(и):  
 Ворохобін Ігор Ігорович,  
 вул. Махачкалинська, 7-А, кв. 21, м. Одеса,  
 65111, Україна (UA),  
 Бурмака Ігор Олексійович,  
 вул. Піонерська, 5, коп. 6, кв. 85, м. Одеса,  
 65009, Україна (UA),  
 П'ятаков Едуард Миколайович,  
 вул. Котовського, 150, м. Херсон, 73013,  
 Україна (UA)  
 (74) Представник:  
 Шаповалов Руслан Юрійович

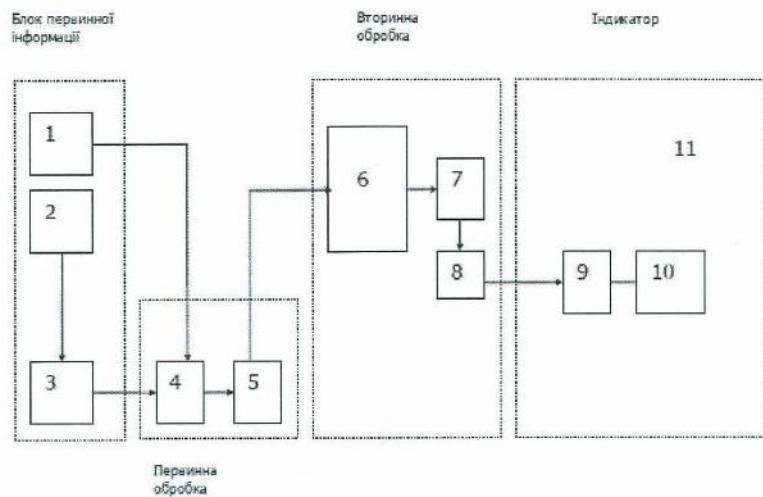
**(54) ПРИСТРІЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВИСОКОТОЧНИХ ПАРАМЕТРІВ МАНЕВРУ РОЗХОДЖЕННЯ СУДЕН ПРИ ЇХ ЗОВНІШНЬОМУ УПРАВЛІННІ**

**(57) Реферат:**

Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням складається із модуля вимірювання параметрів ситуації зближення суден, який містить в своєму складі блок визначення поточних параметрів руху суден, тобто їх курсів та швидкостей, блок інформації про поточні положення суден відносно зовнішнього управління та блок розрахунку пеленга та відстані між суднами. Модуль вимірювання параметрів ситуації зближення суден має зв'язок із системою їх первинної обробки, що включає блок формування масиву заданого розміру із значеннями пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин, який безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки. Ця система містить блок визначення наявності небезпеки зіткнення суден та з'єднаний з ним блок розрахунку ефективності використання трьох альтернативних типів маневру розходження (zmіною курсів або швидкостей обох суден чи курсу одного судна та швидкості іншого) та розрахунку меж області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження. Останній блок має зв'язок з індикатором. Блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин та система вторинної обробки реалізовані у вигляді комп'ютерних програм. Індикатор складається з дисплея, блока вибору безпечної маневру розходження зміною параметрів руху суден за допомогою відповідної області допустимих параметрів, яка виводиться на дисплей. На дисплей також виводяться параметри вибраного маневру розходження. Індикатор також містить блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами.

U 134691 UA

UA 134691 U



Фіг. 1.

Корисна модель належить до засобів попередження зіткнення суден і призначена для використання, як засіб оперативного вибору маневру розходження суден зовнішнім управлінням при їх плаванні в стиских водах.

- Як найближчий аналог вибрано засіб автоматизованої радіолокаційної проводки, який одержує із радіолокаційної станції інформацію, по якій визначення параметрів руху цілей виробляє поточну інформацію і передає її на індикатор. Індикатор містить дисплей, блок розрахунку параметрів найкоротшого зближення суден та блок програвання вибраного маневру розходження.

- Недоліком зазначеної системи є те, що при визначені небезпечного зближення судна з ціллю в системі не передбачено вирішення задачі вибору безпечної маневру розходження.

- В основу корисної моделі поставлена задача створення пристрою для запобігання зіткненням суден шляхом розрахунку високоточних значень параметрів ситуації зближення суден, виявлення небезпечної ситуації зближення і в разі необхідності оцінки ефективності використання трьох альтернативних типів маневру розходження та обчислення межі відповідної області допустимих параметрів маневру розходження, за допомогою якої визначаються параметри безпечної маневру.

- Поставлена задача вирішується тим, що в пристрої для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням міститься модуль вимірювання параметрів ситуації зближення суден, в склад якого входять блок визначення поточних значень їх курсів та швидкостей, блок інформації про поточне положення суден відносно зовнішнього управління та блок розрахунку пеленга та відстані між суднами.

- Модуль вимірювання параметрів ситуації зближення суден сполучається із системою їх первинної обробки, яка має блок формування масиву значень пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху та блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву, причому останній блок безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки. В склад цієї системи входить блок визначення наявності небезпеки зіткнення суден та зв'язаний з ним блок розрахунку ефективності застосування різних типів маневру розходження і формування області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження. Останній блок має зв'язок з індикатором, до складу якого входять дисплей, блок вибору безпечної маневру розходження суден за допомогою відповідної області допустимих параметрів, що виводиться на дисплей. Індикатор також містить блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами. Блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин та система вторинної обробки реалізований у вигляді комп'ютерних програм.

- Причинно-наслідковий зв'язок між сукупністю ознак корисної моделі і технічним результатом, що досягається, полягає у наступному.

- Система первинної обробки параметрів ситуації зближення суден забезпечує мінімальний ризик виникнення можливої ситуації аварійного зближення суден в стиских умовах плавання. В разі небезпечної зближення блок розрахунку ефективності використання альтернативних типів маневру розходження та блок вибору безпечної маневру розходження суден за допомогою відповідної області допустимих параметрів дає змогу оператору зовнішнього управління суднами оперативно і своєчасно визначити маневр попередження зіткнення, параметри якого повідомити на судна для виконання. За допомогою блока імітаційного моделювання маневру розходження можлива попередня перевірка коректності вибраного маневру в прискореному масштабі часу.

- Суть корисної моделі пояснюється кресленням, де показана блок-схема пристрою.

- Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням складається із модуля вимірювання параметрів ситуації зближення суден, який містить в своєму складі блок визначення поточних параметрів руху суден 1, тобто їх курсів та швидкостей, блок інформації 2 про поточні положення суден відносно зовнішнього управління та блок розрахунку 3 пеленга та відстані між суднами.

- Із модулем вимірювання параметрів ситуації зближення суден зв'язана система їх первинної обробки, що включає блок формування масиву заданого розміру із значень пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху 4, а також зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин 5, який сполучений із системою вторинної обробки. Ця система містить блок визначення наявності небезпеки зіткнення суден 6 та з'єднаний з ним блок розрахунку ефективності використання трьох альтернативних типів маневру розходження 7 (зміною курсів або швидкостей обох суден чи курсу одного судна та швидкості іншого) та блока формування меж області допустимих параметрів 8 найбільш ефективного маневру розходження. Останній блок має зв'язок з індикатором.

UA 134691 U

В свою чергу, індикатор має дисплей 11 та блок вибору маневру розходження визначеного типу 9 за допомогою відповідної області допустимих параметрів, яка виводиться на дисплей. Блок імітаційного моделювання маневру розходження 10 з вибраними параметрами також входить в склад індикатора.

5 Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням працює наступним чином.

Блок визначення поточних параметрів руху суден 1, використовуючи АІС, визначає параметри руху суден, що зближаються.

В блоці інформації 2 за допомогою ЗАРП визначаються поточні положення суден відносно зовнішнього управління, по яких в блоці 3 розраховуються пеленг та відстань між суднами, що подаються на блок 4 формування масиву заданого розміру із значень пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху. Накопичений масив даних надходить на блок 5 для розрахунку високоточних значень вимірюваних величин, з якого одержана інформація подається на систему вторинної обробки. Ця система містить блок визначення наявності небезпеки зіткнення

15 суден 6, причому при небезпечному зближенні блок 7 визначає найбільш ефективний тип маневру розходження і блоком 8 формується область його допустимих параметрів. Останній блок має зв'язок з індикатором, який має дисплей 11 та блок вибору маневру розходження визначеного типу 9, що формує графічне відображення області допустимих параметрів, яка виводиться на дисплей, і забезпечує оперативне визначення безпечної маневру розходження.

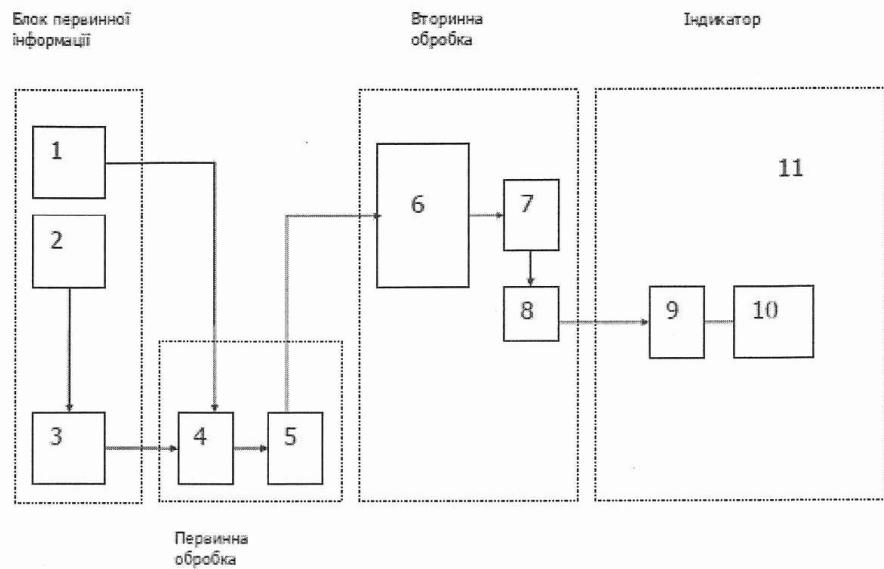
20 В склад індикатора також входить блок 10 імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами.

25 Застосування даного пристрою передбачає контроль оператором станції управління рухом суден їх безпечної зближення і в разі потреби негайно здійснювати вибір найбільш ефективного маневру розходження зміною параметрів руху обох суден для запобігання можливого зіткнення. Передбачено програвання маневру розходження в прискореному масштабі часу.

#### ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

30 Пристрій для визначення високоточних параметрів маневру розходження суден зовнішнім управлінням, що містить модуль вимірювання параметрів ситуації зближення суден, який складається із блока визначення поточних параметрів руху суден, блока інформації про поточні положення суден відносно зовнішнього управління та блока розрахунку пеленга та відстані між суднами, які зв'язані з системою первинної обробки, що включає блок формування масиву заданого розміру із значень пеленга і дистанції між суднами та параметрів їх руху, та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень вимірюваних величин, який безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки, що реалізована за допомогою комп'ютера і містить блок визначення наявності небезпеки зіткнення суден та з'єднаний з ним блок розрахунку ефективності альтернативних типів маневру розходження і розрахунку меж області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження що має зв'язок з індикатором, до складу якого входять дисплей, блок вибору безпечної маневру розходження суден за допомогою відповідної області допустимих параметрів, блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами, який **відрізняється** тим, що система первинної обробки додатково забезпечена блоком формування масиву заданого розміру із значень пеленга та дистанції між суднами і параметрів їх руху та розрахунку високоточних значень вимірюваних величин масиву методом ортогонального розкладання щільності розподілу похиби вимірювання, а для оперативного розрахунку параметрів маневру розходження зовнішнім управлінням використано блок визначення ефективності альтернативних типів маневру розходження і розрахунку меж області допустимих параметрів найбільш ефективного маневру розходження.

UA 134691 U



Комп'ютерна верстка В. Юкін

Міністерство економічного розвитку і торгівлі України, вул. М. Грушевського, 12/2, м. Київ, 01008, Україна

ДП "Український інститут інтелектуальної власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601



(11) 134690

(19) UA

(51) МПК  
G08G 3/02 (2006.01)

(21) Номер заявики: u 2019 00783

(22) Дата подання заявики: 25.01.2019

(24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель:

(46) Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюллетеня:

(72) Винахідники:  
Ворохобін Ігор Ігорович, UA,  
Бурмака Ігор Олексійович,  
UA,  
П'ятаков Едуард  
Миколайович, UA(73) Власники:  
Ворохобін Ігор Ігорович,  
вул. Махачкалинська, 7-А, кв.  
21, м. Одеса, 65111, Україна,  
UA,  
Бурмака Ігор Олексійович,  
вул. Піонерська, 5, коп. 6. кв.  
85, м. Одеса, 65009, Україна,  
UA,  
П'ятаков Едуард  
Миколайович,  
вул. Котовського, 150, м.  
Херсон, 73013, Україна, UA

(54) Назва корисної моделі:

**ПРИСТРІЙ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИСОКОТОЧНОГО БЕЗАВАРІЙНОГО РОЗХОДЖЕННЯ СУДЕН**

(57) Формула корисної моделі:

Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден, що містить систему визначення поточної інформації, яка складається із блока визначення поточного курсу та швидкості власного судна, блока інформації про параметри руху зустрічного судна та блока вимірювання пеленгу та відстані між суднами, які зв'язані з системою первинної обробки, яка включає блок накопичення масиву значень пеленгу і дистанції між суднами та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції, що безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки, яка реалізована за допомогою комп'ютера і містить блок оцінки небезпеки ситуації зближення з визначенням рівня ситуативного збурення та з'єднаний з ним блок розрахунку меж зон допускних курсів маневру розходження, що має зв'язок з індикатором, який має дисплей, блок визначення безпечного маневру розходження зміною курсів, блок індикації одержаних параметрів маневру розходження та блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами, який відрізняється тим, що система первинної обробки додатково оснащена блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності, а для оперативного визначення маневру розходження використовується блок розрахунку меж зон допускних курсів розходження.

(11) 134690

Державне підприємство  
«Український інститут інтелектуальної власності»  
(Укрпатент)

Оригіналом цього документа є електронний документ з відповідними реквізитами, у тому числі з накладеним електронним цифровим підписом уповноваженої особи Міністерства економічного розвитку і торгівлі України та сформованою позначкою часу.

Ідентифікатор електронного документа 4328220519.

Для отримання оригіналу документа необхідно:

1. Зайти до ІДС «Стан діловодства за заявками на винаходи та корисні моделі», яка розташована на сторінці <http://base.uipv.org/searchInvStat/>.
2. Виконати пошук за номером заявки.
3. У розділі «Документи Укрпатенту» поруч з реєстраційним номером документа натиснути кнопку «Завантажити оригінал» та ввести ідентифікатор електронного документа.

Ідентичний за документарною інформацією та реквізитами паперовий примірник цього документа містить 2 арк., які пронумеровані та прошиті металевими люверсами.

Уповноважена особа Укрпатенту

I.Є. Матусевич

27.05.2019





УКРАЇНА

(19) UA (11) 134690 (13) U

(51) МПК

G08G 3/02 (2006.01)

МІНІСТЕРСТВО  
ЕКОНОМІЧНОГО  
РОЗВИТКУ І ТОРГІВЛІ  
УКРАЇНИ

**(12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ**

- (21) Номер заявики: u 2019 00783  
 (22) Дата подання заявики: 25.01.2019  
 (24) Дата, з якої є чинними 27.05.2019  
      права на корисну  
      модель:  
 (46) Гублікація відомостей 27.05.2019, Бюл.№ 10  
     про видачу патенту:

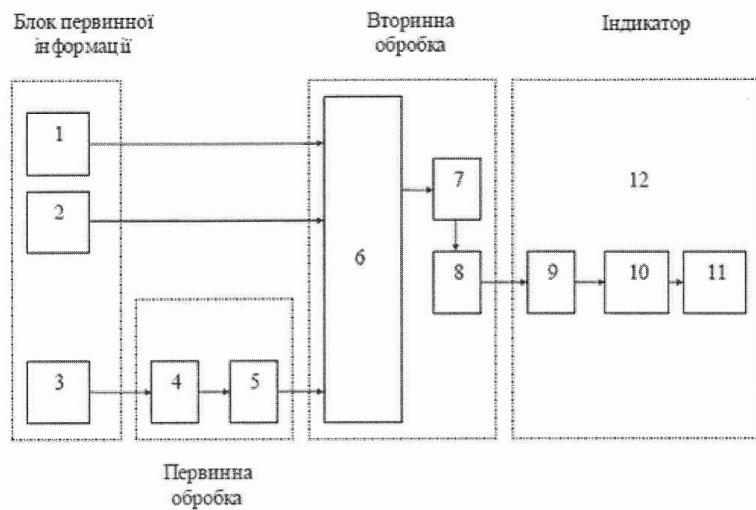
- (72) Винахідник(и):  
     Ворохобін Ігор Ігорович (UA),  
     Бурмака Ігор Олексійович (UA),  
     П'ятаков Едуард Миколайович (UA)  
 (73) Власник(и):  
     Ворохобін Ігор Ігорович,  
     вул. Махачкалинська, 7-А, кв. 21, м. Одеса,  
     65111, Україна (UA),  
     Бурмака Ігор Олексійович,  
     вул. Піонерська, 5, коп. 6. кв. 85, м. Одеса,  
     65009, Україна (UA),  
     П'ятаков Едуард Миколайович,  
     вул. Котовського, 150, м. Херсон, 73013,  
     Україна (UA)  
 (74) Представник:  
     Шаповалов Руслан Юрійович

**(54) ПРИСТРІЙ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИСОКОТОЧНОГО БЕЗАВАРІЙНОГО РОЗХОДЖЕННЯ СУДЕН****(57) Реферат:**

Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден, що містить систему визначення поточної інформації, яка складається із блока визначення поточного курсу та швидкості власного судна, блока інформації про параметри руху зустрічного судна та блока вимірювання пеленгу та відстані між суднами, які зв'язані з системою первинної обробки, яка включає блок накопичення масиву значень пеленгу і дистанції між суднами та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції, що безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки, яка реалізована за допомогою комп'ютера і містить блок оцінки небезпеки ситуації зближення з визначенням рівня ситуативного збурення та з'єднаний з ним блок розрахунку меж зон допусків курсів маневру розходження, що має зв'язок з індикатором, який має дисплей, блок визначення безпечного маневру розходження зміною курсів, блок індикації одержаних параметрів маневру розходження та блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами. Система первинної обробки додатково оснащена блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності, а для оперативного визначення маневру розходження використовується блок розрахунку меж зон допусків курсів розходження.

UA 134690 U

UA 134690 U



UA 134690 U

Корисна модель належить до засобів попередження зіткнення суден і може бути використана як засіб оперативного визначення параметрів маневру розходження судна з небезпечною ціллю.

- 5 Найбільш близьким по технічній суті є засіб автоматизованої радіолокаційної проводки, який звязаний з радіолокаційною станцією і по одержаній інформації блок визначення параметрів руху цілей виробляє поточну інформацію і передає її на індикатор. Індикатор містить дисплей, блок розрахунку параметрів найкоротшого зближення суден та блок програвання вибраного маневру розходження.

- 10 Недоліком зазначеної системи є те, що при визначені небезпечного зближення судна з ціллю в системі не передбачено вирішення задачі вибору безпекного маневру розходження.

- 15 В основу корисної моделі поставлена задача створення пристрою для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден шляхом визначення високоточних значень пеленгу та дистанції до цілі, оцінки небезпеки ситуації зближення з визначенням рівня ситуативного збурення і розрахунку меж зон допусків курсів маневру розходження, за допомогою якої визначаються параметри безпекного маневру розходження.

- 20 Поставлена задача вирішується тим, що в пристрої для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден міститься система визначення поточної інформації, в яку входять блок датчиків для визначення поточного курсу та швидкості власного судна, блок формування інформації про параметри руху зустрічного судна та блок вимірювання поточних значень пеленгу та відстані між суднами. Система первинної обробки звязана системою визначення поточної інформації і до її складу входить блок накопичення масиву значень пеленгу і дистанції між суднами та звязаному з ним блок розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції, який з'єднаний із системою вторинної обробки. В склад цієї системи входить блок оцінки небезпеки ситуації зближення з визначенням рівня ситуативного збурення, який з'єднаний з блоком розрахунку меж зон допусків курсів маневру розходження, що в свою чергу має звязок із індикатором. Система вторинної обробки реалізована з допомогою комп'ютера. В склад індикатора входять дисплей, блок визначення безпекного маневру розходження зміною курсів за допомогою області допустимих курсів, яка виводиться на дисплей. На ньому також виводяться одержані параметри маневру розходження. Індикатор також містить блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами.

25 Причинно-наслідковий звязок між сукупністю ознак корисної моделі і технічним результатом, що досягається, полягає у наступному.

- 30 Блок розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції забезпечує мінімальний ризик виникнення неконтрольованої ситуації аварійного зближення судна з ціллю. В разі зближення блок оцінки небезпеки ситуації зближення визначає стандартний чи екстрений характер маневру розходження.

- 35 Блок визначення безпекного маневру розходження зміною курсів дає змогу судноводію оперативно і своєчасно здійснити маневр попередження зіткнення. Перевірка коректності вибраного маневру можлива з допомогою блока імітаційного моделювання маневру розходження в прискореному масштабі часу.

40 Суть корисної моделі пояснюється кресленням. На кресленні показана блок-схема пристроя.

- 45 Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден складається із системи визначення поточної інформації, що містить блок визначення поточного курсу та швидкості власного судна 1, блок інформації про параметри руху зустрічного судна 2 та блок вимірювання пеленгу та відстані між суднами 3. Із системою визначення поточної інформації звязана система її первинної обробки, яка містить блок накопичення масиву значень пеленгу і дистанції між суднами 4, які вимірюються через рівні проміжки часу, та звязаний з ним блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції 5, який безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки. Ця система містить блок оцінки небезпеки ситуації зближення 6 з визначенням рівня ситуативного збурення 7 та з'єднаний з ним блок розрахунку меж зон допусків курсів маневру розходження 8, що має звязок із індикатором.

- 50 Індикатор має дисплей 12, блок визначення безпекного маневру розходження зміною курсів 9 за допомогою меж допусків курсів, яка виводиться на дисплей. На дисплеї також проводиться індикація одержаних параметрів маневру розходження 12. В склад індикатора також входить блок імітаційного моделювання маневру розходження 11 з вибраними параметрами.

55 Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден працює наступним чином:

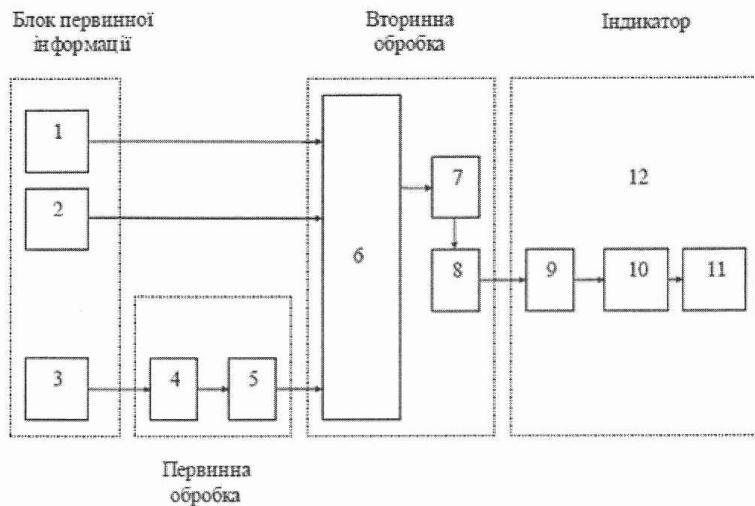
UA 134690 U

- Блок 1 визначає за допомогою гірокомпасу курс і швидкість власного судна, одночасно блок 2, використовуючи АІС, формує інформацію про параметри руху зустрічного судна. В блоці 3 за допомогою ЗАРП вимірюються дистанції та пеленги на зустрічне судно, які накопичуються в блоці 4. Після накопичення достатнього об'єму дані обробляються блоком 5, і високоточне відносне положення суден подається на блок вторинної обробки в блок 6 оцінки небезпеки ситуації зближення, куди потрапляє інформація з блоків 1 і 2. Блок 6 розраховує високоточне значення дистанції найкоротшого зближення, по значенню якого визначається наявність ситуації небезпечного зближення, а також її рівень небезпеки розраховується в блоці 7. Залежно від рівня небезпеки ситуації зближення використовується маневр екстренного розходження, або блок 8 розраховує межі області допустимих курсів маневру розходження і передає їх в індикатор на блок 9, який формує графічне відображення області допустимих курсів і забезпечує оперативне визначення безпечного маневру розходження зміною курсів.
- Одержані параметри маневру розходження виводяться блоком 10 судноводієві для попередження зіткнення, а також надходять на блок 11 для імітаційного моделювання маневру розходження.
- Застосування даного пристрою дозволить судноводію здійснювати безперервний контроль навігаційної ситуації в частині наявності небезпечних зближень з іншими суднами і в разі необхідності оперативно визначати параметри маневру розходження, уникнути можливого зіткнення. Для перевірки безпечності маневру передбачено його програвання в прискореному масштабі часу.

#### ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

- Пристрій для забезпечення високоточного безаварійного розходження суден, що містить систему визначення поточної інформації, яка складається із блока визначення поточного курсу та швидкості власного судна, блока інформації про параметри руху зустрічного судна та блока вимірювання пеленгу та відстані між суднами, які зв'язані з системою первинної обробки, яка включає блок накопичення масиву значень пеленгу і дистанції між суднами та зв'язаний з ним блок розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції, що безпосередньо сполучений із системою вторинної обробки, яка реалізована за допомогою комп'ютера і містить блок оцінки небезпеки ситуації зближення з визначенням рівня ситуативного збурення та з'єднаний з ним блок розрахунку меж зон допускних курсів маневру розходження, що має зв'язок з індикатором, який має дисплей, блок визначення безпечного маневру розходження зміною курсів, блок індикації одержаних параметрів маневру розходження та блок імітаційного моделювання маневру розходження з вибраними параметрами, який **відрізняється** тим, що система первинної обробки додатково оснащена блоком розрахунку високоточних значень пеленгу і дистанції методом максимальної правдоподібності, а для оперативного визначення маневру розходження використовується блок розрахунку меж зон допускних курсів розходження.

UA 134690 U



Комп'ютерна верстка В. Юкін

Міністерство економічного розвитку і торгівлі України, вул. М. Грушевського, 12/2, м. Київ, 01008, Україна

ДП "Український інститут інтелектуальної власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601



**АКТ**  
про використання результатів дисертаційної роботи  
Ворохобіна Ігоря Ігоровича на тему:  
«Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння»  
в навчальному процесі університету

Ми, що нижче підписались, начальник навчального відділу університету Пархоменко М.М. та завідувач кафедрою «Управління судном» доцент Бурмака І.О., склали цей акт у тому, що результати дисертаційної роботи Ворохобіна І.П. впроваджені у навчальному процесі кафедри в дисципліні «Маневрування і управління судном».

Начальник навчального відділу



М.М.Пархоменко

Декан судноводійного факультету  
д.т.н., професор



М.М. Цимбал

Завідувач кафедрою управління судном,  
к.т.н., доцент



І.О.Бурмака

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Цим актом підтверджується упровадження в компанії «СМА Шипс Україна» методу визначення обсервованих координат судна із застосуванням ортогонального розкладу щільності розподілу похибок вимірювання в спеціальний ряд, який запропоновано в дисертаційній роботі Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння».

Метод використовується при перепідготовці судноводіїв компанії.

Директор компанії  
«СМА Шипс Україна»  
к.т.н., доцент



Є.Є. Тюпіков

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Ректор Херсонської державної  
морської академії д.п.н., професор  
В.В. Чернявський

« 22 » 02 2019 р.



**АКТ**

про впровадження результатів дисертаційної роботи Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння» у навчальний процес Херсонської державної морської академії

Ми, що нижче підписались, начальник навчального відділу Струмінська Л.Ю., декан факультету судноводіння, доцент Нагрибельний Я.А. і завідувач кафедри управління судном к.т.н., к.д.п. Товстокорий О.М. склали цей акт у тому, що результати дисертації Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння» впроваджені у навчальний процес на кафедрі управління судном в дисциплінах по забезпеченню безavarійного плавання судна.

Начальник навчального відділу

Струмінська Л.Ю.

Декан факультету судноводіння,  
доцент

Нагрибельний Я.А.

Завідувач кафедри  
управління судном,  
к.т.н., к.д.п.

Товстокорий О.М.

МІНІСТЕРСТВО ІНФРАСТРУКТУРИ УКРАЇНИ  
 Державне підприємство «Адміністрація морських портів України»  
 Філія «Дельта – лоцман»  
 Державного підприємства «Адміністрація морських портів України»

**АКТ УПРОВАДЖЕННЯ**

Цим актом підтверджується, що в філії «Дельта-лоцман» Державного підприємства «Адміністрація морських портів України» упроваджені рекомендації по оцінці безпечної проводки судна стислим маршрутом з урахуванням суттєвих чинників, що одержані в дисертаційній роботі Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння».

Рекомендації запропоновано стосовно розробленої програми кількісної оцінки безпеки судноводіння з урахуванням точності проводки судна стислим маршрутом та його стисlosti. Розрахунок вірогідності безпечної проводки судна стислим маршрутом проводиться з допомогою моделі одномірного розподілу похибки бокового відхилення від програмної траекторії руху стислим маршрутом з урахуванням формалізованих вигляді масивів меж безпечної області плавання.

В пропонованому способі ураховано закон розподілу похибки бокового відхилення, в якості якого можуть бути використані нормальний закон та змішані закони першого та другого типу. Для формування масивів меж безпечної області та програмної траекторії руху передбачено використання електронної карти.

Начальник служби безпеки мореплавства  
 філіалу «Дельта-лоцман» ДП «АМПУ»  
 Міністерства Інфраструктури України  
 Капітан далекого плавання,  
 Кандидат технічних наук

Репетей В.Д.

06.09.2019



«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
 Директор Дунайського інституту  
 Національного університету «Одесська  
 морська академія» д.т.н., доцент

 Чимшир В.І.  
 « 14 »  2019 р.

### АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння» у навчальному процесі інституту.

Ми, що нижче підписалися, заступник директора з науково-педагогічної роботи д.п.н., доцент Смирнова І.М., завідувач кафедри навігації та управління судном к.п.н., доцент Даниленко О.Б., і завідувач кафедри інженерних дисциплін к.т.н., доцент Тарабасенко Т.В. склали цей акт в тому, що у навчальний процес інституту впроваджені наступні результати дисертаційної роботи здобувача Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння», а саме:

- методи кількісної оцінки надійності судноводіння в стислих районах плавання і шляхи її підвищення;
- спосіб ортогонального розкладу щільності навігаційних похибок і використання його в судноводінні.

Заступник директора з НПР  
д.п.н., доцент



Смирнова І.М.

Завідувач кафедри НіУС  
к.п.н., доцент



Даниленко О.Б.

Завідувач кафедри ІД  
к.т.н., доцент



Тарасенко Т.В.

## АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Цим актом підтверджується, що в приватному вищому учиовому закладі Інститут післядипломної освіти «Одесський морський тренажерний центр» одержали упровадження в учиовий процес наступні результати дисертацийної роботи Ворохобіна Ігоря Ігоровича «Розвиток теорії і методів оцінки та підвищення надійності судноводіння»:

- спосіб кількісної оцінки безпечної проводки судна стислим маршрутом;
- метод розрахунку координат судна при надлишкових вимірюваннях з урахуванням закону розподілу їх похибок.

Директор  
 Інституту післядипломної освіти  
 «Одесський морський тренажерний центр»,  
 к.т.н., професор

Пашенко Ю.В.



12.12.2018 р.